

УДК 621.3

Г.І. Лагутін<sup>1</sup>, В.М. Лисенко<sup>2</sup><sup>1</sup> Харківський університет Повітряних Сил ім. Івана Кожедуба, Харків<sup>2</sup> Сумський національний аграрний університет, Суми

## ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ДИНАМІЧНОГО ПРОГРАМУВАННЯ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ ВИЗНАЧЕННЯ ОПТИМАЛЬНОЇ КІЛЬКОСТІ ДЖЕРЕЛ ЕЛЕКТРИЧНОЇ ЕНЕРГІЇ ДЛЯ СПОЖИВАЧІВ ВІЙСЬКОВОГО АЕРОДРОМУ

*В статті розглянута оптимізаційна задача визначення кількості джерел електричної енергії для споживачів військового аеродрому. Проаналізована можливість застосування методу динамічного програмування на основі спрощеної лінійної математичної моделі. Запропонований алгоритм розв'язання такої задачі на основі задачі про завантаження.*

**Ключові слова:** *військовий аеродром, система електропостачання, оптимальна кількість джерел електроенергії, динамічне програмування, задача про завантаження.*

### Вступ

Задача визначення оптимальної кількості джерел електричної енергії для споживачів військового аеродрому полягає у виборі оптимального числа електростанцій певних типів, що забезпечують електроенергією заданої якості в потрібній кількості всіх споживачів військового аеродрому при задоволенні фінансових вимог та що зводять до мінімуму річні експлуатаційні витрати по всіх електростанціях створеної системи електропостачання.

Для розв'язання переважної більшості оптимізаційних задач використовуються методи **математичного програмування** [1], які дозволяють знайти екстремальне значення цільової функції при співвідношеннях між змінними, установленими обмеженнями, у діапазоні зміни змінних, обумовлених граничними умовами.

Так, для розв'язання задачі визначення оптимальної кількості джерел електричної енергії для споживачів військових аеродромів відповідно до виду залежностей у математичній моделі, характеру шуканих змінних, категорії вихідних даних і кількості критеріїв оптимальності можуть бути застосовані методи дискретного лінійного або нелінійного програмування в матричній та мережній формах, методи динамічного програмування, стохастичного програмування тощо [5].

При недетермінованій вихідній інформації задача може бути розв'язана із застосуванням математичного апарата теорії ігор.

### Основна частина

Розглянемо метод динамічного програмування та його застосування для розв'язання задачі визначення оптимальної кількості джерел електричної енергії для споживачів військових аеродромів.

Динамічне програмування дозволяє отримати оптимальне розв'язання  $n$ -мірної задачі шляхом її

декомпозиції на  $n$  етапів, кожний з яких представляє підзадачу відносно однієї змінної. Фундаментальним принципом динамічного програмування, що становить основу декомпозиції задачі на етапи, є принцип оптимальності: на кожному етапі оптимальна стратегія визначається незалежно від стратегій, застосованих на попередніх етапах [2, 3, 4]. Через те, що природа кожного етапу розв'язання залежить від конкретної оптимізаційної задачі, динамічне програмування не пропонує обчислювальних алгоритмів безпосередньо для кожного етапу. Обчислювальні аспекти розв'язку оптимізаційних задач на кожному етапі вибираються й реалізуються по черзі.

Обчислення в динамічному програмуванні виконуються рекурентно в тому розумінні, що оптимальне розв'язання однієї підзадачі використовується в якості вихідних даних для наступної. Розв'язавши останню підзадачу, ми отримаємо оптимальне розв'язання вихідної задачі.

Спосіб виконання рекурентних обчислень залежить від того, як виконується декомпозиція вихідної задачі. Зокрема, підзадачі звичайно зв'язані між собою деякими загальними обмеженнями. При переході від однієї підзадачі до іншої ці обмеження повинні враховуватися. Зауважимо, що використання методу динамічного програмування для розв'язання зазначеної задачі доцільно виходячи з того, що він дозволяє одержувати цілочисельні розв'язання більш простими способами.

**Розглянемо рекурентний алгоритм динамічного програмування** стосовно до розв'язання задачі визначення оптимальної кількості джерел електричної енергії для споживачів військового аеродрому.

Припустимо, що система електропостачання загальною встановленою потужністю  $S$  може бути утворена електростанціями п'ятого типу. Позначимо їхні встановлені потужності відповідно  $S_1, S_2, S_3, S_4, S_5$ . Нехай витрати на спорудження станцій лінійні відносно їхніх потужностей та коефіцієнти

пропорційностей позначені  $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5$ . Спробуємо знайти склад станцій у системі та їхні встановлені потужності, що мінімізують витрати на систему електропостачання.

