УДК 378.016:519.21

Трунова О.В.
Чернігівський державний інститут економіки і управління

ЗАСТОСУВАННЯ БАЙЄСІВСЬКОГО ПІДХОДУ ПРИ ПРИЙНЯТТІ УПРАВЛІНСЬКИХ РІШЕНЬ

Розглянуто питання проведення експертизи альтернативних проектів із застосуванням байєсівського підходу. Запропоновано алгоритм вибору доцільного для реалізації рішення, який може використовуватися в режимі віддаленого доступу, коли інформація від експертів надходить неодночасно.

Ключові слова: *байєсівський підхід, експертна оцінка, інвестиційний проект, навчання студентів економічних спеціальностей.*

В останні роки в зв’язку з кардинальними соціально-економічними змінами, що відбулися в Україні, виникла об’єктивна необхідність внесення суттєвих коректив у вітчизняну систему вищої освіти. Традиційна система підготовки фахівців виявилася неадекватною економічним відносинам, що формуються в нашій країні, які вимагають значно більшого динамізму та гнучкості. Виникла проблема підвищення якості підготовки майбутніх фахівців, які повинні володіти не тільки глибокими науковими знаннями, але й дослідницькими навичками.

Сучасна науково-дослідна діяльність математизуються, при цьому стрімко зростає роль стохастичних методів у всіх сферах людської діяльності. Сьогодні уявлення про зв’язок випадкового і необхідного, про статистичні і динамічних закономірності є обов’язковим елементом загальної освіти сучасної людини. У науці фундаментальне значення набуває поняття випадкового і впевнено пробиває собі дорогу ідея прийняття оптимальних, науково-обґрунтованих рішень.

Для визначення стратегії розвитку підприємства та прийняття управлінських рішень актуальним є проведення експертизи альтернативних інвестиційних проектів.

Інвестиційна діяльність є однією з необхідних умов сталого зростання економіки, а також ефективного функціонування, конкурентоспроможності, розвитку більшості підприємств. У даний час більшість підприємств не має власних джерел фінансування капітальних вкладень, тому в цих умовах дедалі більшого значення набувають науково обґрунтовані розрахунки щодо експертної оцінки економічної ефективності інвестиційних проектів та їх відбору з низки попередньо опрацьованих альтернативних варіантів для фінансування та реалізації.

Одним з найефективніших інструментів дослідження, аналізу та прогнозування будь-якої економічної системи (явища, процесу) є математичні методи і моделі. Тому проблема розробки змістовних і адекватних експертних систем (ЕС) для підтримки інвестиційної діяльності підприємств є надзвичайно актуальною і непростою.

З іншого боку, підготовка висококваліфікованого фахівця в галузі економіки і управління неможлива без формування необхідних професійних компетенцій, зокрема, прийнятті рішень в інвестиційній діяльності підприємств. Саме тому проблеми методики навчання студентів економічних та управлінських спеціальностей методам і прийомам оцінки ефективності інвестиційних проектів, за допомогою яких інвестор зможе зробити більш виважений вибір, який буде обґрунтований як математично, так і економічно, зокрема за допомогою експертного оцінювання із застосуванням байєсівського підходу, є актуальним [6 - 8].

Аналіз актуальних досліджень. Враховуючи те, що правильне та своєчасне прийняття інвестиційних рішень здійснює значний вплив на функціонування будь-якої національної економіки, потрібно сказати, що до вивчення даної проблеми долучалося багато відомих зарубіжних та вітчизняних вчених в галузях: фінансів, інвестицій та прийняття управлінських рішень, зокрема Д. Тобін, Г. Марковіц, У. Шарп, Е. Хелферт, С. Шмідт, І.О. Бланк, О.Д. Будник, Є.О. Зенченко, М.О. Павловська, А.А. Пересада, Л.В. Овод; математики та економіко-математичного моделювання, зокрема В.В. Вітлінський, Г.І. Великоіваненко, С.М. Клименко, Ю.А. Мішура, С.І. Наконечний, М.О. Перестюк та багато інших. Але проблемі методики навчання методам і прийомам оцінки ефективності інвестиційних проектів, зокрема проведенню експертизи альтернативних проектів із застосуванням байєсівського підходу студентів економічних та управлінських спеціальностей в науковій та методичній літературі належна увага не приділена.

