

УДК 681.78

А.С. Рыбьяк

Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков

## ОБНАРУЖЕНИЕ СУБПИКСЕЛЬНЫХ ОБЪЕКТОВ ПО СПЕКТРАЛЬНЫМ ПРИЗНАКАМ В ОПТИКО-ЭЛЕКТРОННЫХ СИСТЕМАХ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПРИНЦИПОВ ДИНАМИЧЕСКОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

С использованием принципов динамической спектральной фильтрации и основных положений теории обнаружения сигналов синтезирован алгоритм оптимального обнаружения субпиксельных объектов по спектральным признакам, а также разработана структурная схема обнаружителя. Определены количественные характеристики обнаружителя, позволяющие при заданном уровне условной ложной тревоги определить условную вероятность правильного обнаружения субпиксельных объектов в зависимости от величины площади элемента разрешения, перекрываемого изображением объекта.

**Ключевые слова:** оптико-электронные системы, динамическая спектральная фильтрация.

### Введение

Обнаружение объектов (т.е. установление факта наличия в поле зрения и определение местоположения) является одной из наиболее важных задач, решаемых с использованием оптико-электронных систем (ОЭС). При этом ОЭС осуществляется обработка оптических полей в интересах выделения полезного оптического сигнала объекта из помех, создаваемых окружающим фоном.

В зависимости от признаков, используемых при решении задачи обнаружения, различают традиционные ОЭС (используются преимущественно геометрические признаки объектов, т.е. информация о форме и геометрических размерах) и изображающие спектрометры (используются преимущественно спектральные признаки объектов, т.е. информация о спектральном составе их излучения).

Известно, что с использованием традиционных ОЭС объект обнаруживается, если его минимальные размеры  $l_{\min}$  в два раза превышают размеры элемента разрешения на местности  $\Delta$ , т.е.  $l_{\min} \geq 2\Delta$ . Для обнаружения объектов оптико-электронными системами, использующими спектральные признаки, достаточно, чтобы выполнялось условие  $l_{\min} \geq \Delta$ .

В работах [1, 2], показано, что с помощью ОЭС, использующих спектральные признаки, решается задача обнаружения объектов на неоднородном фоне, когда  $l_{\min} < \Delta$ , т.е. объект наблюдения не разрешается оптоэлектронной системой, так как его изображение занимает только часть площади элемента разрешения (рис. 1). Такие объекты называются субпиксельными (subpixel targets).

Настоящая статья является продолжением работы [3], в которой с использованием принципов динамической спектральной фильтрации [4] и основных положений теории оптимального обнаруже-

ния сигналов разработаны алгоритм оптимального обнаружения объектов по спектральным признакам и его структурная схема при условии, что  $l_{\min} \geq \Delta$ .

По-видимому, впервые с использованием метода динамической спектральной фильтрации разработан алгоритм обнаружения субпиксельных объектов, размеры которых  $l_{\min} < \Delta$ .

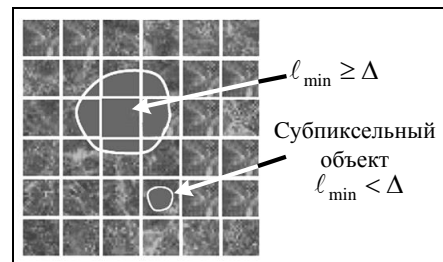


Рис. 1. К задаче обнаружения субпиксельных объектов

Здесь под динамической спектральной фильтрацией мы будем понимать такую преддетекторную обработку, которая на основе априорной информации о спектральных характеристиках излучения объекта и фона обеспечивает селекцию полезного оптического сигнала при наличии флюктуирующего излучения помехи [4].

**Целью статьи** является разработка алгоритма обнаружения субпиксельных объектов по спектральным признакам с использованием принципов динамической фильтрации.

### Постановка задачи

Рассмотрим решение задачи обнаружения субпиксельного объекта на неоднородном фоне с помощью ОЭС с динамической спектральной фильтрацией.

