©Арнаута Н. В., Арнаута О. В., Михайлюк М. М.

УДК: 501:519.24:577.1:612.1

ПОБУДОВА МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ЗМІНИ КІЛЬКОСТІ ЕРИТРОЦИТІВ В КОНСЕРВОВАНІЙ КРОВІ ТВАРИН ПРИ ЗБЕРІГАННІ

Н. В. АРНАУТА, кандидат фізико – математичних наук

Національний університет біоресурсів і природокористування України

О. В. АРНАУТА, кандидат ветеринарних наук, доцент

Національний університет біоресурсів і природокористування України

М. М. МИХАЙЛЮК, кандидат ветеринарних наук, доцент

Міжнародна академія екології та медицини

E-mail: arnauta_alex@ukr.net, mr_aivengo@rambler.ru

Анотація. *В даній роботі розглядається задача побудови математичної моделі зміни кількості еритроцитів в консервованій крові тварин, при зберіганні на основі результатів експериментальної роботи. Еритроцити відіграють важливу роль в метаболічних процесах організу тварин. Тому, дослідження динаміки кількості еритроцитів, їх функціонального стану є необхідною умовою для проведення подальших досліджень. Математична модель будь-якого процесу, у тому числі біохімічного, дозволяє отримати потрібну інформацію без проведення громіздкого експерименту, часто зумовленого складністю методики та високою вартістю експериментальних досліджень. Для побудови математичної моделі залежності збереженості еритроцитів консервованої крові від типу консервуючого середовища, використовувалися елементи математичної статистики, а саме: побудова рівняння регресії, на основі якого проведено аналіз отриманих результатів. Напрям та форму зв'язку встановлюють за допомогою статичних групувань, а також графіків, побудованих у системі прямокутних координат на основі емпіричних даних. Побудовані рівняння регресії дозволяють прогнозувати зміни, які відбуваються в цій біологічній системі з великим ступенем вірогідності, дозволяють виявити кількісну міру впливу того чи іншого фактора (або їх комплексу) на результати.*

Ключові слова: *математичне моделювання, математична статистика, кількість еритроцитів, консервована кров.*

Еритроцити відіграють важливу роль в метаболічних процесах, забезпечуючи організму оксигеном, який переносять від альвеол легенів до тканин. Для забезпечення фізіолого-біохімічної повноцінності і відповідно високого терапевничного ефекту при використанні, консервована донорська

кров повинна зберігати високий рівень вільного оксигену. Тому, важливим завданням є контроль вмісту оксигену у консирвованій крові з використанням математичних моделей.

Актуальність. Метод математичного моделювання дозволяє виключити необхідність виготовлення громіздких фізичних моделей, пов'язаних з матеріальними витратами; скорочувати час визначення характеристик (особливо при розрахунку математичних моделей з використанням комп'ютерних технологій та ефективних обчислювальних методів і алгоритмів). Математична модель будується тільки за допомогою кількісно строго визначених величин, які в процесі дослідження можуть змінюватися або залишатися незмінними (сталими) [4]. Тому, побудова математичної моделі зміни кількості еритроцитів в консервованій крові тварин, при зберіганні є актуальною, як з теоретичної так і практичної позиції.

Мета досліджень – побудова математичної моделі зміни кількості еритроцитів у консервованій крові тварин, при зберіганні із застосуванням елементів статичного моделювання і аналіз отриманих результатів.

Матеріали і методи досліджень.

Для досліджень брали зразки крові молодняку великої рогатої худоби віком 10-12 місяців. Було сформовано дві групи зразків крові: дослідна (зразки крові консервували «Бікарбонат-вуглекислотним» середовищем) та контрольна (зразки крові консервували гемоконсервантом «Глюгіцир» - глюкозо-цитратний розчин, що призначений для консервування донорської крові.) [8]; Детально методика формування дослідної та контрольної групи зразків консервованої крові описана у попередніх публікаціях [1].

Підрахунок кількості еритроцитів проводили за стандартною методикою, за допомогою камери Горяєва.

Математичну модель зміни кількості еритроцитів у консервованій крові тварин, при зберіганні. Для цього знаходимо рівняння зв'язку між кількістю еритроцитів у консервованій крові тварин при її зберігання за умов

©Арнаута Н. В., Арнаута О. В., Михайлюк М. М.

консервування різними середовищами та терміну зберігання, будували використовуючи елементи математичної статистики.

Залежно від форми зв'язку між факторною та результативною ознаками вибирають тип математичного рівняння. Аналізуючи дані таблиці 1., вибираємо прямолінійну форму зв'язку, яка визначається рівнянням прямої лінії [4-7]

$$y_x = a_1 x + a_0,$$

де y_x - теоретичні (обчислені за рівнянням регресії) значення результативної ознаки; a_0 - початок відліку, або значення y_x при умові, що $x = 0$; a_1 - коефіцієнт регресії (коефіцієнт пропорційності), який показує, як змінюється y_x при кожній зміні x на одиницю; x - значення факторної ознаки.

