Силенок Г. А. Оценка интеллектуальных умений студентов высших аграрных учебных заведений

В статье доказана актуальность формирования интеллектуальных умений будущих аграриев. Высокий уровень развития интеллектуальных умений специалистов аграрного сектора в сочетании со специальными знаниями может гарантировать стремительное развитие сельского хозяйства и способствовать нахождению новых подходов к решению важных вопросов современности. Одной из главных задач современной высшей школы является воспитание интеллектуально развитой личности, способной к самообразованию и самосовершенствованию. Автор указывает на необходимость формирования и развития интеллектуальных умений студентов в процессе изучения высшей математики, ведь данная учебная дисциплина является средством повышения общего уровня образованности личности и способствует интеллектуальному развитию. В исследовании, проведенном с целью оценки интеллектуальных умений студентов аграрных вузов, приняли участие 93 студентов І курса БНАУ и 108 студентов І курса НУБиП Украины. Наиболее важные интеллектуальные умения в профессиональной деятельности по мнению студентов-агрономов: анализ, выделение главного и прогнозирование. Студенты, изучающие геодезию, убеждены, что в будущей профессиональной деятельности в большей степени им понадобится следующие умения: анализ, систематизация, выделение главного и моделирование. Уверены в первоочередности таких интеллектуальных умений как выделение главного, анализ, конкретизация и умение аргументировать и доказывать утверждения студенты изучающие садово-парковое хозяйство. Вследствие проведенного исследования мы убедились, что студенты склоняются к мнению, согласно которому в профессиональной деятельности работника аграрного сектора первоочередными интеллектуальными умениями является анализ и выделение главного.

С нашей точки зрения, указанные интеллектуальные умения формируются и развиваются в процессе изучения высшей математики.

***Ключевые слова**: студенты, аграрии, интеллект, интеллектуальные умения, оценка, анализ.*

Silenok G. Estimation of intellectual abilities of students of higher agrarian educational establishments

The article shows the topicality problems developing intellectual skills of agrarian students. It revealed the need for the formation and development of intellectual skills of students in the study of higher mathematics, because this training course is a means of raising the general level of education of the individual and promotes intellectual development. We systematized literature of sources and studied the components of these skills. It was also made an assessment and analysis of intellectual skills of students in higher agricultural education.

***Keywords:** students, agrarians, intellect, intellectual skills, evaluation, analysis.*

УДК 378.147.091.322:[51+53]: [519.854+514.87]

Шаповалова Н. В., Панченко Л. Л.
Національний педагогічний університет
імені М. П. Драгоманова (м. Київ, Україна)

РОЛЬ ВИВЧЕННЯ ТЕОРЕТИКО-ГРУПОВОГО ПІДХОДУ ДО ГЕОМЕТРІЇ У ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ СТУДЕНТІВ ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНИХ СПЕЦІАЛЬНОСТЕЙ ВНЗ

У статті розкрита роль вивчення і дослідження теоретико-групового підходу до геометрії у процесі навчання студентів фізико-математичних спеціальностей ВНЗ. Проаналізована історія *проникнення теоретико-групового мислення у фізику, у квантову теорію і квантову механіку, кристалографію, історія розвитку теорії груп і теорії зображень. Розглянуті різні критерії класифікації груп. Описані види груп, їх властивості та наведені приклади їх практичного застосування.*

Ключові слова: *група, теоретико-груповий підхід, класифікація груп, геометрія, фізика, теорія груп, теорія зображень, інваріант, геометричне перетворення.*

Велике значення для розвитку геометрії мала "Ерлангенська програма", запропонована Феліксом Клейном у 1872 р. в лекції "Порівняльний огляд новітніх геометричних досліджень", яка встановила теоретико-груповий підхід до геометрії, за яким геометрія є наукою, що вивчає властивості простору, інваріантні щодо заданої в ньому групи перетворень. Відповідно до "Ерлангенської програми" Ф. Клейна, геометричними називаються ті властивості фігур простору E і пов'язані з ними величини, які є інваріантними (незмінними) відносно кожного перетворення з даної групи G і які, таким чином, однакові у всіх G-еквівалентних фігур.