Мета статті є адаптація існуючих математичних методів до сучасної практики управління, демонстрація безпосереднього зв’язку класичного математичного апарату з теорією прийняття управлінських рішень, а саме оцінка запропонованих інвестиційних проектів за допомогою експертизи із застосуванням байєсівського підходу і вибір серед представлених найкращого.

Виклад основного матеріалу. Серед напрацьованих підходів визначення оптимального управлінського рішення особливе місце, на думку ряду фахівців цієї галузі, посідає експертиза альтернативних проектів із застосуванням байєсівського підходу.

На сьогодні існують ЕС, побудовані за двома домінуючи напрямами, що пов’язані з різними інтерпретаціями теорії ймовірності, розглянемо ці погляди.

Об’єктивістський погляд полягає у тому, що ймовірність розглядається як відношення результатів до всіх спостережень на протязі тривалого часу. Іншими словами, цей підхід заснований на законі великих чисел, який гарантує, що за наявності достатньо великої кількості спостережень частота проявів події буде збігатися до об’єктивної ймовірності.

Персоніфікований, суб’єктивістський або заснований на судженнях погляд полягає у тому, що ймовірнісна міра розглядається як ступінь довіри до того, що певна людина думає про істинність деякого висловлювання. Цей погляд постулює, що дана людина має в деякому сенсі відношення до цієї події. Але це не відкидає можливість того, що дві людини можуть мати різні ступені довіри стосовно одного й того ж висловлення. Термін «байєсівський» часто використовується як синонім суб’єктивної ймовірності. Але в ЕС бази знань накопичують людські знання, тому для представлення знань експертів з урахуванням імовірностей краще підходить інтерпретація на основі суб’єктивної довіри. В результаті чого більшість сучасних ЕС, що використовують теорію ймовірностей, є «байєсівськими».

Для зниження ймовірності помилок при оперативному прийнятті відповідальних рішень (плануванні ресурсів підприємств, управлінні взаємовідносин з клієнтами, управлінні ланцюгами поставок) пропонується ітераційний алгоритм, що представляє собою комбінацію методу експертних оцінок і байєсівського підходу, оскільки навіть застосування сучасних пакетів, систем і технологій не знімає повної невизначеності для особи, що приймає остаточне рішення, від якої може залежати успіх фірми або проекту [1, 2].

Нехай потрібно зі скінченої множини альтернатив $X = \{x^1,...,x^m\}$, показники ефективності яких приблизно однакові, вибрати найбільш доцільну x^* для реалізації.

Обробка результатів роботи невеликої групи експертів показала, що їх думки не можуть бути визнані узгодженими (коефіцієнт конкордації низький) і серед розглянутих варіантів немає «лідера».

Ідея алгоритму полягає в послідовному залученні додаткових експертів та підрахунку для кожного проекту $x \in X$ середньої апостеріорної ймовірності того, що саме цей проект є оптимальним. Робота триває до тих пір, поки середня апостеріорна ймовірність одного з проектів x^a множини X не буде істотно вище, ніж імовірності всіх інших альтернативних проектів. При дотриманні деяких умов що до можливих результатів подальших експертиз даний проект x^a вважається оптимальним.

