

УДК 629.78.018

С.Д. Ставицький

ГП «Центральный научно-исследовательский институт навигации и управления», Киев

МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ НЕОБХОДИМОГО И ДОСТАТОЧНОГО КОЛИЧЕСТВА ИЗМЕРЕНИЙ АППАРАТУРЫ СПУТНИКОВОЙ НАВИГАЦИИ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ КА EGYPTSAT-1

В статье обоснован выбор A-оптимального критерия планирования проведения навигационных измерений аппаратурой спутниковой навигации (АСН), представлен анализ результатов обработки экспериментальных данных.

Ключевые слова: аппаратура спутниковой навигации, оптимальное планирование эксперимента

Введение

Постановка проблемы и анализ литературы. Баллистико-навигационное обеспечение (БНО) управления полетом космических аппаратов (КА) является одним из основных факторов успешного выполнения задач спутника по целевому назначению. При этом точное, оперативное и надежное определение текущего и расчёт прогнозируемого положения КА в пространстве на основе обработки измерительной информации является важнейшей задачей БНО [1].

На борту КА EgyptSat-1 установлена аппаратура спутниковой навигации (АСН), приемник GPS, который предназначен для измерений текущих параметров движения (ПД) по сигналам спутниковой радионавигационной системы (СРНС) NAVSTAR. Эта информация используется при решении различных задач при проведении технологического цикла управления КА. В процессе эксплуатации спутника EgyptSat-1 определились проблемные вопросы, которые связаны с планированием включения АСН для обеспечения работы отдельных подсистем. В связи с этим актуальной является задача определения необходимого и достаточного количества измерений АСН.

Целью данной статьи является определение необходимого и достаточного количества измерений АСН для определения параметров движения КА.

Основной материал

Процесс уточнения параметров движения КА по траекторным измерениям, в том числе и по измерениям АСН, базируется на основе применения метода максимума правдоподобия [2].

Исследуя полученную в ходе уточнения параметров движения КА ковариационную матрицу $B_q = \sigma_0^2 C^{-1}$, можно определить план измерений с точки зрения выбранного критерия оптимальности.

Приведём наиболее часто употребляемые критерии оптимальности планов проводимых измерений [2].

1. План $u_{\text{опт}}$ называется D-оптимальным, если.

$$\det B_q(u_{\text{опт}}) = \min_u \det B_q(u), \quad \text{т.е.}$$

$$J(u) = \det B_q(u).$$

2. План $u_{\text{опт}}$ называется A - оптимальным, если

$$\text{Sp } B_q(u_{\text{опт}}) = \min_u \text{Sp } B_q(u), \quad \text{т.е.}$$

$$J(u) = \text{Sp } B_q(u).$$

3. План $u_{\text{опт}}$ называется E-оптимальным, если

$$\max_{\xi} \xi [B_q(u_{\text{опт}})] = \min_u \max_{\xi} \xi [B_q(u)], \quad \text{т.е.}$$

$$J(u) = \max_{\xi} \xi [B_q(u)],$$

где $\xi [B_q(u)]$ - собственное значение ковариационной матрицы $B_q[u]$.

4. План $u_{\text{опт}}$ называется G-оптимальным, если

$$\max_{\sigma_1^2} L^T B_q(u_{\text{опт}}) L = \min_u \max_{\sigma_1^2} L^T B_q(u) L, \quad \text{т.е.}$$

$$J(u) = \max_{\sigma_1^2} L^T B_q(u) L :$$

где L - вектор размерности n ; σ_1^2 - дисперсия квадратичной формы $L^T B_q(u) L$.

5. План $u_{\text{опт}}$ называют Q - оптимальным, если

$$\frac{1}{N} \sum_{t=t_i}^{t_N} A^T(t) B_q(u_{\text{опт}}) A(t) = \min_u \frac{1}{N} \sum_{t=t_i}^{t_N} A^T B_q(u) A(t),$$

$$\text{т.е. } J(u) = \frac{1}{N} \sum_{t=t_i}^{t_N} A^T(t) B_q(u) A(t),$$

где $A(t)$ - вектор, компонентами которого являются известные функции.