Як показав аналіз науково-методичної літератури, застосування теоретико-групового підходу до вивчення геометрії для розв'язання проблеми організації якісної навчальної і наукової діяльності студентів у вищій школі та у наближенні його до викладання шкільного курсу геометрії є однією з найважливіших складових професійно-педагогічної підготовки майбутніх вчителів математики, фізики та інформатики, про що свідчать дослідження академіка А. Н. Колмогорова, професорів Л. С. Атанасяна, А. Д. Александрова, В. Г. Болтянского, В. Ф. Кагана, О. В. Мантурова, А. В. Погорєлова, П. М. Ерднієва, І. М. Яглома, З. І. Слєпкань, М. В. Працьовитого та інших.

Мета статті полягає у розкритті ролі вивчення і дослідження теоретико-групового підходу до геометрії у процесі навчання студентів фізико-математичних спеціальностей ВНЗ; аналізі історії проникнення теоретико-групового мислення у фізику, у квантову теорію і квантову механіку, історії розвитку теорії груп і теорії зображень; розгляді різних критеріїв класифікації груп, а саме: в залежності від кількості елементів множини (точніше, від її потужності) – скінченні, нескінченні дискретні, неперервні і змішані неперервні групи, за іншим критерієм: дискретність або неперервність; описі видів груп, їх властивостей та практичного застосування, а саме: застосування в спеціальній теорії відносності, яка є певною "геометрією", що вивчає інваріанти так званої "групи Лоренца", і вимагає однакового вираження фізичних законів в різних системах координат (відліку), в якій вивчаються ті властивості фігур, які однаково виражаються в різних системах координат; дослідженні схем практичного використання теорії груп в атомній фізиці і кристалографії, в математичних методах сучасної фізики для студентів фізико-математичних спеціальностей ВНЗ.

Нехай задано множину E елементів довільної природи і деяку групу G її перетворень. Домовимось називати множину E простором, її елементи – точками, а кожну сукупність точок – фігурою. Ті властивості фігури F і величини, що з нею зв'язані, які зберігаються при всіх перетвореннях групи G, називають інваріантами (інваріантними властивостями) групи G ("invariant" – незмінний). Геометрією групи G називається система тверджень про властивості фігур і з ними зв'язаних величин, інваріантних відносно всіх перетворень групи G.

Різні групи перетворень приводять до різних геометрій. Так, евклідова геометрія визначається групою перетворень подібності і її підгрупою – групою рухів, тобто вивчає такі властивості геометричних фігур, які зберігаються при перетвореннях подібності і рухах. Афінна геометрія визначається групою афінних перетворень, тобто вивчає ті властивості геометричних фігур, які зберігаються при афінних перетвореннях: прямолінійність, паралельність, відношення відрізків однієї прямої. Проективна геометрія визначається групою проективних перетворень, тобто вивчає властивості геометричних фігур, що зберігаються при проективних перетвореннях: прямолінійність, подвійне або складне відношення чотирьох точок, які лежать на одній прямій (гармонізм) [5]. Геометрія Лобачевського визначається групою проективних перетворень, що переводить в себе деяке коло (або довільний конічний переріз).

Предметом сучасної геометрії поряд з формами і відношеннями тіл звичайного простору являються також інші форми і відношення, взяті з дійсності, шляхом максимального (математичного) абстрагування, маючи структуру, подібну до структури, форм і відношень тіл звичайного простору. Ті або інші сукупності об’єктів, відношення між якими описуються системами аксіом, отримали назву узагальнених або абстрактних просторів, а вивчення цих просторів і заданих в них об’єктів, і складає зміст геометрії в сучасному розумінні слова.

“Ерлангенська програма” Ф. Клейна відіграла велику стимулюючу роль для подальшого розвитку геометрії (в розгляд було введено досить широке коло різних (нових) геометрій), хоча і не стала всеохоплюючою для неї (вона не містить деяких важливих розділів геометрії, наприклад, ріманову геометрію).

Визначення геометрії як теорії інваріантів групи перетворень еквівалентне точці зору, коли задають не перетворення простору, а перетворення координат в ньому, причому вивчаються ті властивості фігур, які однаково виражаються в різних системах координат. Ця точка зору знайшла застосування в теорії відносності, яка вимагає однакового вираження фізичних законів в різних системах координат (відліку) [6].