Параметри a_0 і a_1 рівняння регресії обчислюють способом найменших квадратів. Суть цього способу в знаходженні таких параметрів рівняння зв'язку, при яких залишкова сума квадратів відхилень фактичних значень результативної ознаки (y) від теоретичних (обчислених за рівнянням зв'язку) значень (y_x) буде мінімальною:

$$\sum_{i-1}^{n} \left(y_{x_i} - y_i\right)^2 = \sum_{i=1}^{n} (a_1 x_i + a_0 - y_i)^2 = \min .$$

Спосіб найменших квадратів зводиться до складання та розв'язання системи двох рівнянь з двома невідомими:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{n} y_i &= n a_0 + a_1 \sum_{i=1}^{n} x_i; \\ \sum_{i=1}^{n} y_i x_i &= a_0 \sum_{i=1}^{n} x_i + a_1 \sum_{i=1}^{n} x_i^2, \end{aligned} \qquad (1)$$

де n - кількість спостережень.

Розв'язок системи (1) має вигляд:

©Арнаута Н. В., Арнаута О. В., Михайлюк М. М.

$$a_1 = \frac{n\sum_{i-1}^{n} x_i y_i - \sum_{i=1}^{n} x_i \sum_{i=1}^{n} y_i}{n\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - \left(\sum_{i=1}^{n} x_i\right)^2}, \qquad (2)$$

$$a_0 = \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} y_i - a_1 \sum_{i=1}^{n} x_i\right).$$

Результати досліджень та обговорення.

Результати проведеного експерименту показали, що у продовж всього періоду досліджень (30 діб) збереженість еритроцитів у дослідній та контрольній групах достовірно відрізнялась на користь саме дослідної, де консервантом було бікарбонат-вуглекислотне середовище. Середні величини, що характеризували кількісні зміни еритроцитів у 1 мм^3 консервованої крові за час досліджень динамічно змінювались. Так, у перший день досліджень показники уконтрольній та дослідній групах крові були близькими, відповідно 6,4 Т/л та 6,3 Т/л (табл. 1).

1. **Зміна кількості еритроцитів в консервованій крові тварин при зберіганні (Т/л), (M ± m, n = 5)**

Групи зразків кров	Доба зберігання									
	1	**4**	**7**	**10**	**13**	**16**	**19**	**22**	**25**	**30**
Контрольна	6,4 ±0,09	6,2 ±0,02	5,8 ±0,12	5,4 ±0,15	5,1 ±0,02	4,9 ±0,25	4,7 ±0,10	4,3 ±0,07	4,1 ±0,02	4,0 ±0,17
Дослідна	6,3 ±0,07	6,3 ±0,05	6,2* ±0,05	6,1* ±0,30	5,9* ±0,12	5,8* ±0,07	5,6* ±0,17	5,4* ±0,07	5,3* ±0,10	5,1* ±0,12

*p<0,05 (*порівняно до контролю*)

У наступні дні кількість еритроцитів знижувалась в обох групах, але з різною інтенсивністю. На десятий добу досліду у дослідній групі кількість еритроцитів становила 6,1 Т/л, що менше від першої доби лише на 3,2% порівняно до першої доби. У свою чергу - у контрольній групі кількість еритроцитів становила 5,4 Т/л і це відповідно на 15,6% менше у порівнянні з вихідними значеннями. Зменшення кількості еритроцитів відбувалось і у наступні періоди досліджень. На тридцяту добу зберігання, кількість

©Арнаута Н. В., Арнаута О. В., Михайлюк М. М.

еритроцитів у дослідних зразках крові становила 5,1 Т/л проти 6,3 Т/л у першу добу, а у контрольних відповідно – 4,0 Т/л та 6,4 Т/л. У відсотковому вимірі кількість еритроцитів у дослідній групі консервованих зразків донорської крові зменшилась на 19,1 % тоді як у контрольній відповідно на 37,5%.

Обчислюємо суми, які входять у формули (1) – (2). Для зручності результати всіх обчислень розміщуємо у таблиці 2 та 3.