Предположим, что распределение яркости природных образований в поле зрения ОЭС носит случайный характер и создает неоднородный фон, препятствующий обнаружению субпиксельного объекта.

При этом излучение субпиксельного объекта характеризуется вектор-столбцом  $\vec{T} = \|t_k\|$ , ( $k = [1, m]$ ), а излучение окружающего фона – вектор-столбцом  $\vec{B} = \|b_k\|$ . Представим излучение, поступающее на вход ОЭС, от смешанного элемента разрешения на местности в виде линейной смеси оптических сигналов объекта и фона:

$$\vec{D} = \gamma \vec{T} + (1 - \gamma) \vec{B},$$

где  $\gamma = S_T/S$  – коэффициент, соответствующий площади элемента разрешения, перекрываемой изображением объекта наблюдения;  $S$  – площадь элемента разрешения;  $S_T$  – площадь изображения объекта наблюдения. Поскольку для субпиксельного объекта  $S_T \leq S$ , тогда  $\gamma = [0, 1]$ .

Рассматриваемая задача, по сути, является частным случаем задачи статистической проверки гипотез при двухальтернативном обнаружении. В этом случае рассматриваются две гипотезы:  $H_0$  и  $H_1$ . Гипотезе  $H_0$  соответствует значение коэффициента  $\alpha = 0$  (присутствует только сигнал фона), а гипотезе  $H_1$  –  $\alpha = 1$  (присутствует смесь сигналов объекта наблюдения и фона). В первом случае условная плотность вероятности имеет вид  $p(\vec{X}/H_0) \sim N(\vec{\mu}_\delta, \Gamma_\delta)$ , а во втором –  $p(\vec{X}/H_1) \sim N(\vec{\mu}_c, \Gamma_c)$ , где  $\mu_\delta$ ,  $\mu_c$ ,  $\Gamma_\delta$  и  $\Gamma_c$  – математические ожидания и корреляционные матрицы фона и смеси сигналов фона и объекта соответственно.

Предположим, что корреляционные матрицы фона и объекта наблюдения равны между собой  $\Gamma_\delta = \Gamma_c = \Gamma$ . Тогда рассматриваемую задачу обнаружения субпиксельного объекта наблюдения при наличии флюктуирующих фоновых помех можно свести к решению задачи с полностью известными параметрами [5]. На вход оптико-электронной системы могут поступать либо смесь сигналов объекта и фона, либо сигнал фона, на которые накладывается аддитивная помеха. В результате принимается такая выборка:

$$\vec{X} = \alpha(\gamma \vec{T} + (1 - \gamma) \vec{B}) + (1 - \alpha) \vec{B} + \vec{n}, \quad (2)$$

где  $\alpha$  – случайный параметр, принимающий значение 1 либо 0;  $\vec{n}$  – случайный вектор столбец выборочных значений, характеризующий аддитивную помеху. Требуется дать зависящее от входного оптического сигнала  $\vec{X}$  решение  $\hat{\alpha} = 0$  или  $\hat{\alpha} = 1$ .

Математическое ожидание каждого из элементов выборки помехи полагаем равным нулю:  $M[n_k] = 0$ , а плотность вероятности совместного распределения элементов выборки помехи имеет вид

$$p(\vec{n}) = (2\pi)^{-m/2} |\Gamma|^{-1/2} \exp\left[-\frac{1}{2} \vec{n}^T \Gamma^{-1} \vec{n}\right], \quad (3)$$

где  $\Gamma = M[(\vec{n} - M(\vec{n}))(\vec{n} - M(\vec{n}))^T]$  – корреляци-

онная матрица помеховой выборки размером  $m \times m$ ;  $|\Gamma|$  – детерминант корреляционной матрицы.