Теоретико-груповий підхід до геометрії дозволив Ф. Клейну виявити глибокі зв’язки між різними геометріями, відкритими до того часу, розглянути їх з єдиної точки зору і розмістити їх в ієрархічному порядку.

Проникнення теоретико-групового мислення у фізику почалося на рубежі 19 і 20 століть. Цьому сприяли два видатні досягнення в двох різних областях природознавства – класифікації кристалів і кристалографічних симетрій Е. Федорова і А. Шенфліса (1892 р.), та спеціальна теорія відносності Ейнштейна-Пуанкаре (1895 р.).

Групова точка зору на геометрію важлива для багатьох розділів фізики. Найбільш відомим застосуванням теорії груп в доквантовій фізиці є опис симетрії кристалів. Відомі 32 точкові і 230 просторових груп симетрії кристалів. Цікаво, що в 1830 році, коли виник математичний термін “група”, Гессель вивів 32 кристалографічні класи. Вони описують симетрію оточення для тієї чи іншої позиції в кристалі. Класифікація відомим російським кристалографом Е. Федоровим і німецьким вченим А. Шенфлісом в 1891 році 230 просторових груп вважається шедевром аналізу. Крім поворотів навколо осей симетрії, відображень у площинах симетрії, інверсійних перетворень кристала, включають ще дискретні трансляції кристала. Цікаво, що це було зроблено ще до відкриття атомної структури кристалів.

Але в 19 столітті фізична і математична галузі теорії груп розвивались практично незалежно одна від одної. Широке впровадження групового апарата в фізику почалось невдовзі після створення квантової механіки і пов’язано воно з іменами Г. Вейля, Е. Вігнера, Г. Бете, Ю. Рака та багатьох інших відомих математиків і фізиків.

Так, спеціальна теорія відносності є певною “геометрією”, що вивчає інваріанти так званої “групи Лоренца”. Груповий погляд на геометрію знаходить застосування в атомній фізиці і кристалографії. Так, російський вчений Е. С. Федоров в 1890 р. довів, що існує рівно 230 груп рухів простору, що є групами самосуміщень атомних структур різних кристалів, їх називають федорівськими групами. Дослідження Федорова вважаються основою вчення про кристали. При певних умовах кристалізація мінералів відбувається відповідно до однієї з федорівських груп. Наприклад, кухонна сіль кристалізується в формі кубів, а група самосуміщень куба є однією з федорівських груп [6].

Становлення квантової теорії і квантової механіки йшло паралельно з розвитком теорії груп і теорії зображень. У роботах Гайзенберга і Дірака квантово-механічні змінні були представлені як елементи асоціативної алгебри, які задовольняють деяким комутаційним співвідношенням, а стани системи – як вектори простору зображень цієї алгебри. Нова форма рівнянь квантової теорії вимагала і нового математичного апарату.

Можливості застосування теорії груп значно розширились у зв'язку з тим, що стани в квантовій механіці, на відміну від класичної, задаються векторами в абстрактному гільбертовому просторі, а перетворення симетрії зображаються унітарними (або антиунітарними) перетвореннями цього простору. Було встановлено, що група симетрії квантово-механічної системи і її незвідні зображення можуть бути використані для класифікації енергетичного спектра і стаціонарних станів системи, обчислень матричних елементів і розрахунків по теорії збурень. Зображення гамільтоніана у вигляді суми послідовно спадних членів, що враховують все більш тонкі взаємодії в системі, на мові теорії груп означає поступове зниження симетрії, перехід від вихідної групи високої симетрії до її підгруп. При такому підході виявляється можливим прослідкувати за генеалогією рівнів енергії системи і її стаціонарних станів. Він широко використовується в теорії атомних і ядерних спектрів, спектрів молекул і твердих тіл. Без великих змін груповий підхід можна використовувати для розгляду спектрів інших величин, за якими ведеться спостереження. В теорії спектрів елементарних частинок розв'язується скоріше обернена задача: за наявними спектрам (або їх частинам) вгадати симетрію, яка об'єднує різні частинки.

