

УДК: 537.8 (07) (043)

Кульчицький В. І.
Тернопільський національний технічний університет
імені І. Пулюя (м. Тернопіль, Україна)

ФОРМУВАННЯ ФУНДАМЕНТАЛЬНИХ ФІЗИЧНИХ ПОНЯТЬ У СТУДЕНТІВ У ПРОЦЕСІ ВИВЧЕННЯ АТОМА ВОДНЮ У КВАНТОВІЙ МЕХАНІЦІ

У роботі розглядається формування фундаментальних фізичних понять у студентів технічних спеціальностей вузів у процесі вивчення теми “Атом водню у квантовій механіці” розділу “Атомна фізика”. Розроблено методику формування у студентів фундаментальних фізичних понять симетрія, відносність, ймовірність, електромагнітна взаємодія, спин електрона з точки зору сучасних фізичних теорій.

У роботі проаналізовано фізичну суть хвильової функції водневоподібних атомів, розкрито зміст фундаментальних понять “електромагнітне поле”, “електромагнітна взаємодія”, “спін електрона”.

Розв’язок рівняння Шредінгера для водневоподібного атома без додаткових умов дає результат, що водневоподібні атоми знаходяться тільки у дискретних енергетичних станах.

Пропонований підхід вивчення теми “Атом водню у квантовій механіці” дозволяє якісно засвоїти студентам поняття спіна електрона; пояснити мультиплетну структуру спектру лужних металів; розробити методику вивчення фізики твердого тіла для студентів технічних спеціальностей вузів на основі фундаментальних фізичних понять та принципів без логічного конфлікту із знаннями, набутими раніше.

***Ключові слова:** фундаментальні фізичні поняття, система фундаментальних фізичних понять, електромагнітне поле, електромагнітна взаємодія, квантова механіка, атом водню, спин електрона, методика формування фундаментальних фізичних понять.*

Вивченню атомної фізики у технічних вузах приділяється значна увага, оскільки основні ідеї та методи фізики атомів та молекул лежать в основі багатьох виробничих та наукових застосувань. Окрім того зміст фундаментальних понять **електромагнітне поле**, **електромагнітна взаємодія** та **спін електрона** навряд чи може бути розкритий поза детальним аналізом фізики атомів та молекул та фізичної природи електромагнітного випромінювання.

Разом з тим, у підручниках фізики для технічних вузів [2], [3], які використовуються в даний час, присутні неточності, які перешкоджають правильному розумінню понять, згаданих вище. Більше того, подання матеріалу та вживані у них відповідні означення не у повній мірі розкривають зміст фундаментальних фізичних понять **електромагнітна взаємодія** та **спін електрона**, які використовуються у сучасній фізиці як науці [1; 4; 5; 6; 7]. Ми пропонуємо підхід, який дозволяє уникнути цих недоліків, одночасно роблячи навчальний матеріал більш доступним студентам.

Тому **метою статті** є формування фундаментальних фізичних понять (ФФП) у студентів технічних вузів у процесі вивчення теми “Атом водню у квантовій механіці” розділу “Атомна фізика” та застосування ідей симетрії, відносності, ймовірності, електромагнітної взаємодії у процесі вивчення студентами фізики атомів та молекул з точки зору сучасних фізичних теорій [1, с. 229-336; 4; 5, с. 93-114; 6, с. 10-48; 7].

На нашу думку, у студентів технічних вузів вивчення фізики атомів та молекул та формування понять “електромагнітна взаємодія” та “спін електрона” доцільно будувати на основі **ФФП**, зокрема таких як **ймовірність**, **відносність**, **симетрія** та **взаємодія**.

Зупинимось на основних моментах підходу, який ми пропонуємо.

Енергетичні рівні атома водню, згідно теорії Бора, знаходять на основі правил квантування координат та імпульсу електрона, які приводять до того, що для можливих значень енергії отримується вираз:

$$E = -\frac{m_e e^4 Z^2}{2\hbar^2 n^2}, \quad (1)$$

де $\frac{m_e e^4}{2\hbar^2} = R$ – стала Рідберга, \hbar – стала Планка, m_e – маса електрона, e – заряд електрона, Z – порядковий номер атома, $n = 1, 2, 3, \dots$ – головне квантове число [5, с. 59-61]. З точки зору квантової механіки розглянемо систему, що складається з нерухомого ядра із зарядом $Z|e|$ (Z – ціле число) і електрона, що рухається навколо нього. При $Z > 1$ така система – водневоподібний іон; при $Z = 1$ вона являє собою атом водню. Потенціальна енергія електрона у полі ядра дорівнює:

$$U = -\frac{e^2 Z}{r}, \quad (2)$$

де r – відстань електрона від ядра. Рівняння Шредінгера матиме вигляд:

$$\Delta\psi + \frac{2m_e}{\hbar^2} \left(E + \frac{e^2 Z}{r} \right) \psi = 0, \quad (3)$$