Результат роботи кожного додатково залученого експерта розглядається як результат проведеного випробування і розрахунок апостеріорної ймовірності проводиться за формулою Байєса, тобто

$$P(H_i/A_j) = \frac{P(H_i)\cdot P(A_j/H_i)}{\sum_{i=1}^{n} P(H_i)\cdot P(A_j/H_i)}, \; i = \overline{1,n} \tag{1}$$

де H_i - гіпотеза (пропозиція) того, що варіант x^i є оптимальним;

A_j - результат експертизи (подія) - оптимальність варіанту x^j;

n - число розглянутих варіантів (потужність множини X);

$P(H_i)$, $P(H_i/A_j)$ - апріорна і апостеріорна ймовірності гіпотези H_i відповідно;

$P(A_j/H_i)$ - ймовірність події A_j, якщо має місце гіпотеза H_i (правдоподібність).

Будемо вважати, що подія A_j відбулася, якщо варіант x^j черговий експерт поставив на 1 -е місце, при $n = 2 \div 3$, і на 1-е або 2-е місце за умови $n > 3$.

Якщо відбулася подія $\overline{A_j}$, то апостеріорна ймовірність $P(H_i/\overline{A_j})$ розраховується за формулою, аналогічною (1), тобто

$$P(H_i/\overline{A_j}) = \frac{P(H_i)\cdot P(\overline{A_j}/H_i)}{\sum_{i=1}^{n} P(H_i)\cdot P(\overline{A_j}/H_i)}, \; i = \overline{1,n} \tag{2}$$

де $P(H_i/\overline{A_j})$ - апостеріорна ймовірність гіпотези H_i якщо відбулася подія $\overline{A_j}$.

За результатами роботи чергового k-го експерта розраховуються усереднені апостеріорні ймовірності за формулою

$$\overline{P_k}(H_i / A^*) = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}(H_i^k / A_j), \; i, j = \overline{1,n}; \tag{3}$$

$$A^* = \{\tilde{A}_j, \, j = \overline{1,n}\},$$

де $\widetilde{A}_j$ - подія, пов'язана з перевіркою гіпотези H_i^k, тобто, того, що k-й експерт варіант x^j поставить на перші місця, для частини доданків суми має місце подія A_j, для іншої - подія $\overline{A_j}$.

Ймовірності $P(H_i)$, $P(H_i/A_j)$, $P(H_i/\overline{A_j})$, $\overline{P_k}(H_i/A^*)$ задовольняють умові повної групи подій, тобто

$$\sum_{i=1}^{n} P(H_i)=1,\ \sum_{i=1}^{n} P(H_i/A_j)=1,$$

$$\sum_{i=1}^{n} P(H_i/\overline{A_j})=1,\ \sum_{i=1}^{n} \overline{P_k}(H_i/A^*)=1$$

і

$$P(A_j/H_i)+P(\overline{A_j}/H_i)=1,\ i,j=\overline{1,n}.$$

В якості оптимального варіанту x^* після k-тої експертизи береться той, для якого ймовірність, розрахована за формулою (3), максимальна і виконується умова, про те що деяке наперед задане число m подальших експертиз не змінює співвідношення

$$\overline{P_{k+m}}(H(x^*)/A^*)=\max\{\overline{P_{k+m}}(H(x^i)/A^*)\},$$

де $H(x^*)$ - гіпотеза про оптимальність варіанту x^*, $H(x^i)=H_i$.

При використанні байєсівського підходу для вирішення подібних завдань важливу роль відіграє формалізація правила «припинення» в процесі проведення експертиз. З одного боку, своєчасне припинення ітерацій заощаджує кошти, що витрачаються на проведення експертиз. З іншого боку, необхідна впевненість, що подальше залучення експертів не призведе до кардинальної зміни усередненої апостеріорної ймовірності та прийняття іншого варіанта для реалізації. Найбільш доцільно рішення про «припинення» приймати за двома показниками: 1) числу m додаткових експертів, висловлювання яких можуть змінити вибір оптимального варіанту; 2) ймовірності P_m того, що результати висловлень цих експертів призведуть до зміни варіанту, тобто гіпотези, для якої усереднена апостеріорна ймовірність максимальна.