Потреби фізики стимулювали розвиток цілого ряду значних напрямків математичної теорії груп, таких як канонічні форми незвідних зображень різних груп, теорія коефіцієнтів Клебша-Гордана (названі за ім'ям А. Клебша (A. Klebsch) і П. Гордана (P. Gordan)), унітарні зображення некомпактних груп Лі, різні розширення груп Пуанкаре. Перші значні результати в цих напрямках були отримані саме фізиками.

Тому для успішного застосування ідей симетрії крім загальних понять теорії груп та їх зображень необхідно досить детально знати конкретні групи симетрії, які часто зустрічаються в фізиці. В їх число входять групи, що описують "геометрію" систем: група обертань у тривимірному просторі, яка лежить в основі атомної спектроскопії, різні її скінченні підгрупи ("точкові групи симетрії"), що описують зовнішню симетрію молекул і кристалів, група перестановок однакових частинок. Особливе місце в цьому ряду займає симетрія відносно інверсії (обернення) часу, яка вводить в фізику антиунітарні перетворення. Унітарні групи різних порядків використовуються в теорії елементарних частинок і в теорії атомних спектрів (при розгляді термів розглядуваної конфігурації). Група Лоренца визначає структуру простору-часу в спеціальній теорії відносності; в загальній теорії відносності для опису полів тяжіння застосовуються і інші групи Лі.

На сьогодні теоретико-групові методи домінують в арсеналі математичних методів сучасної фізики, демонструють свою ефективність і універсальність в усіх галузях фізики.

Схема практичного використання теорії груп у багатьох задачах наступна: опис симетрії системи, створення звідного зображення на множині станів системи, які розглядаються в даній задачі, розклад його на незвідні складові за допомогою операторів проектування і, при необхідності, розрахунки матричних елементів на отриманих проектуванням симетричних станах.

Існують різні критерії класифікації груп. В залежності від кількості елементів множини G (точніше, від її потужності) розрізняють групи скінченні, нескінченні дискретні, неперервні і змішані неперервні.

Якщо кількість елементів в групі скінченна, то група називається скінченною. Кількість елементів скінченної групи називають її *порядком.* Якщо кількість елементів в групі нескінченна, то така група називається нескінченною.

Також групи можна класифікувати за іншим критерієм: дискретність або неперервність.

Дискретна група складається з дискретної множини елементів. Елементи нескінченної дискретної групи можна перенумерувати за допомогою натурального ряду чисел або будь-якої зчисленної множини символів. Наприклад, група трансляцій (паралельних перенесень) нескінченної кристалічної решітки – нескінченна дискретна абелева група. В якості елементів групи можна розглядати вектори трансляцій $\vec{a}(m,n,k) = m\vec{a}_1 + n\vec{a}_2 + k\vec{a}_3$, де m,n,k – будь-які цілі числа; а $\vec{a}_1, \vec{a}_2, \vec{a}_3$ визначають елементарні трансляції, паралелепіпед, побудований на них, є елементарною ланкою кристала.

Коли елементи групи неперервно залежать від будь-яких параметрів, то група називається неперервною. Елементи неперервної групи задаються за допомогою скінченної кількості параметрів, які неперервно змінюються. Найбільш відомим прикладом неперервних груп є групи Лі. Більш точно, група Лі – це група, множина елементів якої утворює гладкий многовид. За допомогою груп Лі як груп симетрій знаходяться розв'язки диференціальних рівнянь.

Група називається *компактною,* якщо її параметри пробігають обмежені інтервали значень. Наприклад, група обертань в тривимірному евклідовому просторі $SO(3,R)$ (інші позначення O_3^+, R_3) – неперервна трипараметрична компактна група; одна з можливих параметризацій – за допомогою трьох кутів Ейлера.

У *змішаних групах* деякі параметри пробігають дискретний (зокрема, скінченний) набір значень. Наприклад, повна ортогональна група в трьох вимірах $O(3,R)$ (або O_3) є прикладом змішаної групи – три неперервних параметри (кути Ейлера) доповнюються четвертим параметром, який приймає два значення (скажемо, + і -) та розрізняє власні і невласні обертання.

Класифікація та властивості дискретних та кристалографічних груп рухів площини були дослідженні нами в попередніх публікаціях [10].

Висновки.

