

4. Зимняя И. А. Педагогическая психология : учебник для вузов / И. А. Зимняя – М. : Логос, 1999. – 384 с.

5. Mastering-PowerShell. With: Dr. Tobias Weltner, PowerShell MVP. [Electronic resource]. – Mode of access : <http://powershell.com/Mastering-PowerShell.pdf>

6. Bash Guide for Beginners. [Electronic resource]. – Mode of access : <http://www.tldp.org/LDP/Bash-Beginners-Guide/Bash-Beginners-Guide.pdf>

**Кобильник Т.П., Вдовичин Т.Я.**

Дрогобицький державний педагогічний університет імені Івана Франка

### **Використання сервісу Wolfram|Alpha для розв'язування задач інтегрального числення функції однієї змінної**

Зміст педагогічної освіти з напрямку підготовки «Інформатика\*» передбачає фундаментальну, психолого-педагогічну, методичну, інформаційно-технологічну, практичну і соціально-гуманітарну підготовку педагогічних і науково-педагогічних працівників.

Зміст фундаментальної підготовки передбачає вивчення теоретичних основ спеціальності згідно з вимогами до рівня теоретичної підготовки педагогічного працівника відповідного профілю і базується на новітніх досягненнях науки [3].

Тому випускники педагогічних університетів повинні володіти набором фундаментальних знань в галузі комп'ютерних наук, що дозволяло б швидко оволодівати сучасними комп'ютерними технологіями. Інформаційні технології та програмування базуються на класичних математичних дисциплінах, тому студентам напрямку підготовки «Інформатика\*» необхідні глибокі знання з математики.

Фундаментом математики є математичний аналіз. Основою математичного аналізу є диференціальне та інтегральне числення.

У навчанні студентів разом з іншими мережними технологіями особливу роль відіграють такі сервіси як web-СКМ. Це пояснюється такими причинами:

- 1) економічність: комерційні СКМ - дорогі програмні продукти, при цьому у педагогічному університеті використовуються, як правило, для навчання тільки незначної кількості дисциплін;
- 2) кросплатформенність: перехід до web-інтерфейсу – це найпростіший шлях перенесення можливостей використання СКМ на всі існуючі платформи, в тому числі і мобільні.

Враховуючи наведені причини, основні виробники популярних комерційних СКМ, зокрема MapleSoft (розробник Maple) та Wolfram Research (Mathematica) створили та підтримують online-сервіси MapleNet та webMathematica і Wolfram|Alpha відповідно.

Стаття присвячена аналізу можливостей використання web-сервісу Wolfram|Alpha для розв'язування задач інтегрального числення функцій однієї змінної.

Подібним проблемам присвячено ряд досліджень різних авторів. Зокрема в роботах Ю.В. Триуса розглядаються проблеми впровадження в навчальний процес ВНЗ web-СКМ SAGE та Wolfram|Alpha [7-8]. У статті Ю.В.Горошка та Д.А. Покришення [1] наведено загальну характеристику бази знань Wolfram|Alpha та описано можливості використання до розв'язування окремих математичних задач. У роботі Д.А.Покришення та Є.Ю. Носенко [4] розглянуто з коротким описом кілька програмних продуктів різних виробників з різною методичною направленістю та наведено приклади використання математичних задач у вивченні інформатики за допомогою програмних продуктів GRAN1, Wolfram|Alpha, Microsoft Mathematics 4.0. Поряд з тим існує і web-СКМ Sage, у якій реалізовано підтримку інтерфейсів, в тому числі і до комерційних СКМ. Про систему Sage є достатньо багато публікацій, зокрема цю проблематику досліджували С.О. Семеріков та його учні [5-6].

На особливу увагу заслугове навчальний посібник [2], у якому поряд з теоретичними відомостями наведено приклади застосування комп'ютерних засобів математики, зокрема Gran1, Maxima, MathCAD, до розв'язування задач інтегрального числення функцій однієї змінної.

У педагогічному університеті інтегральне числення функцій однієї змінної студентами напрямку підготовки «Інформатика\*» вивчається на першому курсі. Студенти, як правило, ще не вміють працювати з математичними пакетами для символічних перетворень, зокрема СКМ Mathematica, Maple та іншими. Як правило, такі СКМ є «вибагливими» до синтаксису, на відміну від сервісу Wolfram|Alpha. Тому якщо є доступ до мережі Internet, для супроводу навчання бакалаврів інформатики зручно використовувати web-сервіс Wolfram|Alpha. Цей сервіс заснований на опрацьованні природної мови (поки тільки англійської), великій базі знань та алгоритмів. Наприклад, система однаково «сприйме» запит «integrate 1/x» та «int 1/x». Відповіддю на такий запит буде

невизначений інтеграл для функції  $\frac{1}{x}$  (рис. 1, а та рис. 1, б)

integrate 1/x



Indefinite integral:

$$\int \frac{1}{x} dx = \log(x) + \text{constant}$$

Рис. 1, а

int 1/x



Indefinite integral:

$$\int \frac{1}{x} dx = \log(x) + \text{constant}$$

Рис. 1, б

Результатом є невизначений інтеграл (у відповіді міститься константа), а не одна з первісних, на відміну від, наприклад, СКМ Maple, Maxima, Mathematica та інших.