Статистический смысл перечисленных планов может быть интерпретирован следующим образом:

D-оптимальный план минимизирует определитель ковариационной матрицы B_q , т.е. обобщенную дисперсию вектора оценок координатных и скоростных параметров движения КА или объем эллипсоида рассеяния оценок неизвестных параметров;

A-оптимальний план мінімізує слід коваріаційної матриці B_q , т.е. середню дисперсію оцінюваних параметрів. Геометрично це означає, що мінімізується сума квадратів довжин осей еліпсоїда розсіяння;

E-оптимальний план мінімізує максимальне власне значення коваріаційної матриці вектора оцінок. Тем самим мінімізується найбільша ось еліпсоїда розсіяння оцінок. Це означає, що дисперсії оцінок окремих параметрів будуть приблизно одного порядку;

G-оптимальний план мінімізує максимальне значення дисперсії лінійної форми $L^T q^*$ вектора q^* з вектором L , який може бути заданий виходячи з вимог до точності окремих оцінок, т.е. компонентами вектора L можуть бути ваги оцінюваних параметрів;

Q-оптимальний план мінімізує середню по часу дисперсію лінійної форми $A^T(t)q^*$.

Найбільш употребельними є критерії A- і D-оптимальності плану експерименту. Ці критерії мають ряд переваг перед іншими критеріями. Вони мають найбільш зручну процедуру обчислень, універсальні, т.е. не залежать від вибору вектора оцінюваних параметрів. Во многих випадках A і D-оптимальні плани збігаються з планами, отриманими при використанні інших критеріїв.

При практичному, оперативному етапі БНО управління найважливішим є питання забезпечення необхідної точності прогнозування руху супутника на певні інтервали часу. Отримані помилки виникають внаслідок не повної адекватності математичної моделі реальному польоту, а також внаслідок похибок уточнення початкових умов [3], [4]. В зв'язі з цим, при виборі оптимальної схеми уточнення НУ будемо також розраховувати відхилення прогнозованих параметрів орбіти в кінці певного інтервалу прогнозування (звичайно збігаються з тривалістю технологічного циклу БНО) від наступних уточнених НУ. Важливе значення має також оперативність отримання оцінок параметрів орбіти (час збору необхідної кількості сеансів вимірювань) і час рішення задачі на ПАК БНО.

При виборі критерію оптимальності необхідно враховувати той факт, що найбільш важливим з точки зору БНО є точність уточнення координатних і швидкісних параметрів. Тому, в даній роботі будемо використовувати критерій A-оптимальності. Він дозволяє отримати точності (СКО) оцінок координатних і швидкісних параметрів, а також їх узагальнений показник.

Для координатних складових коваріаційної матриці B_q слід визначається як [1, 4]:

$$SpR B_q(u_{opt}) = \sqrt{B_q[1,1] + B_q[2,2] + B_q[3,3]} \Rightarrow \min,$$

а для швидкісних:

$$SpV B_q(u_{opt}) = \sqrt{B_q[4,4] + B_q[5,5] + B_q[6,6]} \Rightarrow \min.$$

Так як діагональні елементи коваріаційної матриці мають різні фізичні розмірності, введемо поняття приведенного повного сліда.

$$Sp B_q(u_{opt}) = \sqrt{B_q[1,1] + B_q[2,2] + B_q[3,3] + (B_q[4,4] + B_q[5,5] + B_q[6,6]) / 1e10^6} \Rightarrow \min.$$

Фізично це означає, що СКО оцінок координат враховується в км, а швидкостей в м/с, а розмірність загального сліда буде в подальшому вказуватися в приведених одиницях.

Аналіз точності отримання оцінок параметрів руху супутника EgyptSat-1 проведено на прикладі реальних вимірювань АСН, отриманих на витках 5529, 5530, 5531, 5538, 5539, 5540, 5545, 5546, 5553, 5554, 5555. Ці вимірювання проводилися з метою БНО згідно штатної технології, яка передбачає запис вимірювань АСН на часових інтервалах приблизно 10 хвилин. Такі масиви вимірювань містять приблизно 50 точок. Усього було отримано 25 масивів вимірювань. При цьому уточнені НУ формувалися на момент початку витка 5529 (2 квітня 2008 року).

При аналізі оцінки точності визначення параметрів руху КА за критерієм для визначення оптимального плану u_{opt} застосовувалася варіація кількості масивів даних АСН (від 1 до 25), використовуваних при розв'язанні задачі. Таким чином, послідовно було отримано 25 уточнених початкових умов руху КА.

Результати обробки вимірювань АСН представлені в табл. 1. Для зручності аналізу представимо дані табл. 1 в графічному вигляді. При цьому на графіках не будемо вказувати дані уточнення по одному сеансу вимірювань, т.к. отримані оцінки мають дуже низьку точність.