Визначення показників m і P_m виконують за наступних припущень:

1) з множини X можна виділити два провідних варіанта x^a і x^b;

2) проведена обробка думок k експертів, при цьому варіанту x^a віддавалася перевага (результат A) k_a раз ($k_a \le k$), а варіанту x^b (результат B) - k_b раз ($k_b \le k_a$), тобто за результатами k ітерацій варіант k_a вважається кращим (імовірність $\overline{P_k}(H(x^a)/A^*)$ - максимальна);

3) в якості ймовірностей результатів A і B приймаються оцінки

$$P_a=\frac{k_a}{k},\ P_b=\frac{k_b}{k}, \tag{5}$$

до того ж імовірність $P_a > 0{,}5$;

4) результати A і B при подальших висловлюваннях експертів є незалежними і сумісними;

5) порядок результатів в m експертизах не впливає на кінцевий результат.

За даних припущеннях має місце наступна лема.

Лема 1. Якщо

$$\overline{P_k}(H(x^a)/A^*) > \overline{P_k}(H(x^b)/A^*) \text{ і } k_a \le k_b,$$

то співвідношення

$$\overline{P_{k+m}}(H(x^a)/A^*) < \overline{P_{k+m}}(H(x^b)/A^*), \tag{6}$$

стає можливим при

$$m \ge (k_a - k_b) + 1. \tag{7}$$

Доведення леми безпосередньо випливає з формули Байєса (1) і прийнятих припущень.

Для визначення ймовірності $P_m(c)$, що характеризує можливість виконання нерівності (6), використаємо комбінацію моделей Бернуллі для повторних випробувань.

Лема 2. Якщо має місце

$$\overline{P_k}(H(x^a)/A^*) > \overline{P_k}(H(x^b)/A^*),\ k_a \le k_b$$

і

$$m \ge 2\ (m \ge (k_a - k_b) + 1),$$

то ймовірність виконання нерівності (6) при мінімальному значенні m визначається за формулою

$$P_m^b(c) = (1 - P_a)^m \cdot P_b^m. \tag{8}$$

Рівність (8) означає, що всі m залучених додатково експертів висловляться негативно щодо варіанту x^a (результати $\overline{A}$) і позитивно щодо x^b (результати B). Формула (8) безпосередньо випливає з розподілу ймовірностей можливих складних подій при m випробуваннях, в яких події A і B можуть мати по два результати з різними ймовірностями.

Такий розподіл при використанні моделей Бернуллі для подій A і B має вигляд:

$$P_m(c) = (\sum_{x=0}^{m} C_m^x P_a^x (1-P_a)^{m-x}) \cdot (\sum_{x=0}^{m} C_m^x P_b^x (1-P_b)^x, \tag{9}$$

де

$$C_m^x = \frac{m!}{x!(m-x)!},\ C_m^m = C_m^o = 1.$$

Зауважимо, що ймовірності P_a , P_b (див. (5)) необхідно коригувати після кожної ітерації.

Продемонструємо спільне використання методу експертних оцінок і байєсівського підходу на прикладі визначення найбільш доцільного проекту x^* для інвестування з числа надісланих на конкурс.

Приклад. Нехай з множини проектів $X = \{x^1, ..., x^7\}$ за попередньою експертизою виділена підмножина найбільш доцільних $X^d = \{x^5, x^7\}$ проектів. Необхідно, послідовно залучаючи додаткових експертів, визначити один проект x^* дляінвестування, який має максимальну усереднену апостеріорну ймовірність і задовольняє умові (4) при $m = 2$. Задамо наступні початкові (апріорні) ймовірності гіпотез:

$$P\left(H_5^0\right)=P\left(H_7^0\right)=0{,}25;\; P\left(H_i^0\right)=0{,}1;\; i=\overline{1{,}4};6. \qquad (10)$$

Нехай подія A_5 полягає в тому, що черговий експерт поставив проект x^5, який розглядається на 1-е або 2-е місця і

$$P\left(A_5/H_5^0\right)=0{,}8,\; P\left(A_5/H_i^0\right)=0{,}6\;\; (i\neq 5). \qquad (11)$$

Результати роботи чергового експерта (ЕК 1) наведені в таблиці 1. З таблиці видно, що ЕК 1 поставив варіант x^5 на 3-е місце, тобто відбулася подія $\overline{A_5}$, протилежна події A_5 і $P(\overline{A_5}/H_5)=1-P(A_5/H_5)=0{,}2$.