Перетворення множини в будь-якій геометричній теорії відіграють особливу роль, що обумовлено, перш за все тим, що значна частина фігур та їх властивостей, які вивчаються в геометрії, мають інваріантно-геометричний характер. Це означає, що геометрія є наукою, яка вивчає фігури та їх властивості, які є інваріантними відносно групи перетворень відповідної множини.

Теоретико-груповий підхід до вивчення евклідової геометрії дозволяє по-іншому розглядати рухи та з іншої точки зору оцінити їх роль в доведенні теорем і розв'язуванні задач шкільного курсу. Тема "Рухи" є стрижневою як для шкільного, так і для вузівського курсу геометрії.

Необхідність вивчення теорії геометричних перетворень в шкільному курсі геометрії полягає в тому, що це один з найбільш ефективних способів розв'язання багатьох геометричних задач на доведення, побудову та обчислення.

Проведене дослідження дозволяє акцентувати увагу на зв'язок теоретико-групового підходу до геометрії з геометричними перетвореннями, які вивчаються студентами в курсі таких навчальних дисциплін як "Аналітична геометрія", "Проективна геометрія і методи зображень", "Основи геометрії", встановити міжпредметні зв'язки з шкільним курсом геометрії, алгеброю, фізикою, квантовою теорію і квантовою механікою, спеціальною теорією відносності, топологією, теорією груп і алгебр Лі, кристалографією, орнаментальним мистецтвом та іншими галузями науки і промисловості.

Оптимальний об'єм, новизна, оптимальна важкість, пізнавальний інтерес, колорит, наявність використання міжпредметних зв'язків, поступальний розвиток – це найкращій спосіб засвоєння знань і зацікавлення ними майбутніх вчителів математики, фізики та інформатики.

В цьому розумінні теоретико-груповий підхід до вивчення як евклідової геометрії, так і неевклідових геометрій, а саме, проективної геометрії, гіперболічної геометрії або геометрії Лобачевського є невичерпним джерелом для нових наукових досліджень, цікавих робіт та математичних роздумів, для розв'язування різних геометричних і фізичних задач та апробування їх на практиці студентами фізико-математичних спеціальностей вищих навчальних закладів.

Використана література:

1. Дорофеев С. Н. Теория и практика формирования творческой активности будущих учителей математики в педагогическом вузе [Электронный ресурс] : дис. ... д-ра пед. наук : 13.00.02, 13.00.08 . / Дорофеев Сергей Николаевич. – М. : РГБ, 2003. – 390 с.
2. Клейн Ф. Сравнительное обозрение новейших геометрических исследований ("Эрлангенская программа") / Ф. Клейн ; пер. Д. М. Синцова // В кн.: Об основаниях геометрии. – М., 1956. – С. 399-434.
3. Клейн Ф. Элементарная математика с точки зрения высшей : в 2-х томах / Ф. Клейн ; [пер. с нем. Д. А. Крыжановского] ; под ред. В. Г. Болтянского. – 2-е изд. – М.: Наука, 1987. – Т. 2. Геометрия. – 1987. – 416 с.
4. Працьовитий М. В. Аналітична геометрія. Геометричні перетворення. Тема 1: Перетворення множини. Теоретико-груповий погляд на геометрію / М. В. Працьовитий. – К. : Вид-во НПУ імені М. П. Драгоманова, 2013. – 20 с.
5. Ромакина Л. Н. Преобразования гиперболической плоскости : учебно-методическое пособие для преподавателей, аспирантов и студентов-математиков педагогических специальностей вузов. / Л. Н. Ромакина. – Саратов, 2010. – 54 с.
6. Слєпкань З. І. Наукові засади педагогічного процесу у вищій школі : навч. посіб. / З. І. Слєпкань. – К. : Вища шк., 2005. – 239 с.
7. Шаповалова Н. В. Дискретні та кристалографічні групи рухів, їх класифікація і застосування / Н. В. Шаповалова, Л. Л. Панченко, О. О. Манькута // Математика в сучасному технічному університеті : матеріали ІІІ Міжнар. наук.-практ. конф. (Київ, 25–26 груд. 2014 р.). – К. : НТУУ "КПІ", 2015. – С. 126-130.