2. **Вихідні та розрахункові дані для обчислення рівняння зв'язку між кількістю еритроцитів в консервованій крові тварин від терміну зберігання (контрольна група)**

	x_i	y_i	$x_i y_i$	x_i^2	y_i^2
	1	6,4	6,4	1	40.96
	4	6,2	24,8	16	38,44
	7	5,8	40,6	49	33,64
	10	5,4	54	100	29,16
	13	5,1	66,3	169	26,01
	16	4,9	78,4	256	24,01
	19	4,7	89,3	361	22,09
	22	4,3	94.6	484	18,49
	25	4,1	102,5	625	16,81
	30	4,0	120	900	16
Σ :	147	50,9	676,9	2961	265,61

3. **Вихідні та розрахункові дані для обчислення рівняння зв'язку кількості еритроцитів в консервованій крові тварин від терміну зберігання (дослідна група)**

	x_i	y_i	$x_i y_i$	x_i^2	y_i^2
	1	6,3	6,3	1	39,69
	4	6,3	25,2	16	39,69
	7	6,29	44,03	49	39,56
	10	6,19	61,9	100	38,32
	13	5,9	76,7	169	34,81
	16	5,8	92,8	256	33,64
	19	5,6	106,4	361	31,36
	22	5,4	118,8	484	29,16
	25	5,3	132,5	625	28,09
	30	5,1	153	900	26,01
Σ :	147	58,18	817,63	2961	340,33

Система (1) для контрольної групи має вигляд:

©Арнаута Н. В., Арнаута О. В., Михайлюк М. М.

$$\begin{cases} 10a_0 + 147a_1 = 50{,}9; \\ 147a_0 + 2961a_1 = 676{,}9, \end{cases}$$

її розв'язок

$$a_1 \approx -0{,}089,$$
$$a_0 \approx 6{,}398,$$

тому рівняння лінійного зв'язку матимемо вигляд:

$$y_x = -0{,}089x + 6{,}398.$$

Аналогічно складаємо систему (1) для дослідної групи:

$$\begin{cases} 10a_0 + 147a_1 = 58{,}18; \\ 147a_0 + 2961a_1 = 817{,}63, \end{cases}$$

знаходимо її розв'язок:

$$a_1 \approx -0{,}047,$$
$$a_0 \approx 6{,}51,$$

отже, рівняння лінійного зв'язку матиме вигляд:

$$y_x = -0{,}047x + 6{,}51.$$

Отримані рівняння описують характер зв'язку між ознаками і називаються рівняннями регресії. Рівняння регресії використовують для прогнозування очікуваних рівнів результативних ознак при встановлених значеннях факторних ознак [3]. Очікувані значення кількості еритроцитів в консервованій крові, обчислені за допомогою рівняння зв'язку, будуть такі, табл. 4.

***4*. Очікувані значення кількості еритроцитів в консервованій крові тварин від терміну зберігання, (Т/л), (M ± m, n = 5)**

Групи зразкі крові	Доба зберігання									
	1	**4**	**7**	**10**	**13**	**16**	**19**	**22**	**25**	**30**
Контрольна	6,31	6,04	5,78	5,50	5,20	4,97	4,70	4,44	4,17	3,70
Дослідна	6,46	6,32	6,18	6.04	5,90	5,76	5,62	5,47	5,33	5,10

Порівнюючи експериментальні і очікувані дані ми бачимо, що побудовані рівняння регресії дозволяють прогнозувати зміни, які відбуваються в даній біохімічній системі з великою ступеню вірогідності.

©Арнаута Н. В., Арнаута О. В., Михайлюк М. М.

Список літератури

1. Антонов, Ю.Г. Моделирование биологических систем: Справочник / Ю.Г. Антонов – К.: Наук. думка, 1977. – 260 с.
2. Арнаута, О.В. Вплив високих концентрацій вуглекислоти на рівень енергетичного обміну в клітинах консервованої крові тварин // Ветеринарна медицина України. – 2004. -№1. – С. 27 – 28.
3. Арнаута, Н.В., Арнаута, О.В. Використання елементів статичного моделювання за побудови математичної моделі біохімічних процесів. *Електронне видання* - Наукові доповіді НУБіП України. – 2016 – 7 (64) http://journals.nubip.edu.ua/index.php/Dopovidi/article/view/7733
4. Вергунова, І.М. Основи математичного моделювання для аналізу та прогнозу агрономічних процесів / І. М. Вергунова–К.: «НОРА-ПРІНТ», 2000. – 145 с.
5. Горковий, В.К. Математична статистика / В.К. Горковий, В.В. Ярова. – К.: ВД «Професіонал», 2004, - 384 с.
6. Ермаков, С.М. Курс статического моделирования / С.М. Ермаков, Г.А. Михайлов. – М.: «Наука», 1977. – 350 с.
7. Суліма, І.М. Вища математика. Теорія ймовірностей. Математична статистика. / І.М. Суліма, В.М. Яковенко. – К.: НАУ, 2004. – 238 с.
8. Типовий технологічний регламент виготовлення розчину «Глюгіцир» для консервування донорської крові. – К.: 1997. – 44 с.