Розглянемо можливості використання сервісу для розв’язування задач інтегрального числення на таких прикладах.

Приклад 1. Відшукати невизначений інтеграл  $\int \sin^3 x \cos x dx$ .

Для розв’язування такого прикладу використовується метод заміни змінних ( $t = \sin x$ ):

$$\int \sin^3 x \cos x dx = \left| \begin{matrix} d \sin x = \cos x dx \\ t = \sin x \end{matrix} \right| = \int \sin^3 x d \sin x = \int t^3 dt = \frac{t^4}{4} + C = \frac{\sin^4 x}{4} + C.$$

Використовуючи web-сервіс Wolfram|Alpha для обчислення даного інтегралу, необхідно ввести запит `integrate sin(x)^3 cos(x)` (рис. 2):

integrate sin(x)^3 cos(x) ☆



Examples Random

Indefinite integral:

Approximate form

Step-by-step solution

$$\int \sin^3(x) \cos(x) dx = \frac{\sin^4(x)}{4} + \text{constant}$$

Рис. 2

Якщо вибрати опцію Step-by-step solution (є тільки у Wolfram|Alpha Pro), то результатом буде покрокове відшукування невизначеного інтегралу (рис. 3)

For the integrand  $\sin^3(x) \cos(x)$ , substitute  $u = \sin(x)$  and  $du = \cos(x) dx$ :

$$= \int u^3 du$$

The integral of  $u^3$  is  $\frac{u^4}{4}$ :

$$= \frac{u^4}{4} + \text{constant}$$

Substitute back for  $u = \sin(x)$ :

Answer:

$$= \frac{\sin^4(x)}{4} + \text{constant}$$

Рис. 3

Приклад 2. Відшукати невизначений інтеграл  $\int \frac{2x^2 + 2x + 13}{(x-2)(x^2 + 1)^2} dx$ .

Для розв'язування даного прикладу необхідно підінтегральну функцію подати у вигляді суми елементарних дробів. І далі від кожного елементарного дроби знайти первісну:

$$\int \frac{2x^2 + 2x + 13}{(x-2)(x^2 + 1)^2} dx = \int \frac{dx}{x-2} - \int \frac{x+2}{x^2 + 1} dx - \int \frac{3x+4}{(x^2 + 1)^2} dx =$$

$$= -\frac{3}{2} \ln(x^2 + 1) + 5 \ln(x-2) - 4 \operatorname{arctg} x + C.$$

У Wolfram|Alpha процес розв'язування буде мати вигляд (рис. 4):

Рис. 4

*Зауваження.* В отриманому результаті позначення  $\log(x)$  – це натуральний логарифм  $\ln(x)$ ,  $\tan^{-1}(x)$  – це  $\operatorname{arctg}(x)$ , про що у системі подається повідомлення.

Якщо вибрати опцію покрокового розв'язування, то результатом буде процес відшукування невизначеного інтегралу. Єдине, що треба буде до цього додати, це подати дріб  $\frac{2x^2 + 2x + 13}{(x-2)(x^2 + 1)^2}$  як суму елементарних дробів. Це можна зробити, виконавши запит:

partial fractions  $(2x^2 + 2x + 13) / ((x-2)(x^2 + 1)^2)$ .

Рис. 5

Приклад 3. Відшукати невизначений інтеграл  $\int x \cos x dx$ .

Для розв'язування даного прикладу використовується метод інтегрування частинами:

$$\int x \cos x dx = \left| \begin{array}{l} u = x, dv = \cos x dx \\ du = dx, v = \sin x \end{array} \right| = \int x d \sin x = x \sin x - \int \sin x dx = x \sin x + \cos x + C.$$

Виконавши запит `integrate x*cos(x)`, отримаємо невизначений інтеграл. Якщо вибрати опцію покрокового виконання, то отримаємо (рис. 6):

Indefinite integrals:

$$\int x \cos(x) dx = x \sin(x) + \cos(x) + \text{constant}$$

Possible intermediate steps:

Take the integral:

$$\int x \cos(x) dx$$

For the integrand  $x \cos(x)$ , integrate by parts,  $\int f dg = fg - \int g df$ , where

$$\begin{aligned} f &= x, & dg &= \cos(x) dx, \\ df &= dx, & g &= \sin(x): \\ &= x \sin(x) - \int \sin(x) dx \end{aligned}$$

The integral of  $\sin(x)$  is  $-\cos(x)$ :

**Answer:**

$$= x \sin(x) + \cos(x) + \text{constant}$$

Рис. 6

Для обчислення визначеного інтегралу у запиті `integrate` необхідно вказати межі інтегрування. На цьому зупинятися не будемо.