де m_e – маса електрона [5, с. 93]. Поле, у якому рухається електрон, є центрально-симетричним. У сферичній системі координат r, ϑ, φ хвильову функцію шукатимемо у вигляді $\psi = \psi(r, \vartheta, \varphi)$. Координати x, y, z зв'язані з r, ϑ, φ співвідношеннями: $x = r \sin \vartheta \cdot \cos \varphi$, $y = r \sin \vartheta \cdot \sin \varphi$, $z = r \cos \vartheta$.

Підставимо у рівняння Шредінгера вираз оператора Лапласа у сферичних координатах, отримаємо [5, с. 93; 1, с. 326-330]:

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \psi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial \psi}{\partial \vartheta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \vartheta} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \varphi^2} + \frac{2m_e}{\hbar^2} \left(E + \frac{e^2 Z}{r} \right) \psi = 0. \quad (4)$$

Рівняння (4) розв'язуємо шляхом розділення змінних. Введемо $\psi(r, \vartheta, \varphi) = R(r) \cdot Y(\vartheta, \varphi)$ та підставимо це значення у (4), поділимо отриманий результат на добуток $R(r) \cdot Y(\vartheta, \varphi)$ та помножимо його на r^2 [5, с. 97-99]:

$$\frac{1}{R} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{1}{Y \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial Y}{\partial \vartheta} \right) + \frac{1}{Y \sin^2 \vartheta} \frac{\partial^2 Y}{\partial \varphi^2} + \frac{2m_e r^2}{\hbar^2} \left(E + \frac{e^2 Z}{r} \right) = 0.$$

Оскільки одна частина цього рівняння залежить тільки від r , а інша – тільки від ϑ, φ то їх сума може дорівнювати нулю тільки тоді, коли обидві частини дорівнюють одній і тій самій сталій величині λ , взятій з протилежним знаком:

$$\frac{1}{R} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{2m_e r^2}{\hbar^2} \left(E + \frac{e^2 Z}{r} \right) = \lambda, \quad (5)$$

$$\frac{1}{Y \sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \vartheta} \left(\sin \vartheta \frac{\partial Y}{\partial \vartheta} \right) + \frac{1}{Y \sin^2 \vartheta} \frac{\partial^2 Y}{\partial \varphi^2} = -\lambda. \quad (6)$$

Рівняння (5) та (6) мають скінченні, однозначні і неперервні розв'язки при визначених значеннях параметрів E та λ . Рівняння (6) розв'язується з допомогою сферичних функцій l -го порядку $Y_{lm}(\vartheta, \varphi)$ при умові, що

$$\lambda = l(l+1), \text{ де } l = 0, 1, 2, \dots \quad (7)$$

Існує $2l+1$ різних сферичних функцій l -го порядку, лінійно незалежних одна від

одної, тому у виразі для $Y_{lm}(\vartheta, \varphi)$ індекс m приймає $2l+1$ наступних значень:

$$m = l, l-1, l-2, \dots, 0, \dots, -(l-2), -(l-1), -l. \quad (8)$$

Рівняння (5) при $\lambda = l(l+1)$, приймає вигляд:

$$\frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{dR}{dr} \right) + \frac{2m_e r^2}{\hbar^2} \left(E + \frac{e^2 Z}{r} - \frac{l(l+1)\hbar^2}{2m_e r^2} \right) R = 0. \quad (5a)$$

При $E < 0$ останнє рівняння має скінченні розв'язки при $r \rightarrow \infty$ тільки тоді, коли E приймає значення:

$$E_n = -\frac{m_e e^4 Z^2}{2\hbar^2 (n'+l+1)^2}, \quad (9)$$

де n' – ціле число, а отже, $n'+l+1$ є також ціле число n , що співпадає з (1), отриманим у теорії Бора [5, с. 60, 93; 1, с. 330]. Випадок $E > 0$ відповідає електрону, що пролітає поблизу ядра і віддаляється на нескінченність, а випадок $E < 0$ відповідає електрону, зв'язаному з ядром.

