

УДК 623.4.011

А.Б. Скорик, С.В. Ольховиков А.А. Зверев, Т.Н. Котенко

Харьковский университет Воздушных Сил имени Ивана Кожедуба, Харьков

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ БОРТОВОГО ВЫЧИСЛИТЕЛЯ ЗУР. АНАЛИЗ ЗАДАЧИ МОДЕЛИРОВАНИЯ НАВЕДЕНИЯ ЗУР НА ЭТАПЕ САМОНАВЕДЕНИЯ

В статье рассматриваются вопросы построения математической модели функционирования бортового вычислителя ЗУР с комбинированным наведением (инерциальное с радиокоррекцией + полуактивное самонаведение). Приводятся основные математические соотношения и алгоритмы выработки команд наведения ЗУР при реализации управления на этапе самонаведения. Анализируются особенности построения и функционирования комплексного измерителя.

**Ключевые слова:** модифицированный метод пропорционального наведения, бортовой вычислитель, самонаведение, комплексный измеритель.

### Введение

**Постановка проблемы и анализ литературы.** Работа является заключительной в серии из 4-х статей, посвященных вопросам построения математической модели бортового вычислителя современных зенитных ракет (на примере ЗУР 9М83, используемой в ЗРК С-300В), [1 – 3]. По принципу построения система управления полетом (СУП) ЗУР средней дальности с вертикальным стартом является комбинированной, с последовательным сочетанием автономного вывода ракеты в район захвата цели полуактивной головкой самонаведения с помощью инерциальной системы управления и с самонаведением на конечном участке траектории. В работах [1, 2] были рассмотрены особенности моделирования на этапах пуска, начального склонения и инерциального наведения ракеты. В работе [3] проведен анализ основных математических соотношений и алгоритмов выработки команд целеуказания и наведения следящих систем бортового координатора ЗУР. В работе [4] содержится обширная информация по теории построения комплексных измерителей систем самонаведения. В данной статье рассматриваются особенности построения математической модели наведения ЗУР на этапе полуактивного самонаведения и анализируются алгоритмы функционирования бортового вычислителя ракеты. **Актуальность данной работы** связана с тем, что до настоящего времени в известной литературе вопросы использования модифицированного метода пропорционального сближения в системах самонаведения современных ЗУР рассмотрены недостаточно.

**Цель статьи.** Рассмотрение математической модели функционирования бортового вычислителя ЗУР с комбинированным наведением (инерциальное с радиокоррекцией + полуактивное самонаведение). Анализ основных математических соотношений и алгоритмов, описывающих функционирование бортового вычислителя ЗУР на этапе самонаведения.

### Основной материал

Этап самонаведения начинается с момента поступления в БВУ команды "СМН" и заканчивается выработкой в БВУ команды "Доворот", либо при снятии команды "СМН". Вычисление значения команд управления ракетой с момента поступления в БВУ команды "СМН" целесообразно осуществлять в несколько приемов. Первоначально осуществляется вычисление команд наведения  $\hat{\lambda}_{ya}$ ,  $\hat{\lambda}_{za}$  формируемых относительно линии визирования цели (в антенной системе координат) в плоскостях Y, Z.

$$\hat{\lambda}_{ya} = k^c \cdot V_{омн} \cdot \hat{\omega}_{зр} \cdot \frac{1}{57,3}, \quad \hat{\lambda}_{za} = k^c \cdot V_{омн} \cdot \hat{\omega}_{уг} \cdot \frac{1}{57,3}, \quad (1)$$

где  $k^c$  – коэффициент навигации (алгоритм расчета будет рассмотрен ниже);  $\hat{\omega}_{уг}$ ,  $\hat{\omega}_{зр}$  – оценки угловой скорости вращения ЛВЦ в плоскостях Y,Z;  $V_{омн}$  – относительная скорость сближения ракета-цель.

Современная теория оптимального управления показывает, что качество функционирования системы наведения существенно зависит от того, насколько точно оцениваются параметры  $\hat{\omega}$  и  $V_{омн}$ . Один из перспективных путей повышения точности измерений заключается в объединении различных по принципу действия измерителей в единую измерительную систему, называемую часто комплексным измерителем (КИ) [4]. В теории и практике использования КИ большое распространение нашли схемы комплексных измерителей с введением дополнительной информации внутрь кольца слежения. Один из вариантов таких схем приведена на рис. 1 [4]. Устройства, которые реализуются по схеме на рис. 1, часто называют КИ с корреляцией. При этом сигнал корреляции  $z_2$  (сигнал позиционной коррекции) содержит информацию о том же измеряемом параметре  $x_1$ , что и сигнал  $z_1$ . А КИ с таким корректирующим сигналом называется следящим измерителем с позиционной коррекцией [4].