Таблиця 1

Проекти	x^1	x^2	x^3	x^4	x^5	x^6	x^7
Оцінки ЕК 1	1	3	2	3	3	1	3
Події	A_1	$\overline{A_2}$	A_3	$\overline{A_4}$	$\overline{A_5}$	A_6	$\overline{A_7}$

Розрахунок апостеріорної ймовірності гіпотези H_5^1 здійснюється за формулою (2), тобто

$$P\left(H_5^1/\overline{A_5}\right)=\frac{P\left(H_5^0\right)\cdot P\left(\overline{A_5}/H_5\right)}{\sum_{i=1}^{7}P\left(H_i^o\right)\cdot P\left(\overline{A_5}/H_i\right)}\approx 0{,}143.$$

Верхній індекс 1 в $P\left(H_5^1/\overline{A_5}\right)$ вказує на результат, отриманий від першого експерта (результат 1-ої ітерації при використанні формули Байєса).

Апостеріорні ймовірності для інших гіпотез відповідно дорівнюють

$$P\left(H_7^1/\overline{A_5}\right)=\frac{P\left(H_7^0\right)\cdot P\left(\overline{A_5}/H_7\right)}{\sum_{i=1}^{7}P\left(H_i^o\right)\cdot P\left(\overline{A_5}/H_i\right)}\approx 0{,}286,$$

$$P\left(H_i^1/\overline{A_5}\right)=\frac{P\left(H_i^0\right)\cdot P\left(\overline{A_5}/H_i\right)}{\sum_{i=1}^{7}P\left(H_i^o\right)\cdot P\left(\overline{A_5}/H_i\right)}\approx 0{,}114,\quad i=1{,}2{,}3{,}4{,}6.$$

Припустимо, що подія A_7 характеризує оптимальність варіанту x^7. У нашому випадку має місце $\overline{A_7}$ (7) (див. табл. 1) і правдоподібності, аналогічні (11), тобто

$$P\left(A_7/H_5^0\right)=0{,}8,\; P\left(A_7/H_i^0\right)=0{,}6\;\; (i\neq 7) \qquad (11)$$

апостеріорні ймовірності дорівнюють

$$P\left(H_7^1/\overline{A_7}\right)=\frac{P\left(H_7^0\right)\cdot P\left(\overline{A_7}/H_7\right)}{\sum_{i=1}^{7}P\left(H_i^o\right)\cdot P\left(\overline{A_7}/H_i\right)}\approx 0{,}143,$$

$$P\left(H_5^1/\overline{A_7}\right)=0{,}286,\; P\left(H_i^1/\overline{A_7}\right)=0{,}114,\; i=1{,}2{,}3{,}4{,}6.$$

З метою більшої вірогідності результатів слід розглянути й інші гіпотези що до оптимальності варіантів. Розглянемо їх схематично.