Принципово ця задача може бути вирішена на основі такої лінійної математичної моделі:

$$\begin{cases} a_1S_1 + a_2S_2 + a_3S_3 + a_4S_4 + a_5S_5 \rightarrow \min; \\ S_1 + S_2 + S_3 + S_4 + S_5 \geq S; \\ S_i \geq 0; \quad i = 1, 2, 3, 4, 5. \end{cases} \quad (1)$$

Розглянемо спосіб, заснований на розбивці цієї задачі на ряд підзадач, кожна з яких залежить від однієї змінної.

Нехай етапом у розв'язанні задачі буде поява в складі системи чергового типу електростанції так, що на першому етапі система складається зі станцій першого типу, на другому етапі – із станцій першого та другого типу та ін. Під станом системи будемо розуміти сумарну встановлену потужність системи, що може змінюватися від 0 до  $S$ .

На першому етапі система складається зі станцій першого типу. Тоді умовно-оптимальні витрати складають:

$$f_1 = \min_{S_1 \geq 0} a_1S_1. \quad (2)$$

На другому етапі (формування системи станціями першого та другого типів) умовно-оптимальні витрати на станції другого типу (потужність  $S_2$ ) та першого типу (потужність  $S - S_2$ ) складають:

$$f_2 = \min_{0 \leq S_2 \leq S} [a_2S_2 + f_1(S - S_2)]. \quad (3)$$

Аналогічно на третьому етапі, де система складається зі станцій першого, другого та третього типу, отримуємо:

$$f_3 = \min_{0 \leq S_3 \leq S} [a_3S_3 + f_2(S - S_3)]. \quad (4)$$

На четвертому та п'ятому етапах:

$$f_4 = \min_{0 \leq S_4 \leq S} [a_4S_4 + f_3(S - S_4)]; \quad (5)$$

$$f_5 = \min_{0 \leq S_5 \leq S} [a_5S_5 + f_4(S - S_5)]. \quad (6)$$

З зазначених співвідношень видно, що побудова їх ідентична. Тоді можна записати вирази для першого та наступних етапів розглянутої задачі в узагальненому вигляді:

$$\begin{cases} f_1 = \min_{S_1} a_1S_1; \\ \dots\dots\dots \\ f_n = \min_{S_n} [a_nS_n + f_{(n-1)}(S - S_n)]. \end{cases} \quad (7)$$

Дані вирази являють собою рекурентні співвідношення динамічного програмування для досліджуваної операції. Найбільш типовими задачами динамічного програмування, для яких розроблені алгоритми розв'язання, можна вважати такі задачі [6, 7].

Задача про завантаження – це задача про раціональне завантаження транспортного засобу, який має обмеження за об'ємом або за вантажопідйомністю. Кожний поміщений на транспортний засіб вантаж приносить певний прибуток. Задача полягає у визначенні завантаження транспортного засобу такими вантажами, які приносять найбільший сумарний прибуток.

Задача планування робочої сили – це задача про кількість робітників, необхідних для виконання деякого проекту. Оскільки як наймання, так і звільнення робітників пов'язане з додатковими витратами, необхідно визначити, яким чином повинна регулюватися чисельність робітників у період реалізації проекту.

Задача заміни устаткування – це задача визначення оптимального терміну експлуатації механізму до його заміни (списання). Чим довше механізм експлуатується, тем вище витрати на його обслуговування й тем нижче його продуктивність. Необхідно визначити термін експлуатації механізму, коли більш вигідною виявляється його заміна.

Задача інвестування – це задача розробки стратегії вкладення коштів у виробництво протягом певного періоду часу.

Задача керування запасами – це задача визначення розумного запасу матеріальних ресурсів. Традиційно запас розглядається як неминучі витрати, коли занадто низький рівень запасу приводить до дорогих зупинень виробництва, а занадто високий – до «омертвляння» капіталу. Задача керування запасами визначає рівень запасу, який урівноважує два вищевказані випадки.

Для розв'язання задачі визначення оптимальної кількості джерел електричної енергії для споживачів військового аеродрому пропонується використовувати модифікований алгоритм розв'язання задачі про завантаження.

**Постановка задачі.** Потрібно забезпечити споживачів електричною енергією заданої потужності, використовуючи електростанції  $N$  різних типів таким чином, щоб загальна вартість усіх джерел електроенергії виявилася мінімальною.

**Математична модель задачі.** Для складання математичної моделі введемо такі позначення:  $S_i$  – потужність однієї електростанції  $i$ -го типу;  $v_i$  – вартість однієї електростанції  $i$ -го типу;  $x_i$  – кількість електростанцій  $i$ -го типу, що входять до складу системи електропостачання;  $S$  – загальна потужність споживачів.

Використовуючи прийняті позначення, сформулюємо математичну модель.

Мінімізувати  $\sum_{i=1}^N v_i x_i$ , якщо  $\sum_{i=1}^N S_i x_i \geq S$ ,  $x_i = 0, 1, 2, \dots$

Нехай  $f_1(S)$  – мінімальна сумарна вартість системи електропостачання, що складається тільки з електростанцій першого типу, тоді  $f_1(S) = \min\{v_1 x_1\}$  за умови, що  $S_1 x_1 \geq S$  та  $x_1 = 0, 1, 2, \dots$

Через те, що  $x_1 \geq \frac{S}{S_1}$ , то

$$f_1(S) = \left\lceil \frac{S}{S_1} \right\rceil \cdot v_1,$$

де  $\left\lceil \frac{S}{S_1} \right\rceil$  – найменше ціле число, що перебільшує  $\frac{S}{S_1}$ .