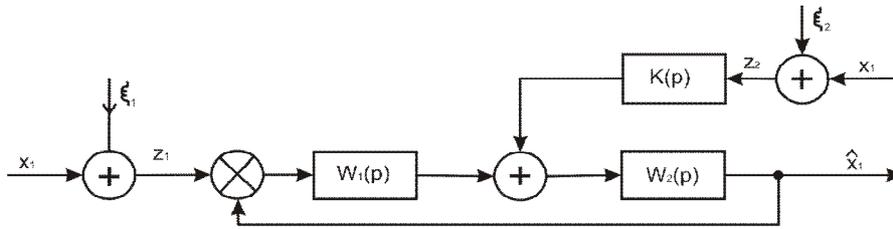


Рис. 1. Структурная схема слеящего измерителя с позиционной коррекцией

В [2] было показано, что между угловыми скоростями вращения и проекциями относительной скорости существует определенная корреляция

$$\omega_y = -\frac{\Delta \dot{z}}{\ell}, \quad \omega_z = -\frac{\Delta \dot{y}}{\ell}. \quad (2)$$

Это свойство используется в БВУ для оптимальной оценки угловой скорости вращения ЛВЦ.

$$\hat{\omega}_{zr} = \frac{1}{\ell^*} (\lambda_{yc} + \Delta V_{yca} \cdot 57,3), \quad (3)$$

$$\hat{\omega}_{yr} = \frac{1}{\ell^*} (\lambda_{zc} + \Delta V_{zca} \cdot 57,3), \quad (4)$$

$$\lambda_{zc}(t_n) = \lambda_{zc}(t_{n-1}) + \lambda_{zc}^n(t_{n-1}) \cdot \frac{1}{f_a}, \quad (5)$$

$$\lambda_{yc}(t_n) = \lambda_{yc}(t_{n-1}) + \lambda_{yc}^n(t_{n-1}) \cdot \frac{1}{f_a}, \quad (6)$$

$$\lambda_{yc}^n(t) = k_{\phi k} \cdot V_{отн} [k_{\phi}^* (\omega_{zr} - \hat{\omega}_{zr}^{np}) - \hat{\omega}_{zr}], \quad (7)$$

$$\lambda_{zc}^n(t) = k_{\phi k} \cdot V_{отн} [k_{\phi}^* (\omega_{yr} - \hat{\omega}_{yr}^{np}) - \hat{\omega}_{yr}], \quad (8)$$

где  $k_{\phi k} = \begin{cases} 1 & \text{при НЗЦ;} \\ 3 & \text{при БЦ;} \\ 4 & \text{в остальных случаях;} \end{cases}$ ,

$\ell^* = \begin{cases} \ell & \text{при } \ell > 200\text{м;} \\ \ell = 200 & \text{при } \ell \leq 200\text{м;} \end{cases}$   $k_{\phi}^* = \begin{cases} 1 & \text{при "ЗЧ";} \\ 0 & \text{в ост. случаях;} \end{cases}$

$\omega_{zr}, \omega_{yr}$  - измеренные ГСН угловые скорости вращения ЛВЦ в плоскостях Y,Z;  $\hat{\omega}_{zr}^{np}, \hat{\omega}_{yr}^{np}$  - команды программной компенсации обтекателя (методика их расчета не рассматривается в данной работе);  $f_a$  - частота дискретизации;  $\Delta V_{yca}, \Delta V_{zca}$  - проекции  $V_{отн}$  на оси  $Y_a, Z_a$  антенной системы координат;  $\ell$  - расстояние от ракеты до цели, рассчитываемое по данным инерциальной системы [2].

$$\ell(t_1) = \sqrt{\Delta x_u^2(t_1) + \Delta y_u^2(t_1) + \Delta z_u^2(t_1)}, \quad (9)$$

где  $\Delta x_u, \Delta y_u, \Delta z_u$  - проекции вектора относительной дальности между целью и ракетой  $\Delta \vec{r}$  в ИСК-Р [2].