Наближені методи обчислення визначеного інтегралу застосовують у випадках, коли використання точних методів трудомістке, недоцільне або неможливе. У випадку, коли визначений інтеграл точно обчислити не можна, то у Wolfram|Alpha автоматично вибирається певний наближений метод і подається кінцевий результат. У цьому сервісі реалізовано такі наближені методи обчислення визначеного інтегралу, як лівих прямокутників (`left endpoint method`), правих прямокутників (`right endpoint method`), середніх прямокутників (`midpoint method`), трапецій (`trapezoidal method`), Симпсона (метод парабол) (`Simpson's method`).

Для наближеного обчислення визначеного інтеграла необхідно у запиті `integrate` вказати інші параметри (у квадратних дужках вказані обов'язкові параметри, у круглих – необов'язкові):

`integrate [функція] (dx)` (метод чисельного інтегрування) (кількість інтервалів) [проміжок інтегрування] (точність)

*Приклад 4.* Використовуючи метод середніх прямокутників, обчислити наближене значення інтегралу  $\int_0^1 \cos(x^2) dx$ , поділивши проміжок інтегрування на 10 інтервалів.

Ввівши запит для розв'язування даного прикладу, отримаємо:

1) наближене значення визначеного інтеграла, отримане за методом середніх прямокутників (рис. 7):

The screenshot shows a search bar with the input `integrate cos(x^2) x=0..1 midpoint method n=10`. Below the search bar, there are icons for various actions and links for `Examples` and `Random`. The main content area shows the input interpretation: `integrate` (highlighted), `cos(x^2)`, `using midpoint method`, `with 10 intervals`, and `from x = 0 to 1`. The result is displayed as `0.905225`.

Рис. 7

2) формулу, за якою обчислюється визначений інтеграл  $\int_0^1 \cos(x^2) dx$  з поділом проміжку інтегрування на 10 частин (рис. 8):

Symbolic form of midpoint method:

$$\int_0^1 \cos(x^2) dx \approx \frac{1}{10} \sum_{n=0}^9 \cos\left(\frac{1}{400} (1 + 2n)^2\right)$$

Рис. 8

3) графічну ілюстрацію методу середніх прямокутників (рис. 9):

Plot:

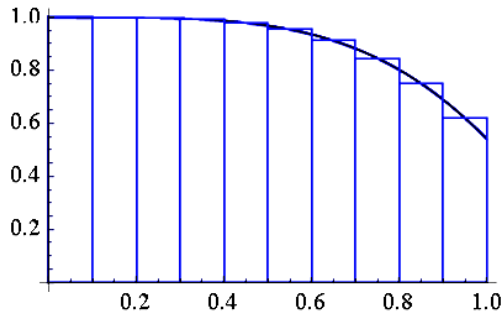


Рис. 9

4) точний результат і його наближене значення (рис. 10), де  $C(x) = \int_0^x \cos(t^2) dt$  – інтеграл Френеля (рис. 10):

Exact result: More digits

$$\sqrt{\frac{\pi}{2}} C\left(\sqrt{\frac{2}{\pi}}\right) \approx 0.9045242379002721$$

**C(x) is the Fresnel C integral >>**

Рис. 10

5) таблицю значень визначеного інтеграла, обчисленого за різними методами та абсолютні і відносні похибки (рис. 11).

Method comparisons:

| method           | result   | absolute error            | relative error            |
|------------------|----------|---------------------------|---------------------------|
| left endpoint    | 0.926107 | 0.0215824                 | 0.0238605                 |
| right endpoint   | 0.880137 | 0.0243874                 | 0.0269615                 |
| midpoint         | 0.905225 | 0.000701251               | 0.00077527                |
| trapezoidal rule | 0.903122 | 0.00140248                | 0.00155052                |
| Simpson's rule   | 0.904524 | $6.95053 \times 10^{-9}$  | $7.68418 \times 10^{-9}$  |
| Boole's rule     | 0.904524 | $8.33585 \times 10^{-11}$ | $9.21573 \times 10^{-11}$ |

Рис. 11

Можливості використання сервісу Wolfram|Alpha для розв'язування задач інтегрального числення функції однієї змінної досить значні. Студент, використовуючи сервіс Wolfram|Alpha,

розв'язує поставлену перед ним задачу, і таким чином, у нього не виникає психологічного бар'єру у застосуванні математичного апарату, а також усвідомлює, який матеріал треба повторити (або вивчити).