Отже, із рівняння Шредінгера випливає, що атом водню та подібні до нього іони можуть знаходитися лише у ряді дискретних енергетичних станів із значеннями енергії, які виражаються формулою (1). Кожен такий стаціонарний стан характеризується трьома цілими числами n' , l , та m , причому енергія залежить тільки від $n'+l$ та не залежить від m . Оскільки $n' \geq 0$, то $n \geq l+1$ і отже, l при даному n може приймати значення $l = 0, 1, 2, \dots, (n-1)$.

Ймовірність знаходження електрона в елементі об'єму $dV = r^2 \sin \vartheta dr d\vartheta d\varphi = r^2 dr d\Omega$ визначається виразом $dP_{r,\vartheta,\varphi} = R_{nl}^2 r^2 dr Y_{lm}^* Y_{lm} d\Omega$.

Взявши інтеграл від цього виразу по повному тілесному куту 4π , знайдемо імовірність dP_r того, що електрон знаходиться у кульовому шарі радіусом r товщиною dr : $dP_r = R_{nl}^2 r^2 dr$, а вираз $R_{nl}^2 r^2$ є густина ймовірності знаходження електрона на відстані r від ядра [5, с. 98; 1, с. 331-336]:

$$\psi \psi^* dV = RR^* r^2 \cdot YY^* \sin^2 \vartheta \cdot dr \cdot d\vartheta \cdot d\varphi. \quad (10)$$

На рис. 1 а), б), в) зображено графіки величин $RR^* r^2$, які дають множник у виразі (10), який залежить від числового значення радіус-вектора \vec{r} .

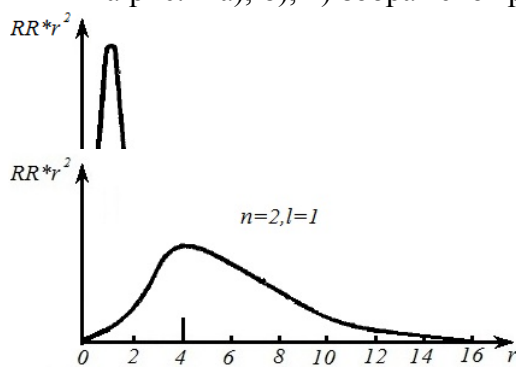


Рис. 1. б)

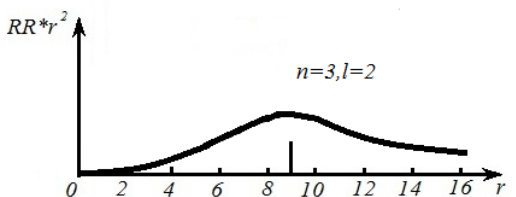


Рис. 1. в)

Власні функції рівняння Шредінгера містять три цілі числові параметри n , l , m : $\psi = \psi_{nml}(r, \vartheta, \varphi)$. Параметр n – головне квантове число, співпадає з номером рівня енергії, l – азимутальне квантове число, m – магнітне квантове число, що визначає модуль моменту імпульсу і його проекцію на деякий напрямок z .

$$M = \hbar \sqrt{l(l+1)}, l = 0, 1, 2, \dots, n-1.$$

$$M_z = m\hbar, m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm l.$$

Енергія електрона залежить тільки від головного квантового числа n [1, с. 328].

Отже, кожному власному значенню енергії E_n (крім E_1) відповідає декілька власних функцій ψ_{nml} , які відрізняються значеннями квантових чисел l та m . Це означає, що атом водню може

мати одне і те ж значення енергії, знаходячись у декількох різних вироджених станах.

Для водню кратність виродження обчислюємо, виходячи із можливих значень l та m . Кожному із n значень квантового числа l відповідає $2l+1$ значень квантового числа m .

Отже, кількість різних станів, що відповідають даному n , дорівнює: $\sum_{l=0}^{n-1} (2l+1) = n^2$.

Дослідження спектрів лужних металів показало, що кожна лінія цих спектрів є подвійною (дублет). Так, характерна для натрію жовта лінія $3p \rightarrow 3s$ складається із двох ліній з довжиною хвиль 5890 і 5896 Å.

Для пояснення розщеплення рівнів у 1925 р. Гаудсміт та Уленбек висунули гіпотезу про те, що електрон має власний момент імпульсу M_s , який не зв'язаний із рухом електрона у просторі. Цей власний момент було названо спіном [5, с. 107-113; 1, с. 328]. Спочатку припускали, що спін обумовлений обертанням електрона навколо своєї осі. Але заряджена кулька, яка обертається, повинна мати магнітний момент, причому відношення магнітного моменту до механічного: $\frac{\mu}{M} = -\frac{e}{2m_e c}$.