Вычитая из правой и левой части сигнал фона  $\vec{B}$ , можно свести выражения (2) к следующему виду:

$$\vec{Z} = \alpha \vec{\xi} + \vec{n}, \quad (4)$$

где  $\vec{Z} = \vec{X} - \vec{B}$  – приведенная выборка на входе устройства обработки,  $\vec{\xi} = \gamma(\vec{T} - \vec{B})$  – разностный полезный сигнал. Анализ выражения (4) показывает, что при сделанных допущениях задача обнаружения субпиксельного объекта на неоднородном фоне сводится к задаче обнаружения сигналов с полностью известными параметрами. Алгоритм оптимального обнаружителя и его структурная схема определяется моделями сигнала и помехи. При этом в качестве критерия оптимальности выберем критерий Неймана-Пирсона, так как априорные вероятности  $P(H_1)$  и  $P(H_0)$  неизвестны.

Определим плотность вероятности в случае наличия только помехи  $p_n(\vec{Z})$  и при наличии сигнала с помехой  $p_{cp}(\vec{Z})$ . В первом случае плотность вероятности имеет вид

$$p_n(\vec{Z}) = (2\pi)^{-m/2} |\Gamma|^{-1/2} \exp\left[-\frac{1}{2} \vec{Z}^T \Gamma^{-1} \vec{Z}\right], \quad (5)$$

а во втором случае

$$p_{cp}(\vec{Z}) = (2\pi)^{-m/2} |\Gamma|^{-1/2} \exp\left[-\frac{1}{2} (\vec{Z} - \vec{\xi})^T \Gamma^{-1} (\vec{Z} - \vec{\xi})\right]. \quad (6)$$

Анализ выражений (5) и (6) показывает, что  $p_{cp}(\vec{Z}) = p_n(\vec{Z} - \vec{\xi})$ , т.е. эти распределения сдвинуты на величину разностного вектора  $\vec{\xi} = \gamma(\vec{T} - \vec{B})$ .

### Алгоритм оптимального обнаружения субпиксельных объектов

Алгоритм оптимального обнаружения должен включать наиболее целесообразные правила принятия решения. Обычно для принятия оптимального решения после приема многомерной реализации (4) вычисляется отношение правдоподобия  $\ell(\vec{Z}) = p_{cp}(\vec{Z})/p_n(\vec{Z})$ , т.е. отношение плотностей вероятности одной и той же реализации принимаемого сигнала при двух условиях: наличия сигнала и помехи  $p_{cp}(\vec{Z})$ , и наличия только помехи  $p_n(\vec{Z})$ . Затем отношение правдоподобия сравнивается с пороговым значением  $\ell_0$ :

$$\hat{\alpha}_{opt}(\vec{Z}) = \begin{cases} 1 & \ell(\vec{Z}) \geq \ell_0 \\ 0 & \ell(\vec{Z}) < \ell_0 \end{cases}.$$

Однако в силу экспоненциального характера нормальных распределений будем сравнивать логарифм

рифм от отношения правдоподобия  $\ln(\ell(\vec{Z}))$  с некоторым обоснованным пороговым значением.

Логарифм от отношения правдоподобия определим, используя выражения (5) и (6):

$$\begin{aligned} \ln \ell(\vec{Z}) &= \ln p_{\vec{m}}(\vec{Z}) - \ln p_{\vec{i}}(\vec{Z}) = \\ &= \vec{\xi}^T \Gamma^{-1} \vec{Z} - \frac{1}{2} \vec{\xi}^T \Gamma^{-1} \vec{\xi} = Y - q^2/2, \end{aligned} \quad (7)$$

где  $Y = \vec{\xi}^T \Gamma^{-1} \vec{Z} = \vec{F}^T \vec{Z}$  – сигнал на выходе оптико-электронной системы с динамической спектральной фильтрацией;  $q^2 = \vec{\xi}^T \Gamma^{-1} \vec{\xi}$  – отношение сигнал-помеха;  $\vec{F} = \Gamma^{-1} \vec{\xi}$  – аппаратная функция оптико-электронной системы. Поскольку величины  $\ln \ell(\vec{Z})$  и  $Y = \ln \ell(\vec{Z}) + q^2/2$  связаны монотонно нарастающими зависимостями с отношением правдоподобия  $\ell(\vec{Z})$ , то каждая из них может быть использована для сравнения с соответствующим порогом. Оказалось целесообразным для сравнения с порогом использовать величину  $Y$ , которая в данном случае является выходным сигналом оптико-электронной системы.