В зв'язку з наведеним виглядає перспективним розроблення методики навчання фізико-математичних дисциплін на основі мережних технологій, зокрема web-сервісу Wolfram|Alpha. Разом з тим необхідне реальне дослідження проблем впровадження подібних методик навчання фізико-математичних дисциплін в школах і педагогічних університетах.

### Список використаних джерел

1. Горошко Ю.В. Система знань Wolfram|Alpha / Ю.В. Горошко, Д.А. Покришень // Науковий часопис НПУ імені М.П. Драгоманова. Серія №2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання: Зб. наук. праць / Редада. – К.: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2012. – № 13 (20). – С. 96-101.

2. Жалдак М. І. Математичний аналіз. Інтегральне числення функцій однієї змінної з елементами інформаційних технологій: Навчальний посібник / М.І. Жалдак, Г.О. Михалін, С.Я. Деканов. – Київ, НПУ імені М.П. Драгоманова, 2011. – 268 с.

3. Лапчик М. П. Методика преподавания информатики / Михаил Павлович Лапчик. - М. : Академия, 2001. - 624 с.

4. Покришень Д.А. ІКТ для розв'язування системи нерівностей [Електронний ресурс] / Д. А. Покришень, Є. Ю. Носенко. // Інформ. технології і засоби навчання : [електрон. журн.]. – 2012. – № 1. – Режим доступу: <http://www.journal.iitta.gov.ua>.

5. Семеріков С. О. Мобільне програмне забезпечення навчання інформатичних дисциплін у вищій школі / Семеріков С. О., Мінтій І. С., Словак К. І., Теплицький І. О., Теплицький О. І. // Науковий часопис Національного педагогічного університету імені М.П. Драгоманова. Серія №2. Комп'ютерно-орієнтовані системи навчання : зб. наукових праць / Редада. – К. : НПУ імені М.П. Драгоманова, 2010. – №8 (15). – С. 18–28.

6. Семеріков С.О. Теорія і методика застосування мобільних математичних середовищ у процесі навчання вищої математики студентів економічних спеціальностей / С.О. Семеріков, К.І. Словак // Інформаційні технології і засоби навчання. – 2011. – №1 (21). – Режим доступу: <http://journal.iitta.gov.ua/index.php/itlt/article/view/413#.Vb8BWsoFp9>.

7. Триус Ю. Використання Web-СКМ у навчанні методів оптимізації та дослідження операцій студентів математичних і комп'ютерних спеціальностей / Юрій Триус // Інноваційні комп'ютерні технології у вищій школі : матеріали 4-ої науково-практичної конференції, 20–22 листопада 2012 року, Львів / Національний університет «Львівська політехніка». – Львів : Видавництво Львівської політехніки, 2012. – С. 110-115.

8. Триус Ю. В. Інноваційні інформаційні технології у навчанні математичних дисциплін / Ю.В. Триус // Інформатизація вищого навчального закладу : [збірник наукових праць] / відповідальний редактор Д. В. Федасюк. – Львів : Видавництво Львівської політехніки, 2012. – С. 76-81. – (Вісник / Національний університет «Львівська політехніка»; №731).

**Резіна О.В., Лупан І.В.**

Кіровоградський державний педагогічний університет імені Володимира Винниченка

### **Комплексні завдання як засіб оцінювання дидактико-методичних компетентностей майбутніх учителів інформатики**

Сучасна загальна освіта потребує хороших учителів. Якісна підготовка учителів у педагогічному ВНЗ передбачає формування у них професійного ставлення до майбутньої освітньої діяльності, що можливе за умови компетентнісного підходу у навчанні.

М.І. Жалдак, Ю.С.Рамський та М.В. Рафальська навели модель системи соціально-професійних компетентностей вчителя інформатики, складовою якої є дидактико-методичні компетентності [1]. Ці компетентності, які становитимуть основу творчого рівня виконання майбутніми вчителями основних освітніх функцій, формуються, у тому числі, під час вивчення дисципліни «Методика навчання інформатики». Важливо, що використання компетентнісного підходу дає змогу задіяти у результатах суб'єктність та досвід студента, набутий у результаті навчання та проходження виробничої педагогічної практики.

Дана стаття присвячена визначенню структури дидактико-методичних компетентностей та рівнів їх сформованості, проблемам оцінювання цих компетентностей під час проведення Державного кваліфікаційного екзамену з інформатики та методики навчання інформатики, що складають студенти освітньо-кваліфікаційного рівня «спеціаліст».