Було встановлено, що електрон поряд із власним механічним моментом має і власний магнітний момент μ_s . Ряд дослідних фактів свідчать про те, що відношення власного магнітного і механічного моментів у 2 рази більше, ніж для орбітальних моментів:

$$\frac{\mu_s}{M_s} = -\frac{e}{m_e c}.$$

Тому уявлення про електрон як про кульку, що обертається, виявилось неправильним. Наявність спіна і всі його властивості впливають із встановленого Діраком рівняння квантової механіки, що задовольняє вимогам теорії відносності. Спін мають протони, нейтрони, фотони та інші елементарні частинки (крім мезонів). Спін – квантовий і релятивістський ефект одночасно.

Величина власного моменту імпульсу електрона визначається за загальними законами квантової механіки так званим спіновим квантовим числом s , рівним $1/2$:

$$M = \hbar \sqrt{s(s+1)} = \hbar \sqrt{\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2}} = \frac{1}{2} \hbar \sqrt{3}.$$

Проекція спіна на заданий напрямок може приймати квантовані значення, що відрізняються одне від одного на \hbar : $M_{sz} = m_s \hbar, (m_s = \pm s = \pm \frac{1}{2})$.

Щоб знайти значення власного магнітного моменту електрона, помножимо M_s на відношення μ_s до M_s :

$$\mu_s = -\frac{e}{m_e c} M_s = -\frac{e\hbar}{m_e c} \sqrt{s(s+1)} = -2\mu_B \sqrt{s(s+1)} = -\mu_B \sqrt{3}, \text{ де } \mu_B \text{ – магнетон Бора. Знак мінус}$$

вказує на те, що механічний M_s і магнітний μ_s момент електрона напрямлені протилежно. Проекція власного магнітного моменту електрона на заданий напрямок може приймати значення [5, с. 108-112]:

$$\mu_{sz} = -\frac{e}{m_e c} M_{sz} = -\frac{e}{m_e c} \hbar m_s = -\frac{e\hbar}{m_e c} \cdot \left(\pm \frac{1}{2} \right) = \mp \mu_B.$$

Існування спіну електрона пояснює мультиплетну структуру спектру лужних металів. Розглядаємо це на прикладі атома натрію [1, с 93-130].

Обумовлене спіном розщеплення енергетичних рівнів є релятивістським ефектом. Релятивістська квантова теорія дає для відстані між рівнями тонкої структури ${}^2P_{1/2}$ та ${}^2P_{3/2}$

водневоподібного атому значення $\Delta E = \frac{\alpha^2}{16} E_i$, де E_i – енергія іонізації водневоподібного атома (обчислена у припущенні, що маса ядра нескінченно велика) α – стала тонкої структури: $\alpha = \frac{e^2}{\hbar c} \approx \frac{1}{137}$ [5, с. 112-113; 1, с. 80-85].

Стала тонкої структури α належить до фундаментальних констант природи. Обчислимо енергію взаємодії двох електронів, які знаходяться на відстані $\frac{\hbar}{m_e c}$ один від одного у дійсній системі одиниць у квантовій електродинаміці. (У якості одиниці маси тут приймається маса електрона m_e , одиниці довжини – комптонівська довжина хвилі електрона $\lambda_c = \frac{\hbar}{m_e c}$, одиниці енергії – енергія спокою електрона $m_e c^2$).

Вираз $\frac{e^2}{(\hbar / m_e c)}$ поділимо на $m_e c^2$, отримаємо: $\frac{e^2 / (\hbar / m_e c)}{m_e c^2} = \frac{e^2}{\hbar c} = \alpha$.

З цього випливає, що α представляє собою квадрат елементарного заряду, вираженого у дійсних одиницях, і тому α називається **константою зв'язку електрона з електромагнітним полем**.

Висновки. Застосування запропонованого підходу із детальним аналізом фізичної природи хвильової функції для водневоподібних атомів сприяє не лише формуванню фундаментальних фізичних понять **електромагнітне поле, електромагнітна взаємодія та спін електрона** у відповідності до їх розуміння у сучасній фізичній науці, але й створює передумови для якісного засвоєння студентами технічних спеціальностей вузів змісту цих понять. Завдяки запропонованому підходу виникають перспективи подальших досліджень та розробки для студентів технічних спеціальностей вузів методики вивчення фізики твердого тіла на основі фундаментальних фізичних понять та принципів.