Reference

1. Antonov, Yu. G. (1977). Modelirovanie biologicheskykh sistem. Spravochnik [Modelirovanie of the biologicheskikh systems. Spravochnik]. Naukoova dumka, 260.
2. Arnauta, O.V. (2004). Vplyv vysokykh kontsentratsii vuhlekysloty na riven enerhetychnoho obminu v klitynakh konservovanoi krovi tvaryn. [Influence of high concentration of carbon on level of energy metabolism in cells of preserved blood]. Veterinary meditcine of Ukraine, №1, 27-28.
3. Arnauta, N.V., Arnauta, O.V. (2016). Vykorystannua elementiv statychnogo modelyuvannua pry pobudovi mftematychnoi modeli biohimichnyh protsesiv. Elektronne vydannia [Use of elements static modeling at construction of mathematical model of biochemical processes]. Scientific reports of NUDiP of Ukraine – 7 (64), Available at: http: //journals.nubip.edu.ua/index.php/Dopovidi/article/view/7733
4. Vergunova, I.M. (2000). Osnovy matematuchnogo modelyuvannya dlya analizu ta prognozy agronomichnykh protsesiv [Bases of mathematical design are for an analysis and prognosis of agronomical processes]. Nora-Print, 145.
5. Gorkovyi, V.K., Yarova, V.V. (2004). Matamatychna ststistika [Mathematical statistics]. Profesional, 384.
6. Ermakov, S.M., Mihailov, G.A. (1977). Kurs staticheskogo modelirovania. [Course of staticheskogo modelirovaniya]. Moskov, Russia: Science, 350.

©Арнаута Н. В., Арнаута О. В., Михайлюк М. М.

7. Sylima, I.M., Yakovenko, V.M. (2004). Vyshcha matamatyka. Teoria imovirnostei. Matematychna statistika [Higher mathematics. Theory of chances. Mathematical statistics]. NAU, 238.
8. Typovyi tehnologichnyi reglament vugotovlennya rozchynu «Glyugicir» dlya kontservuvannya donorckoi krovi (1997) [Typical technological regulation of making of solution of «Glyugicir» is for canning of donor blood]. Kyiv, 44.

ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ИЗМЕНЕНИЯ КОЛИЧЕСТВА ЭРИТРОЦИТОВ В КОНСЕРВИРОВАННОЙ КРОВИ ЖИВОТНЫХ ПРИ СОХРАНЕНИИ

Н. В. Арнаута, А. В. Арнаута, М. М. Михайлюк

Аннотация. *В данной работе рассматривается задача построения математической модели изменения количества эритроцитов в консервированной крове животных, во время сохранения, на основе результатов экспериментальной работы. Эритроциты играют важную роль в метаболических процессах организма животных. Поэтому, исследования динамики количества эритроцитов, их функционального состояния есть необходимым условием для проведения дальнейших исследований. Математическая модель любого процесса, в частности биохимического, позволяет получить необходимую информацию без проведения объемного эксперимента, обусловленого сложностью методики или большой стоимостью экспериментальных исследований. Для построения математичкой модели зависимости сохранения эритроцитов консервированной крови от типа среды для консервирования, использовались элементы математической статистики: построение уравнения регрессии, на основе которого проведено анализ полученных результатов. направление и форма связи устанавливают с помощью статических группировок, а так же графиков, построенных в системе прямоугольных координат на основе эмпирических данных. Построенные уравнения регрессии позволяют прогнозировать изменения, которые происходят в этой биологической системе, с большим степенем вероятности,а так же позволяют обнаружить количественную меру влияния того или иного фактора (или их комплекса) на конечный результат.*

Ключевые слова: *математическое моделирование, математическая статистика, количество эритроцитов, консервированная кров.*

STRUCTION OF MATHEMATICAL MODEL IN CHANGES OF NUMBERS RED BLOOD CELLS IN PRESERVED BLOOD OF ANIMALS BY SAVING

N. V. Arnauta, O. V. Arnauta, M. M. Mykhailuk

Abstract. *In the work we can see a problem of building mathematical model in changes of numbers red blood cells in preserved blood of animals by saving, which is*

©Арнаута Н. В., Арнаута О. В., Михайлюк М. М.

based on the results of experimental work. Red blood cell are playing very important role in metabolic processes of animal structure. And that's why, its important condition for getting new researches by learning dynamics of numbers red blood cells and their functional state. Mathematical model of any process including biochemical, allows to get information what we need without making a great experiment, often predetermined complexity of method and expensively of experimental researches. For building mathematical model of dependence save mend red blood cells in preserved blood in type preserving environment and it used some elements of mathematical statistics, namely: structure equation of regression, which is based on analysis of received results. The line and also graphs, which are built in a system of rectangular coordinates based on empirical dates. A built equation of regression allows to predict changes, which are stating in this biological system with large degree of probability and it allows to see quantitative measure of power that or another factor (or complex) on results.

Key words: *mathematical modeling, mathematical statistics, numbers red blood cells, preserved blood*