З аналізу графіків рис. 1 видно, що СКО оцінок координат X і Y досягають значень менше 0.005 км вже при 6 масивах вимірювань і при збільшенні об'єму вибірки практично не зменшуються. Для координати Z така точність досягається при включенні в обробку не менше 16 сеансів вимірювань. Це пояснюється тим, що в районі екватора (точка уточнення НУ) складова швидкості V_z має максимальне значення.

З аналізу графіків рис. 2 видно, що СКО оцінок швидкостей V_x і V_y практично перестають зменшуватися при включенні в обробку не менше 16 масивів даних. Для швидкості V_z лінійний ділянок залежності досягається при використанні вже 8 масивів даних. При цьому значення СКО не перевищують 0.005 м/с.

Таблица 1

Точностные характеристики оценок параметров движения спутника

кол. сеансов	$\sigma X, км$	$\sigma Y, км$	$\sigma Z, км$	$\sigma V_x, м/с$	$\sigma V_y, м/с$	$\sigma V_z, м/с$	Sled R, км	Sled V, м/с	Sled R+V
1	0.0411	0.0889	0.5409	0.3504	0.3975	0.0348	0.5497	0.5311	0.7643
2	0.0107	0.0079	0.0258	0.0185	0.0200	0.0091	0.0290	0.0288	0.0408
3	0.0069	0.0051	0.0200	0.0151	0.0165	0.0046	0.0217	0.0228	0.0315
4	0.0059	0.0047	0.0162	0.0112	0.0121	0.0035	0.0179	0.0168	0.0246
5	0.0050	0.0039	0.0123	0.0081	0.0085	0.0033	0.0138	0.0122	0.0184
6	0.0040	0.0034	0.0074	0.0057	0.0059	0.0024	0.0090	0.0086	0.0125
7	0.0038	0.0033	0.0071	0.0055	0.0057	0.0023	0.0087	0.0082	0.0119
8	0.0035	0.0031	0.0070	0.0053	0.0055	0.0020	0.0084	0.0079	0.0115
9	0.0032	0.0028	0.0069	0.0051	0.0054	0.0019	0.0081	0.0077	0.0111
10	0.0033	0.0028	0.0068	0.0051	0.0053	0.0019	0.0081	0.0076	0.0111
11	0.0033	0.0028	0.0068	0.0050	0.0053	0.0019	0.0081	0.0076	0.0111
12	0.0032	0.0027	0.0067	0.0049	0.0052	0.0019	0.0079	0.0074	0.0108
13	0.0029	0.0025	0.0057	0.0045	0.0047	0.0018	0.0069	0.0067	0.0096
14	0.0028	0.0024	0.0055	0.0042	0.0044	0.0016	0.0066	0.0063	0.0091
15	0.0027	0.0024	0.0055	0.0041	0.0044	0.0015	0.0066	0.0062	0.0090
16	0.0025	0.0023	0.0051	0.0040	0.0042	0.0015	0.0061	0.0060	0.0085
17	0.0024	0.0022	0.0050	0.0038	0.0040	0.0014	0.0060	0.0057	0.0083
18	0.0024	0.0021	0.0049	0.0037	0.0040	0.0014	0.0059	0.0056	0.0081
19	0.0023	0.0020	0.0045	0.0036	0.0037	0.0013	0.0054	0.0054	0.0076
20	0.0022	0.0020	0.0045	0.0035	0.0037	0.0013	0.0054	0.0052	0.0075
21	0.0022	0.0019	0.0045	0.0034	0.0036	0.0012	0.0053	0.0051	0.0074
22	0.0021	0.0019	0.0043	0.0034	0.0035	0.0012	0.0051	0.0050	0.0071
23	0.0020	0.0018	0.0042	0.0033	0.0034	0.0012	0.0050	0.0049	0.0070
24	0.0020	0.0018	0.0041	0.0032	0.0034	0.0011	0.0050	0.0048	0.0069
25	0.0020	0.0018	0.0042	0.0032	0.0034	0.0011	0.0050	0.0048	0.0069