Расчет  $V_{отн}$  на этапе самонаведения осуществляется для случаев наличия и отсутствия команды "ЗЧ" - захват частоты.

$$V_{отн} = \begin{cases} -\dot{\ell}(t) & \text{при отсутствии команды "ЗЧ"}; \\ \frac{-(F_d(t_n) - \Delta F_{пу}) \cdot \dot{\ell}(t_{смн})}{F_d^{убп}(t_{смн}) - \Delta F_{пу}} & \text{при "ЗЧ"}, \end{cases} \quad (10)$$

где  $t_{смн} < t_n < t_{дов}$ .

При отсутствии захвата цели  $\dot{\ell}(t)$  - скорость сближения ракеты с целью, равна

$$\dot{\ell}(t_1) = (\Delta x_u \Delta \dot{x}_u + \Delta y_u \Delta \dot{y}_u + \Delta z_u \Delta \dot{z}_u) / \ell(t_1), \quad (11)$$

где  $\Delta \dot{x}_u, \Delta \dot{y}_u, \Delta \dot{z}_u$  - проекции относительной скорости в ИСК-Р.

При наличии слежения за доплеровской частотой ("ЗЧ") для вычисления  $V_{отн}$  используются измеренное текущее значение доплеровской добавки частоты  $F_d(t_n)$ , поступающее с ГСН ракеты и расчетное на момент начала самонаведения значение доплеровской добавки частоты  $F_d^{убп}$  [3].

$$F_d^{убп} = K_{\lambda} (\dot{r}_p - \dot{r}_c - \dot{\ell}_{смн}) / 2 + \Delta F_{пу}; \quad (12)$$

$$\dot{\ell}_{смн} = \left| \Delta \dot{x}_p, \Delta \dot{y}_p, \Delta \dot{z}_p \begin{vmatrix} \cos \varepsilon_r \cos \beta_r \\ \cos \gamma_r \sin \varepsilon_r \cos \beta_r + \sin \gamma_r \sin \beta_r \\ \sin \gamma_r \sin \varepsilon_r \cos \beta_r - \cos \gamma_r \sin \beta_r \end{vmatrix} \right|, \quad (13)$$

где  $K_{\lambda}$  - литерный коэффициент;  $\Delta F_{пу}$  - сигнал подстройки гетеродина ГСН под литер подсвета [3];  $\dot{\ell}_{смн}$  - скорость сближения вдоль линии визирования цели ГСН ракеты;  $\varepsilon_r, \beta_r$  - углы, определяющие направление радиус-вектора цели в системе координат ГСН, а, следовательно, и разворот антенной системы координат (АСК);  $\Delta \dot{x}_p, \Delta \dot{y}_p, \Delta \dot{z}_p$  - проекции относительной скорости сближения на оси РСК;  $\dot{r}_p$  - проекции скорости  $\vec{v}_p$  на линию ПУ - ЗУР;  $\dot{r}_c$  - проекции скорости  $\vec{v}_c$  на линию ПУ - цель [3].

Вычисление  $\Delta V_{yca}, \Delta V_{zca}$  имеет особенность.

Модель относительного движения ракеты и цели рассчитывается в инерциальной СК ракеты (ИСК-Р) [1], а начальное положение антенны ГСН "привязано" к РСК. Поэтому, вычисление осуществляется путем последовательного перерасчета и фильтрации координат сначала в РСК, а далее в АСК.

$$\begin{vmatrix} \Delta V_{xкр} \\ \Delta V_{yкр} \\ \Delta V_{zкр} \end{vmatrix} = C^T \left[ \Phi(p) \begin{vmatrix} \dot{x}_{цу} \\ \dot{y}_{цу} \\ \dot{z}_{цу} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} \dot{x}_{пу} \\ \dot{y}_{пу} \\ \dot{z}_{пу} \end{vmatrix} \right], \quad (14)$$

где  $\Phi(p) = 1 / (1 + \tau_p p)$ ;  $\tau_p = 0,7$ ;  $C$  - матрица направляющих косинусов (МНК), задающее преобразование из ИСК-Р в РСК [1].