Подія A_1 характеризує оптимальність варіанту x^1 і при

$$P\left(A_1/H_1^0\right)=0{,}8,\; P\left(A_1/H_i^0\right)=0{,}6\;\; (i\neq 1),$$

$$P\left(H_1^1/\overline{A_7}\right)=\frac{P\left(H_1^0\right)\cdot P\left(A_1/H_1\right)}{\sum_{i=1}^{7}P\left(H_i^o\right)\cdot P\left(A_1/H_i\right)}\approx 0{,}129\,,$$

$$P\left(H_5^1/A_1\right)=P\left(H_7^1/A_1\right)=0{,}242\,,$$

$$P\left(H_2^1/A_1\right)=P\left(H_3^1/A_1\right)=P\left(H_4^1/A_1\right)=P\left(H_6^1/A_1\right)=0{,}097\,.$$

Аналогічно виконуються розрахунки для подій A_j, $j=2{,}3{,}4$. Результати розрахунків представлені в таблиці 2. У нижньому рядку таблиці наведені усереднені апостеріорні ймовірності, розраховані за формулою

$$\overline{P}_1(H_i/A^*)=\frac{1}{7}\sum_{j=1}^{7}(H_i^1/A_j),\ A^*=\{\widetilde{A}_j,\, j=\overline{1{,}7}\}.$$

Порівняння їх з апріорними ймовірностями гіпотез $P_0(H_i)$ показує, що середні апостеріорні ймовірності змінилися незначно, до того ж імовірності гіпотез про оптимальність x^5, x^7 зменшилися і зросли ймовірності для варіантів x^1, x^3, x^6. Таким чином, висловлювань експерта на першій ітерації виявилося недостатньо для прийняття рішення.

Таблиця 2

Ймовірності	Гіпотези						
	H_1	H_2	H_3	H_4	H_5	H_6	H_7
$P(H_i^0)$	0,1	0,1	0,1	0,1	0,25	0,1	0,25
$P(H_i^1/A_1)$	0,129	0,097	0,097	0,097	0,242	0,097	0,242
$P(H_i^1/\overline{A_2})$	0,105	0,053	0,105	0,105	0,263	0,105	0,263
$P(H_i^1/A_3)$	0,097	0,097	0,129	0,097	0,242	0,097	0,242
$P(H_i^1/\overline{A_4})$	0,105	0,105	0,105	0,053	0,263	0,105	0,263
$P(H_i^1/\overline{A_5})$	0,114	0,114	0,114	0,114	0,143	0,114	0,286
$P(H_i^1/A_6)$	0,097	0,097	0,097	0,097	0,242	0,129	0,242
$P(H_i^1/\overline{A_7})$	0,114	0,114	0,114	0,114	0,286	0,114	0,143
$\overline{P}_1(H_i/A^*)$	0,109	0,097	0,109	0,097	0,109	0,24	0,24

Результати роботи експерта 2 (на другий ітерації) представлені в таблиці 3.

Таблиця 3

Проекти	x^1	x^2	x^3	x^4	x^5	x^6	x^7
Оцінки ЕК 2	3	3	4	1	1	5	2
Події	$\overline{A_1}$	$\overline{A_2}$	$\overline{A_3}$	A_4	A_5	$\overline{A_6}$	A_7

Використовуючи в якості апріорних ймовірностей результати попереднього етапу і правдоподібності (11) для події A_5 (варіант x^5 має ранг, що дорівнює 1), отримаємо

$$P\left(H_5^2/A_5\right)=\frac{P\left(H_5^1/\overline{A_5}\right)\cdot P\left(A_5/H_5\right)}{\sum_{i=1}^{7}P\left(H_i^1/\overline{A_5}\right)\cdot P\left(A_5/H_i\right)}\approx 0{,}182\,;$$

$$P\left(H_7^2/A_5\right)=\frac{P\left(H_7^1/\overline{A_5}\right)\cdot P\left(A_5/H_7\right)}{\sum_{i=1}^{7}P\left(H_i^1/\overline{A_5}\right)\cdot P\left(A_5/H_i\right)}\approx 0{,}273\,;$$

$$P\left(H_i^2/A_5\right)=0{,}109\,,\ i=1{,}2{,}3{,}4{,}6\,.$$

Аналогічно розраховуються апостеріорні ймовірності для подій A_7, $j=1,2,3,4,6,7$. Результати розрахунків з висловлювань другого експерта представлені в таблиці 4. З таблиці видно, що ймовірності $\overline{P_2}(H_i/A^*)$ наближаються до апріорних, тому потрібно залучити ще одного експерта.