Позначимо через  $f_2(S)$  мінімальну сумарну вартість системи електропостачання, що складається тільки з електростанцій першого й другого типів, яка визначиться як мінімум усіх можливих варіантів вибору  $x_2$ , тобто

$$f_2(S) = \min_{0 \leq x_2 \leq \left\lceil \frac{S}{S_2} \right\rceil} [v_2 x_2 + f_1(S - S_2 x_2)].$$

Продовжуючи діяти аналогічно, тобто щораз до вже наявних додаючи електростанції ще одного типу, через  $N$  кроків отримаємо наступне рекурентне співвідношення

$$f_N(S) = \min_{0 \leq x_N \leq \left\lceil \frac{S}{S_N} \right\rceil} [v_N x_N + f_{N-1}(S - S_N x_N)].$$

У інших випадках вирази для цільової функції та залежності функцій вартості електричних станцій можуть мати інший вид, що приводить до задач нелінійного динамічного програмування. Алгоритмів для розв'язання задач нелінійного динамічного програмування в загальному вигляді не існує.

У кожному випадку алгоритм динамічного програмування повинний модифікуватися під конкретний тип задач.

## ВИСНОВКИ

Задача визначення оптимальної кількості джерел електричної енергії для споживачів військового аеродрому полягає у виборі оптимального числа електростанцій певних типів, що забезпечують електроенергією заданої якості в потрібній кількості всіх споживачів військового аеродрому при задоволенні фінансових вимог та що зводять до мінімуму річні експлуатаційні витрати по всіх електростанціях створюваної системи електропостачання.

Для розв'язання цієї задачі може бути застосований метод динамічного програмування. Зокрема, в статті запропоновано для розв'язання задачі визначення оптимальної кількості джерел електричної енергії для споживачів військового аеродрому використовувати модифікований алгоритм розв'язання задачі про завантаження.

## Список літератури

1. Вентцель Е.С. Введение в исследование операций / Е.С. Вентцель. – М.: Сов. радио, 1964. – 288 с.
2. Кофман А. Методы и модели исследования операций: пер. с франц. под ред. (и с предисл.) Д.Б. Юдина / А. Кофман. – М.: Мир, 1966. – 298 с.
3. Беллман Р. Динамическое программирование: пер. с англ. под ред. Н.Н. Воробьева / Р. Беллман. – М.: Изд-во иностранной литературы, 1960. – 264 с.
4. Ануреев И.И. Применение математических методов в военном деле / И.И. Ануреев, А.Е. Татарченко. – М.: Воениздат, 1967. – 314 с.
5. Теория поиска в военном деле / А.Е. Емельянов и др. – М.: Воениздат, 1964. – 186 с.
6. Борщ В.И. Оптимизация структур больших систем / В.И. Борщ, В.А. Донец, В.В. Коваль, А.Я. Лейбзон, И.П. Лесовой. – К.: Наукова думка, 2000. – 188 с.
7. Протасов И.Д. Теория игр и исследование операций / И.Д. Протасов. – М.: Гелиос АРВ, 2003. – 368 с.

Надійшла до редколегії 21.09.2011

Рецензент: д-р техн. наук проф. Б.Т. Кононов, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.

## ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО КОЛИЧЕСТВА ИСТОЧНИКОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЭНЕРГИИ ДЛЯ ПОТРЕБИТЕЛЕЙ ВОЕННОГО АЭРОДРОМА

Г.И. Лагутин, В.Н. Лысенко

В статье рассмотрена оптимизационная задача определения количества источников электрической энергии для потребителей военного аэродрома. Проанализирована возможность применения метода динамического программирования на основе упрощенной линейной математической модели. Предложен алгоритм решения такой задачи на основе задачи о загрузке.

**Ключевые слова:** военный аэродром, система электроснабжения, оптимальное количество источников электроэнергии, динамическое программирование, задача о загрузке.

## APPLICATION OF METHOD OF DYNAMIC PROGRAMMING FOR DECISION OF TASK OF DETERMINING THE OPTIMUM AMOUNT OF ELECTRIC ENERGY SOURCES FOR USERS OF THE MILITARY AIR FIELD

G.I. Lagutin, V.M. Lysenko

In the article the optimization task of determining the amount of electric energy sources is considered for the users of the military air field. Possibility of application of method of the dynamic programming is analysed on the basis of the simplified linear mathematical model. The algorithm of decision of such task is offered on the basis of task about a load.

**Keywords:** military air field, system of power supply, optimum amount of sources of electric power, dynamic programming, task about a load.