Пересчет из РСК в АСК осуществляется с использованием МНК  $P_{\lambda}$ , задающей преобразование из РСК в антенную систему координат ( $Ox_a y_a z_a$ )

$$\begin{vmatrix} \Delta V_{xка} & \Delta V_{yка} & \Delta V_{zка} \end{vmatrix}^T = P_A \begin{vmatrix} \Delta V_{xкр} & \Delta V_{yкр} & \Delta V_{zкр} \end{vmatrix}^T. \quad (15)$$

При знаходженні МНК  $P_A$ , послідовальність вращення должна быть следующей:

1) поворот по крену на угол  $\gamma_\Gamma$  РСК относительно оси  $X_p$  (преобразование  $\text{Rot}(X, \gamma_\Gamma)$ ) [1];

$$P_A = \begin{pmatrix} \cos \varepsilon_\Gamma \cos \beta_\Gamma & \sin \varepsilon_\Gamma \cos \beta_\Gamma \cos \gamma_\Gamma + \sin \beta_\Gamma \sin \gamma_\Gamma & \sin \varepsilon_\Gamma \cos \beta_\Gamma \sin \gamma_\Gamma - \sin \beta_\Gamma \cos \gamma_\Gamma \\ -\sin \varepsilon_\Gamma & \cos \varepsilon_\Gamma \cos \gamma_\Gamma & \cos \varepsilon_\Gamma \sin \gamma_\Gamma \\ \cos \varepsilon_\Gamma \sin \beta_\Gamma & \sin \varepsilon_\Gamma \sin \beta_\Gamma \cos \gamma_\Gamma - \cos \beta_\Gamma \cos \gamma_\Gamma & \sin \varepsilon_\Gamma \sin \beta_\Gamma \sin \gamma_\Gamma + \cos \beta_\Gamma \cos \gamma_\Gamma \end{pmatrix}. \quad (16)$$

Кроме нахождения оценок  $\hat{\omega}_{y\Gamma}$ ,  $\hat{\omega}_{z\Gamma}$  и  $V_{омн}$  для вычисления команд наведения в АСК необходимо рассчитать коэффициент навигации  $k^c$ . Расчеты осуществляются согласно алгоритма:

$$k^c = \begin{cases} 1 + 4\Delta t & \text{при } (\Delta t = \ell^*/V_{омн}) < \tau^*; \\ 4\tau^* + 1 & \text{при } (\Delta t = \ell^*/V_{омн}) \geq \tau^*, \end{cases} \quad (17)$$

где  $\tau^* = \begin{cases} 0,75 & \text{при } u_{щ} > 20000\text{м}; \\ 1,25 & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$

Полученные выражения (3) – (17) позволяют рассчитать параметры команд наведения (1) в АСК.

В дальнейшем, команды наведения  $\hat{\lambda}_{ya}$ ,  $\hat{\lambda}_{za}$  пересчитываются в команды наведения  $\lambda_{y\Gamma}$ ,  $\lambda_{z\Gamma}$  в системе координат ГСН ракеты.

$$\lambda_{y\Gamma} = \hat{\lambda}_{ya} / \text{Cos} \varepsilon_\Gamma + W_{xp} \text{tg} \varepsilon_\Gamma, \quad (18)$$

$$\lambda_{z\Gamma} = \hat{\lambda}_{za} - \left( \hat{\lambda}_{ya} \text{tg} \varepsilon_\Gamma + \frac{W_{xp}}{\text{Cos} \varepsilon_\Gamma} \right) \frac{\beta_\Gamma}{57,3}, \quad (19)$$

где  $W_{xp}$  – продольное ускорение ракеты.

Учитывая разворот ракеты по крену команды  $\lambda_{y\Gamma}$ ,  $\lambda_{z\Gamma}$  пересчитываются в команды  $\lambda_{y\Gamma}$ ,  $\lambda_{z\Gamma}$  в ракетной системе координат:

$$\lambda_{y\Gamma}^{сМН} = \lambda_{y\Gamma} \text{Cos} \gamma_\Gamma - \lambda_{z\Gamma} \text{Sin} \gamma_\Gamma + W_{вес} \cdot c_{22}, \quad (20)$$

$$\lambda_{z\Gamma}^{сМН} = \lambda_{y\Gamma} \text{Sin} \gamma_\Gamma + \lambda_{z\Gamma} \text{Cos} \gamma_\Gamma + W_{вес} \cdot c_{23}, \quad (21)$$

$$W_{вес} = \begin{cases} 0 & \text{при БЦ } \vee \text{ НЗЦ;} \\ 10\text{м/с}^2 & \text{в остальных случаях.} \end{cases} \quad (22)$$

где  $W_{вес}$  – команда компенсации веса;  $c_{22}$ ,  $c_{23}$  – коэффициенты МНК С, значения которых приведены в работе [1].