Выражение (7) позволяет синтезировать оптимальный обнаружитель оптических сигналов, однако реализовать структурную схему с использованием этого алгоритма довольно сложно, так как формирование  $\vec{Z}$  предполагает вычитание оптических сигналов. Следовательно, преобразуем выражение для сигнала на выходе оптико-электронной системы  $Y$  таким образом, чтобы исключить операцию вычитания оптических сигналов

$$\begin{aligned} Y = \vec{\xi}^T \Gamma^{-1} \vec{Z} &= \gamma(\vec{T} - \vec{B})^T \Gamma^{-1} \vec{X} - \gamma(\vec{T} - \vec{B})^T \Gamma^{-1} \vec{B} = \\ &= \vec{F}^T \vec{X} - \vec{F}^T \vec{B}. \end{aligned} \quad (8)$$

При реализации преддетекторной обработки оптического излучения с использованием принципов динамической спектральной фильтрации необходимо осуществлять нормировку вектора фильтра  $\vec{F} = \|f_k\|$  ( $k = [1, m]$ ), которая обеспечит максимизацию потока излучения, поступающего на вход приемника в каждом спектральном канале, т.е.  $|f_{k \max}| = 1$  ( $k = [1, m]$ ). Аппаратная функция оптико-электронной системы с учетом нормировки будет иметь следующий вид:

$$\vec{F}_i = r \Gamma^{-1} \vec{\xi}, \quad (9)$$

где  $r = 1/\|\vec{s}_{\max}^T \vec{\xi}\|$  – нормирующий множитель;  $\vec{s}_{\max}$  – вектор-строка обратной корреляционной матрицы максимизирующий модуль скалярного произведения  $|\vec{s}_{\max}^T \vec{\xi}| \Rightarrow \max$ . Очевидно, что с учетом свойств скалярного произведения соотношение (9) сводится к выражению для аппаратной функции ОЭС при обнаружении объектов, разрешаемых оптико-элек-

тронной системой [3]. Тогда выражение (8) примет следующий окончательный вид:

$$Y_i = \vec{F}_i^T \vec{X} - \vec{F}_i^T \vec{B}.$$

Отсюда структурная схема оптимального обнаружителя субпиксельных объектов на основе принципов динамической спектральной фильтрации будет иметь вид, показанный на рис. 2. На схеме скалярные величины показаны одинарными стрелками, а векторные величины – двойными. Пороговое устройство формирует сигнал  $\hat{\alpha} = 0$  или  $\hat{\alpha} = 1$  в зависимости от величины выходного сигнала  $Y_i$  и вычисленного порогового значения  $Y_{0i}$ .

## Характеристики обнаружения

Определим количественные характеристики для синтезированной структурной схемы оптимального обнаружителя субпиксельного объекта на неоднородном фоне (рис. 2). Найдем условную вероятность правильного обнаружения объекта наблюдения в зависимости от площади элемента разрешения, перекрываемой изображением объекта.

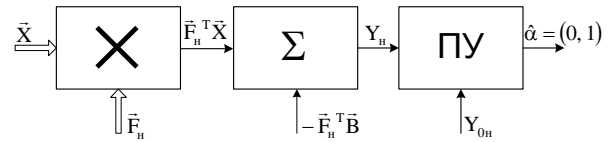


Рис. 2. Схема оптимального обнаружителя субпиксельного объекта на неоднородном фоне

При наличии на входе смеси сигналов объекта  $\vec{T}$  и фона  $\vec{B}$  получим, что  $M_{\vec{m}}[Y_i] = q^2 r$ ,  $M_{\vec{m}}[Y_i^2] = q^2 r^2$ , а при наличии сигнала фона  $\vec{B}$  получим, что  $M_{\vec{i}}[Y_i] = 0$ ,  $M_{\vec{i}}[Y_i^2] = q^2 r^2$ .