Результати висловлювань експерта 3 представлені в таблиці 5.

При розрахунку апостеріорних ймовірностей тут в якості апріорних використовуються значення $\overline{P_2}(H_i)=\overline{P_1}(H_i^2/A_j)$ з таблиці 4.

Таблиця 4

Ймовірності	Гіпотези						
	H_1	H_2	H_3	H_4	H_5	H_6	H_7
$P(H_i^2/\overline{A_1})$	0,069	0,104	0,104	0,104	0,259	0,104	0,259
$P(H_i^2/\overline{A_2})$	0,108	0,027	0,108	0,108	0,27	0,108	0,27
$P(H_i^2/\overline{A_3})$	0,104	0,104	0,069	0,104	0,259	0,104	0,259
$P(H_i^2/A_4)$	0,103	0,103	0,103	0,069	0,258	0,103	0,258
$P(H_i^2/A_5)$	0,109	0,109	0,109	0,109	0,182	0,109	0,273
$P(H_i^2/\overline{A_6})$	0,104	0,104	0,104	0,104	0,259	0,069	0,259
$P(H_i^2/A_7)$	0,109	0,109	0,109	0,109	0,273	0,109	0,182
$\sum_j P(H_i^2/A_j)$	0,706	0,66	0,706	0,706	1,76	0,706	1,76
$\overline{P}_2(H_i/A^*)$	0,101	0,094	0,101	0,101	0,251	0,101	0,251

Таблиця 5

Проекти	x^1	x^2	x^3	x^4	x^5	x^6	x^7
Оцінки ЕК 3	5	2	3	4	1	4	3
Події	$\overline{A_1}$	A_2	$\overline{A_3}$	$\overline{A_4}$	A_5	$\overline{A_6}$	$\overline{A_7}$

Для правдоподібності (11) розраховані значення апостеріорних ймовірностей і усереднені ймовірності (див. табл. 6) .

Таблиця 6

Ймовірності	Гіпотези						
	H_1	H_2	H_3	H_4	H_5	H_6	H_7
$P(H_i^3/\overline{A_1})$	0,36	0,108	0,108	0,108	0,268	0,108	0,268
$P(H_i^3/A_2)$	0,107	0,036	0,107	0,107	0,268	0,107	0,268
$P(H_i^3/\overline{A_3})$	0,108	0,108	0,036	0,108	0,268	0,108	0,268
$P(H_i^3/\overline{A_4})$	0,107	0,107	0,107	0,036	0,267	0,107	0,267
$P(H_i^3/A_5)$	0,108	0,103	0,103	0,103	0,229	0,103	0,257
$P(H_i^3/\overline{A_6})$	0,108	0,108	0,108	0,108	0,268	0,036	0,268
$P(H_i^3/\overline{A_7})$	0,12	0,12	0,12	0,12	0,3	0,12	0,1
$\overline{P}_3(H_i/A^*)$	0,098	0,099	0,099	0,099	0,267	0,098	0,242

Таким чином, після висловлювань третього експерта максимальне значення середньої ймовірності відповідає гіпотезі H_5 ($\overline{P}_3(H_i/A^*) = 0{,}267$) і в якості оптимального варіанту слід прийняти x^5.

Розглядаючи в якості x^a варіант x^5 і в якості x^b - x^6 при $k = 3$, $k_a = 2$, $k_b = 1$ на основі формули (7) отримуємо $m = 2$, а згідно (5) $P_a = \frac{2}{3}$, $P_b = \frac{1}{3}$. Для цих значень нерівність

$$\overline{P_{3+2}}(H(x^5)/A^*) < \overline{P_{3+2}}(H(x^7)/A^*)$$

Виконується з імовірністю

$$P_2(a) = 1 - P_2(b) - P_2(a,b),$$

де $P_2(a,b)$ - ймовірність того, що при $m = 2$ середні апостеріорні ймовірності для варіантів x^a і x^b приблизно зрівняються.