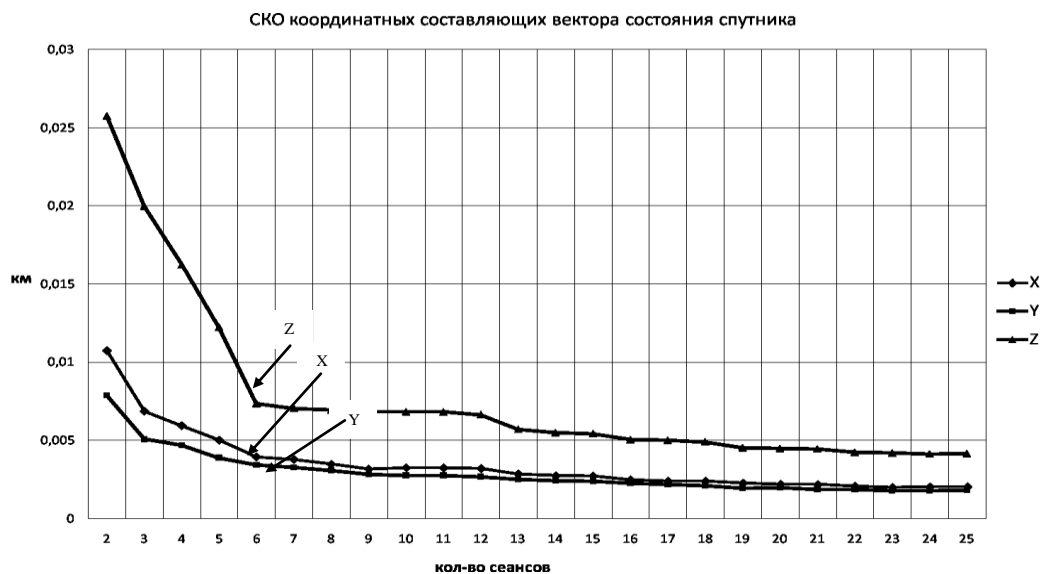


Рис. 1. СКО координатных составляющих уточнения параметров движения КА

Из анализа графиков в рис. 3 следует, что зависимости следа корреляционной матрицы SpR , SpV , Sp имеют одинаковый характер. При этом графики переходят в линейный участок на минимальных значениях при включении в обработку 16 сеансов измерений АСН. Такая схема соответствует работе АСН на двух смежных вечерних витках и последующих двух смежных утренних витках (по 4 равномерно разнесенных интервала на каждом витке). При этом время набора измерений составляет около 12 часов. Использование

большого количества массивов данных практически не приводит к повышению точности получаемых оценок, но значительно увеличивает время (до 24 часов), необходимое для получения выборки измерений.

Вывод

Таким образом, с точки зрения критерия А-оптимальности и времени формирования выборки измерений, при работе по штатной схеме наиболее целесообразно использовать 16 массивов включения аппаратуры АСН.