Використана література:

1. Вихман Э. Квантовая физика Серия “Берклеевский курс физики”: [учеб. руководство; пер. с англ.] / под ред. А. И. Шальникова, А. О. Вайсенберга. – М. : Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. – Т. 4. – 392 с., ил.
2. Детлаф А. А. Курс физики / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – М. : ВШ, 1989.
3. Курс фізики / за ред. І. Є. Лопатинського. – Львів : Бескид-Біт, 2002.
4. Матвеев А. Н. Электричество и магнетизм : [учеб. пособие] / А. Н. Матвеев. – М. : Высшая школа, 1983. – 463 с.
5. Савельев И. В. Курс общей физики : [учеб. пособие. В 3-х т.] / И. В. Савельев. – [3-е изд., испр.]. – М. : Наука, 1987. – Т. 3. – 320 с.
6. Фейнман Р. Теория фундаментальных процессов / Р. П. Фейнман. – [пер. с англ. под ред. Д. В. Ширкова]. – М. : Наука, 1978. – 200 с.
7. Шут М. І. Електрика та магнетизм : [навч.-метод. посіб. для самост. роботи] / М. І. Шут. – К., 2002. – 236 с.

References:

1. Vykhman Э. Kvantovaia fizyka Seryia "Berkleevskiy kurs fizyky": [ucheb. rukovodstvo; per. s anhl.] / pod red. A. Y. Shalnykova, A. O. Vaisenberha. – M. : Nauka, Hl. red. fiz.-mat. lyt., 1986. – T. 4. – 392 s., yl.
2. Detlaf A. A. Kurs fizyky / A. A. Detlaf, B. M. Yavorskiy. – M. : VSh, 1989.
3. Kurs fizyky / za red. I. Ye. Lopatynskoho. – Lviv : Beskyd-Bit, 2002.
4. Matveev A. N. Эlektrychestvo y mahnetyzm : [ucheb. posobyе] / A. N. Matveev. – M. : Vysshaya shkola, 1983. – 463 s.
5. Savelev Y. V. Kurs obshchei fizyky : [ucheb. posobyе. V 3-kh t.] / Y. V. Savelev. – [3-e yzd., yspr.]. – M. : Nauka, 1987. – T. 3. – 320 s.
6. Feinman R. Teoriya fundamentalnykh protsessov / R. P. Feinman. – [per. s anhl. pod red. D. V. Shyrkova]. – M. : Nauka, 1978. – 200 s.
7. Shut M. I. Elektryka ta mahnetyzm : [navch.-metod. posib. dlia samost. roboty] / M. I. Shut. – K., 2002. – 236 s.

Кульчицкий В. И. Формирование фундаментальных физических понятий у студентов в процессе изучения атома водорода в квантовой механике

В работе рассматривается формирование фундаментальных физических понятий у студентов технических специальностей вузов в процессе изучения темы "Атом водорода в квантовой механике" раздела "Атомная физика". Разработана методика формирования у студентов понятий "электромагнитное поле", "электромагнитное взаимодействие", "спин электрона" на основании фундаментальных физических понятий симметрии, относительности, вероятности из точки зрения современных физических теорий.

В работе детально проанализировано физическую сущность волновой функции водородоподобных атомов, раскрыто содержание фундаментальных понятий "электромагнитное поле", "электромагнитное взаимодействие", "спин электрона".

Решение уравнения Шредингера для водородоподобного атома без дополнительных условий дает результат, из которого следует, что водородоподобные атомы могут находиться только в дискретных энергетических состояниях и позволяет качественно усвоить студентам понятие спина электрона и на этом основании объяснить мультиплетную структуру спектра лужных металлов.

Данный подход способствует разработке методики изучения физики твердого тела для студентов технических специальностей вузов на основе фундаментальных физических понятий и принципов.

Ключевые слова: фундаментальные физические понятия, система фундаментальных физических понятий, атом водорода, квантовая механика, атомная физика, методика формирования фундаментальных физических понятий.

Kulchytskyi V. I. Formation of basic fundamental notions in the process of the hydrogen atom study in quantum mechanics.

The physical nature of the wave function of hydrogen-like atoms has been analyzed. The content of the fundamental notions "electromagnetic field", "electromagnetic interaction", "electron spin" has been revealed. Methodology of formation of such fundamental physical notions as symmetry, probability, relativity, electromagnetic interaction, and electron spin on the basis of modern physical theories has been elaborated.

Keywords: fundamental physical notions, the system of fundamental physical notions, electromagnetic field, electromagnetic interaction, quantum mechanics, the hydrogen atom, the electron spin, methodology of fundamental physical notions formation.