Следовательно, выражения для плотностей вероятностей нормированного сигнала на выходе ОЭС при наличии сигнала фона, а также смеси сигналов объекта и фона, соответственно будут иметь вид:

$$p_i(Y_i) = (1/qr\sqrt{2\pi}) e^{-Y_i^2/2q^2r^2},$$

$$p_{\vec{m}}(Y_i) = (1/qr\sqrt{2\pi}) e^{-(Y_i - q^2r)^2/2q^2r^2}.$$

Согласно критерию Неймана-Пирсона, величину порога выбирают по заданной вероятности ложной тревоги  $P_{\text{ед}}$ , которая определяется выражением

$$P_{\text{ед}} = \int_{Y_{0i}}^{\infty} p_i(Y_i) dY_i = 1 - \Phi(Y_{0i}/qr), \quad (10)$$

где  $\Phi(\bullet)$  – интеграл вероятности. При этом условная вероятность правильного обнаружения

$$P_{\vec{i}} = \int_{Y_{0i}}^{\infty} p_{\vec{m}}(Y_i) dY_i = 1 - \Phi(Y_{0i}/qr - q). \quad (11)$$

Используя определение квантильной функции, приведем выражение (11) к следующему виду:

$$P_{\text{по}} = 1 - \Phi\left(\Phi^{-1}(1 - P_{\text{лт}}) - \gamma\right),$$

где  $\Phi^{-1}(\bullet)$  – квантильная функция, которая является обратной к интегралу вероятности.

Анализ полученного выражения показывает, что вероятность правильного обнаружения зависит только от вероятности ложной тревоги и отношения сигнал-помеха. В то же время в состав выражения для отношения сигнал-помеха, кроме разности спектральных характеристик объекта и фона  $\vec{T} - \vec{B}$ , а также корреляционной матрицы  $\Gamma$ , входит коэффициент  $\gamma$ . Следовательно, построим зависимости вероятности правильного обнаружения  $P_{\text{по}}$  от коэффициента  $\gamma$ , соответствующего площади элемента разрешения, перекрываемой изображением объекта наблюдения.

Зависимости  $P_{\text{по}}(\gamma)$  при различных уровнях условной вероятности ложной тревоги, приведены на рис. 3. В качестве примера, кривые  $P_{\text{по}}(\gamma)$  получены при следующих условиях:  $\vec{T} - \vec{B} = \|\|6\ 0\|\|^T$ ,

$$\Gamma = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \rho\sigma_1\sigma_2 \\ \rho\sigma_1\sigma_2 & \sigma_2^2 \end{pmatrix},$$

где  $\sigma_1 = \sigma_2 = 1$ ,  $\rho = 0,5$ .

Исходные условия выбраны таким образом, что при  $\gamma = 1$  отношение сигнал-помеха  $q^2 = 48$ .

### Выводы

С использованием принципов динамической спектральной фильтрации и основных положений теории оптимального обнаружения сигналов синтезирован алгоритм обнаружения субпиксельных объектов на неоднородном фоне, а также разработана структурная схема оптимального обнаружителя. Определены количественные характеристики обнаружителя, позволяющие при заданном уровне ложной тревоги определить условную вероятность правильного обнаружения объекта наблюдения в зависимости от площади элемента разрешения, перекрываемой изображением объекта.