References:

1. Dorofeev S. N. Teoriya i praktika formirovaniya tvorcheskoy aktivnosti buduschih uchiteley matematiki v pedagogicheskom vuze [Elektronnyiy resurs] : Dis. ... d-ra ped. nauk : 13.00.02, 13.00.08 / Dorofeev Sergey Nikolaevich. – M. : RGB, 2003. – 390 s. (Iz fondov Rossiyskoy Gosudarstvennoy biblioteki).
2. Klein F. "Vergleichende Betrachtungen über neuere geometrische Forschungen" ('A comparative review of recent researches in geometry') / F. Klein // Mathematische Annalen. –1893. – Vol. 43. – P. 63–100.
3. Klein F. Elementarmathematik vom Hoheren Standpunkte aus. Zweiter Band Geometrie / F. Klein. – 3te Auflage. – Berlin : Verlag von Julius Springer, 1925. – 304 s.
4. Prats'ovytyy M. V. Analitychna heometriya. Heometrychni peretvorennya. Tema 1: Peretvorennya mnozhyny. Teoretyko-hrupovyy pohlyad na heometriyu / M. V. Prats'ovytyy. – K. : Vyd-vo NPU imeni M. P. Drahomanova, 2013. – 20 s.
5. Romakina L. N. Preobrazovaniya giperbolicheskoy ploskosti. Uchebno-metodicheskoe posobie dlya prepodavateley, aspirantov i studentov-matematikov pedagogicheskih spetsialnostey vuzov / L. N. Romakina. – Saratov, 2010. – 54 s.
6. Slyepkan' Z. I. Naukovi zasady pedahohichnoho protsesu u vyshchiy shkoli : Navch. posib. / Z. I. Slyepkan'. – K. : Vyshcha shk., 2005. – 239 s.

7. Shapovalova N. V. Dyskretni ta krystalohrafichni hrupy rukhiv, yikh klasyfikatsiya i zastosuvannya / N. V. Shapovalova, L. L. Panchenko, O. O. Man'kuta // Matematyka v suchasnomu tekhnichnomu universyteti : materialy III Mizhnar. nauk.-prakt. konf. (Kyyiv, 25–26 hrud. 2014 r.). – K. : NTUU "KPI", 2015. – S. 126-130.

Шаповалова Н. В., Панченко Л. Л. Роль изучения теоретико-групового подхода к геометрии в процессе обучения студентов физико-математических специальностей ВУЗов.

В статье раскрыта роль изучения и исследования теоретико-групового подхода к геометрии в процессе обучения студентов физико-математических специальностей ВУЗов. Проанализирована история проникновения теоретико-групового мышления в физику, в квантовую теорию и квантовую механику, кристаллографию, история развития теории групп и теории представлений. Рассмотрены различные критерии классификации групп. Описаны виды групп, их свойства и приведены примеры их практического применения.

Преобразования множества в любой геометрической теории играют особенную роль, что обусловлено, прежде всего, тем, что значительная часть фигур и их свойств, которые определяются в геометрии, имеют инвариантно-геометрический характер. Это означает, что геометрия является наукой, которая изучает фигуры и их свойства, инвариантные относительно группы преобразований соответствующего множества. Проведенное исследование позволяет акцентировать внимание на связи теоретико-групового подхода к геометрии с геометрическими преобразованиями.

Применение теоретико-группового подхода к изучению геометрии для решения проблемы организации качественной учебной и научной деятельности студентов высших учебных заведений и в приближении его к преподаванию школьного курса геометрии является одной из наиболее важных составляющих профессионально-педагогической подготовки будущих учителей математики, физики и информатики.

***Ключевые слова**: группа, теоретико-групповой подход, классификация групп, геометрия, физика, теория групп, теория представлений, инвариант, геометрическое преобразование.*

Shapovalova N. V., Panchenko L. L. The role of studying group- theoretical approach to geometry in educational process of students of physics and mathematics specialities in high school.

The article analyzes the role of studying and investigating group-theoretical approach to geometry in educational process of students of physics and mathematics specialities in high school. The authors analyze history of penetration of group-theoretical thinking into physics, quantum theory and quantum mechanics and crystallography and history of evolution of group theory and theory of representations. Various criteria of group classification are explored together with depicting the types of groups, their properties and examples of their practical application.

***Keywords:** group, group-theoretical approach, classification of groups, geometry, physics, group theory, theory of representations, invariant, geometrical transformation.*