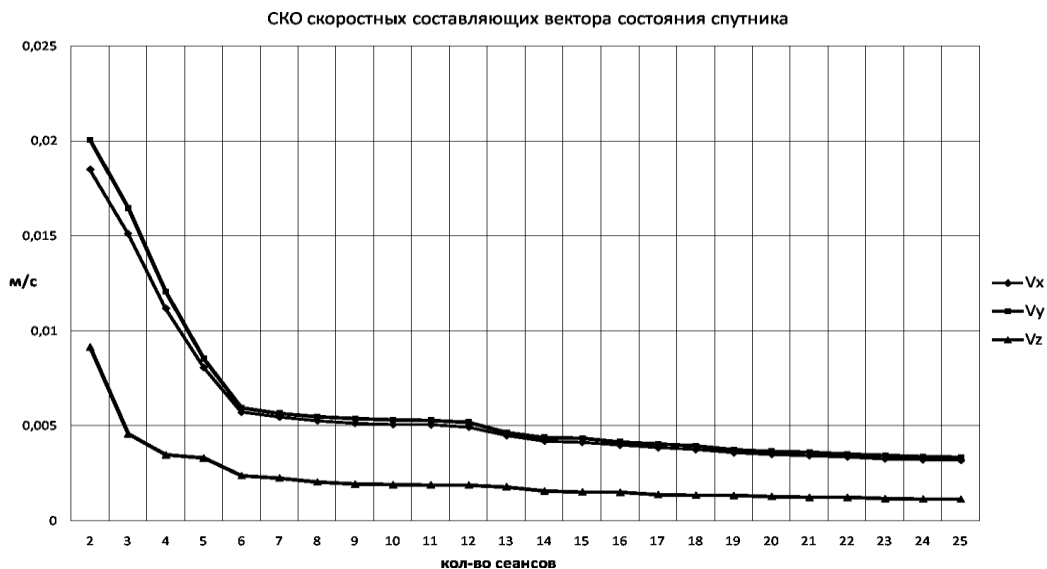
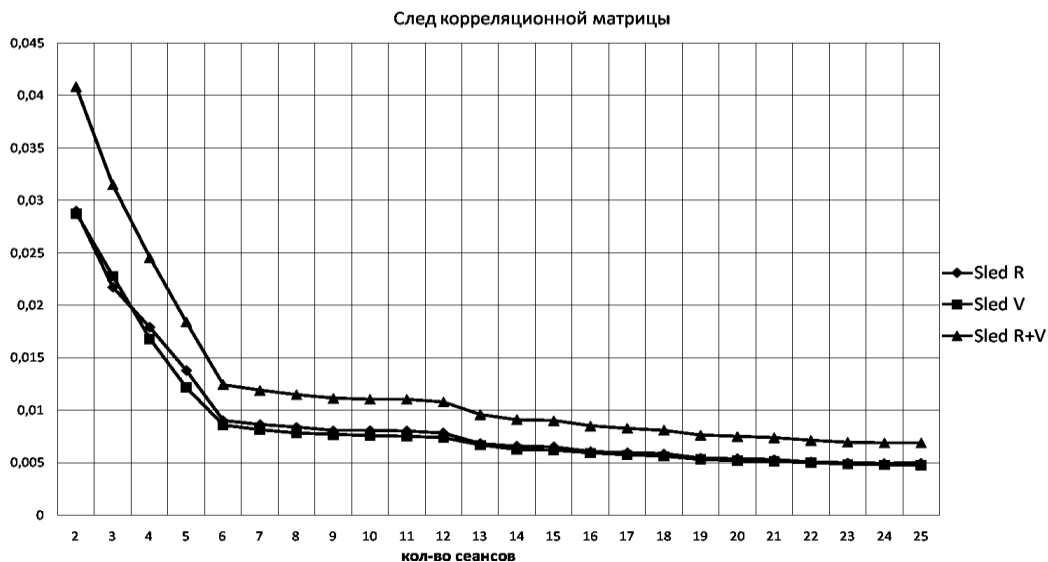


Рис. 2. СКО скоростных составляющих уточнения параметров движения КА

Рис. 3. Зависимости следа корреляционной матрицы SpR , SpV , Sp

Список литературы

1. Охоцимский Д.Е., Сихарулидзе Ю.Г. Основы механики космического полета. – М.: Наука, 1990.
2. Брандин В.Н., Васильев А.А., Худяков С.Т. Основы экспериментальной космической баллистики. – М.: Машиностроение, 1974. – 340 с.
3. Эльясберг П.Е. Определение движения по результатам измерений / П.Е. Эльясберг – М.: Наука, 1976.

4. Ломако Г.И. Экспериментальная баллистика космических аппаратов / Г.И. Ломако. – Санкт-Петербург ВИКА им. А.Ф. Можайского, 1997. – 288 с.

Поступила в редколлегию 12.12.2012

Рецензент: д-р техн. наук проф. С.В. Козелков, Полтавский национальный технический университет им. Ю. Кондратюка, Полтава.

МЕТОДИКА ВИЗНАЧЕННЯ НЕОБХІДНОЇ І ДОСТАТНЬОЇ КІЛЬКОСТІ ВИМІРЮВАНЬ АПАРАТУРИ СУПУТНИКОВОЇ НАВІГАЦІЇ ДЛЯ ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ РУХУ КА EGYPTSAT-1

С.Д. Ставицький

У статті обґрунтований вибір А-оптимального критерію планування проведення навігаційних вимірювань апаратурою супутникової навігації, подано аналіз результатів обробки експериментальних даних.

Ключові слова: апаратура супутникової навігації, оптимальне планування експерименту.

METHOD FOR DETERMINING A NECESSARY AND SUFFICIENT NUMBER OF MEASUREMENTS SATELLITE NAVIGATION TO DETERMINE THE PARAMETERS OF THE SPACECRAFT MOTION NAMED EGYPTSAT-1

S.D. Stavitskiy

It substantiates the choice of A-optimal test planning for navigation measurements of satellite navigation equipment in the article, and presents an analysis of the results of the experimental data.

Keywords: satellite navigation equipment, optimal design of experiments.