### ВИЯВЛЕННЯ СУБПІКСЕЛЬНИХ ОБ'ЄКТІВ ЗА СПЕКТРАЛЬНИМИ ОЗНАКАМИ В ОПТИКО-ЕЛЕКТРОННИХ СИСТЕМАХ З ВИКОРИСТАННЯМ ПРИНЦИПІВ ДИНАМІЧНОЇ ФІЛЬТРАЦІЇ

А.С. Риб'як

З використанням принципів динамічної спектральної фільтрації та основних положень теорії виявлення сигналів синтезований алгоритм оптимального виявлення субпиксельних об'єктів за спектральними ознаками, а також розроблена структурна схема виявлювача. Визначені кількісні характеристики виявлювача, що дозволяють при заданому рівні умовної хибної тривоги визначити умовну імовірність правильного виявлення субпиксельних об'єктів в залежності від величини площі елемента розділу, що перекривається зображенням об'єкта.

**Ключові слова:** оптико-електронні системи, динамічна спектральна фільтрація.

### DETECTING SUBPIXEL OBJECTS BY SPECTRAL FEATURES IN ELECTRO-OPTICAL SYSTEMS BY USING PRINCIPLES OF DYNAMIC FILTRATION

A.S. Ryb'yak

Using the principle of dynamic spectral filtration and basic signal detection theory there has been synthesized the algorithm of optimal detection subpixel objects by spectral features and has been developed its structure chart. Detector quantitative characteristic has been determined; it allows determining conditional right detection probability of objects by set false alarm ratio depending on the quantity of resolution cell area overlaid by object image.

**Keywords:** Electro-optical systems, dynamical spectral filtration.

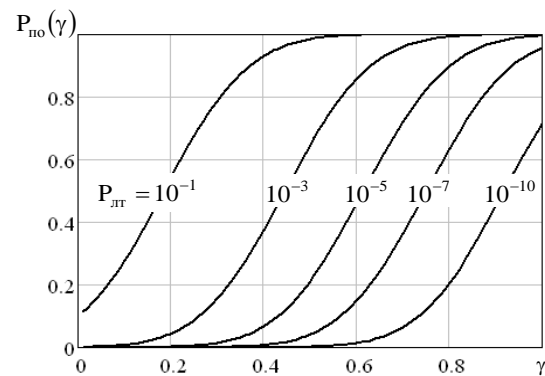


Рис. 3. Зависимости условных вероятностей правильного обнаружения  $P_{\text{по}}$  от коэффициента  $\gamma$  при различных значениях  $P_{\text{лт}}$

Количественные характеристики обнаружителя получены в предположении, что спектральные характеристики объекта и фона подчиняются нормальному закону распределения, а их корреляционные матрицы равны  $\Gamma_{\text{ф}} = \Gamma_{\text{о}} = \Gamma$ .

### Список литературы

1. Manolakis D. Hyperspectral image processing for automatic target detection applications / D. Manolakis, D. Marden, G.A. Shaw // *Lincoln Laboratory Journal*. – 2003. – V. 14, n. 1, – P. 79 – 113.
2. Keshava N. A survey of spectral unmixing algorithms / N. Keshava // *Lincoln Laboratory Journal*. – 2003. – V. 14, n. 1. – P. 55 – 77.
3. Обнаружение объектов по спектральным признакам в оптико-электронных системах с использованием принципов динамической фильтрации / Л.Ф. Купченко, А.С. Рыбьяк, В.В. Проков, С.Н. Антонов // *Прикладная радиоэлектроника*. – 2011. – Т. 10, №1 – С. 22 – 26.
4. Купченко Л.Ф. Динамическая спектральная фильтрация оптического излучения в оптоэлектронных системах / Л.Ф. Купченко, А.С. Рыбьяк // *Электромагнитные волны и электронные системы*. – Межд. научно-технический журнал. – М.: Радиотехника, 2011. – Т.16, вып. 4. – С. 32 – 43.
5. Ширман Я. Д. Теория и техника обработки радиолокационной информации на фоне помех / Я.Д. Ширман, В.Н. Манжос. – М: Радио и связь, 1981. – 416 с.

Поступила в редколлегию 29.01.2013

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф. Л.Ф. Купченко, Харьковский университет Воздушных Сил им. И. Кожедуба, Харьков.