2) поворот по курсу на угол  $\varepsilon_\Gamma$  относительно оси  $Z'$  (преобразование  $\text{Rot}(Z, \varepsilon_\Gamma)$ ) [1];

3) поворот по азимуту на угол  $\beta_\Gamma$  относительно оси  $Y''$  (преобразование  $\text{Rot}(Y, \beta_\Gamma)$ ) [1].

Получаемая в результате преобразований МНК  $P_A$  может быть представлена в следующем виде:

После ограничения, полученные команды используются для управления ракетой.

$$\lambda_{y\Gamma}^{огр} = \lambda_{y\Gamma}^{сМН} \left( \lambda_{огр} / \sqrt{(\lambda_{y\Gamma}^{сМН})^2 + (\lambda_{z\Gamma}^{сМН})^2} \right) K_{кор}, \quad (23)$$

$$\lambda_{z\Gamma}^{огр} = \lambda_{z\Gamma}^{сМН} \left( \lambda_{огр} / \sqrt{(\lambda_{y\Gamma}^{сМН})^2 + (\lambda_{z\Gamma}^{сМН})^2} \right) K_{кор}, \quad (24)$$

где  $\lambda_{огр}$ ,  $K_{кор}$  – функция ограничения и коэффициент коррекции команд управления аэродинамическими рулями.

## Вывод

В статье рассмотрены особенности моделирования наведения ракеты на этапе инерциального с радиокоррекцией управления. Полученные результаты можно использовать в качестве учебного материала.

## Список литературы

1. Математическое моделирование бортового вычислителя ЗУР. Анализ задачи моделирования управления ЗУР с вертикальным стартом на этапе склонения / А.Б. Скорик, О.В. Гаврентюк, А.А. Скорик, П.А. Дранник // Системы озброєння і військова техніка. – 2011. – №. 1(25). – С. 54-57.
2. Математическое моделирование бортового вычислителя ЗУР. Ч. 2. Анализ задачи моделирования наведения ЗУР на этапе инерциального управления / А.Б. Скорик, О.В. Гаврентюк, А.А. Скорик, А.М. Доска // Системи обробки інформації. – Х.: ХУПС, 2011. – Вип. 5(95). – С. 170-173.
3. Математическое моделирование бортового вычислителя ЗУР. Ч. 3. Анализ задачи расчета команд целеуказания для бортового координатора ЗУР с вертикальным стартом / А.Б. Скорик, О.В. Гаврентюк, С.В. Ольховиков, Я.В. Совгир // Збірник наукових праць Харківського університету Повітряних Сил. – Х.: ХУПС, 2012. – Вип. 4(33). – С. 210-213.

Поступила в редколлегию 2.09.2013

**Рецензент:** д-р техн. наук проф. В.П. Малайчук, Днепропетровский национальный университет им. О. Гончара, Днепропетровск.

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ БОРТОВОГО ОБЧИСЛЮВАЧА ЗКР. АНАЛІЗ ЗАВДАННЯ МОДЕЛЮВАННЯ НАВЕДЕННЯ ЗКР НА ЕТАПІ САМОНАВЕДЕННЯ

А.Б. Скорик, С.В. Ольховіков, О.О. Зверев, Т.М. Котенко

У статті розглядаються питання побудови математичної моделі функціонування бортового обчислювача ЗКР з комбінованим наведенням (інерціальне з радіокоррекцією + напівактивне самонаведення). Наводяться основні математичні співвідношення та алгоритми вироблення команд наведення ЗУР при реалізації управління на етапі самонаведення. Аналізуються особливості побудови і функціонування комплексного вимірювача.

**Ключові слова:** модифікований метод пропорційного наведення, бортовий обчислювач, комплексний вимірювач.

## MATHEMATICAL MODELLING OF SAM AIRBORNE COMPUTER. ANALYSIS OF PROBLEMS OF SIMULATION SAM GUIDANCE AT THE STAGE OF SELF-HOMING

A.B. Skoryk, S.V. Olkhovikov, A.A. Zverev, T.M. Kotenko

The article deals with a mathematical model of the on-board calculator SAM combined guidance (inertial with radio + semi-active homing). The basic mathematical relationships and the development of algorithms for production teams aiming missiles at the realization of self-homing. The features of the construction and operation of a complex measuring instrument.

**Keywords:** modified method of proportional navigation, trip computer, a complex measuring instrument.