Використовуючи формули (8), (9), отримаємо

$$P_2(b) = (1 - P_a)^2 P_b^2 \approx 0{,}012,$$

$$P_2(a,b) = 2P_a(1 - P_a)P_b^2 \approx 0{,}036,$$

$$P_2(a) \approx 0{,}95.$$

тобто додаткове залучення двох експертів з імовірністю 0,95 не змінить «лідерства» проекту x^5, тому його можна вважати оптимальним, і більше експертів не залучати.

Слід зауважити, що при обробці таблиць 1, 3, 5 звичайним способом коефіцієнт конкордації має дуже низьке значення (0,094) і, природно, думки експертів про всі варіанти вважаються не узгодженими (оцінка критерію χ^2 1,69, а табличне значення 12,59). Разом з тим байєсовський підхід дозволяє зробити досить надійні висновки про варіант, що є найкращим.

У статті розглянуто актуальну проблему проведення експертизи альтернативних проектів із застосуванням байєсівського підходу, теоретичні положення і наведений приклад дають змогу зробити таки **висновки:**

1. Використання методу експертних оцінок спільно з байєсівським підходом дозволяє формалізувати задачу визначення числа залучених експертів.

2. Розрахунок середніх апостеріорних ймовірностей дає можливість приймати обґрунтовані рішення щодо групи бажаних варіантів, коли думки експертів щодо всієї множини варіантів вважаються неузгодженими.

3. Розрахунок апостеріорних ймовірностей на кожній ітерації і прогнозування ймовірностей $P_m(b)$ дозволяють виключити з розгляду свідомо неперспективні варіанти.

4. Запропонований алгоритм зручний для оперативного прийняття рішень при роботі з експертами в режимі віддаленого доступу (через Internet), коли відповіді експертів надходять неодночасно.

5. Розглянута методика може бути використана в навчальному процесі в формі лабораторної та курсової робіт, у дипломних роботах і безпосередньо на виробництві при керуванні проектами, коли необхідно обрати оптимальний інвестиційний проект, керуючись конкретними вимогами інвестора.

Список використаної літератури

1. Моррис У.Т. Наука об управлении. Байесовский подход – М.: Мир, 1971. – 304 с.
2. Згуровський М. З., Бідюк П. І., Терентьєв О. М. Системна методика побудови байєсових мереж // Наукові вісті НТУУ «КПІ». – 2007. – № 4. – С. 47–61.
3. Принятие обоснованных решений с использованием экспертных оценок:Метод. указания /Сост.: Муромцев Ю.Л., Орлова Л.П. – Тамбов: Тамб. гос. техн. ун-т, 1996. –26 с.
4. Скітер І.С., Ткаленко Н.В., Трунова О.В. Математичні методи прийняття управлінських рішень: Навч. пос. - Чернігів: ЧДІЕУ, 2011.- 250 с.

Трунова Е.В. Применение байесовского подхода при принятии управленческих решений.

Рассмотрены вопросы проведения экспертизы альтернативных проектов с применением байесовского подхода. Предложен алгоритм выбора целесообразного для реализации решения, который может использоваться в режиме удаленного доступа, когда информация от экспертов поступает неодновременно.

Ключевые слова: *байесовский подход, экспертная оценка, инвестиционный проект, обучение студентов экономических специальностей.*

Trunova O.V. Application of Bayes approach to acceptance of reasonable decisions.

Problems connected with realization of alternative projects expertise, using the Bayes approach are considered. Algorithm of choosing reasonable decision which can be used in remote access mode, i.e. non-simultaneous experts information accession is suggested.

Keywords: *the Bayes approach, expert evaluation, investment project, the training of students of economic specialty.*