

УДК 621.396

С.В. Хуторненко, Д.П. Васильчук, Д.А. Семенець

Українська інженерно-педагогічна академія, Харків, Артемівськ

## КЕРУВАННЯ ЧАСТОТОЮ П'ЄЗОРЕЗОНАНСНОЇ КОЛИВАЛЬНОЇ СИСТЕМИ ГРАДІЄНТОМ ПОЛЯ ЗБУДЖЕННЯ

*У статті запропоновано математичну модель п'єзореzonансної коливальної системи з управлінням по частоті градієнтом поля збудження резонатора. Отримано залежність власної частоти коливань п'єзоелемента від хвильового числа при квадратичному розподілі потенціалу поля по поверхні п'єзоелемента.*

**Ключові слова:** кварцовий генератор, градієнт поля, п'єзореzonансна коливальна система, товщинно-зсувні коливання.

### Вступ

**Постановка проблеми.** Останніми роками активно розвивається теорія і техніка формування складних сигналів, нових видів модуляції, які грають вирішальну роль в системах радіолокації, радіозв'язку, радіонавігації і ін. Це пред'являє все більш жорсткі вимоги до джерела сигналу інформаційних повідомлень. При розробці радіопередавальних пристроїв і інших пристроїв формування радіосигналів повинні бути перш за все вирішені завдання генерування коливань із заданою частотою, реалізації заданого виду модуляції і забезпечення необхідної потужності на виході з виконанням вимог до допустимих рівнів позасмугових випромінювань.

Важливим компонентом радіопередавальних пристроїв залишаються генератори з кварцовою стабілізацією частоти. При проектуванні таких пристроїв виявляються можливості використання як різних варіантів структурних схем, так і різних способів побудови функціональних вузлів, що входять до складу пристрою.

**Аналіз публікацій.** Традиційно для управління частотою кварцових генераторів і фільтрів використовують зміну значень реактивностей, включених в коливальну систему (КС) пристрою паралельно або послідовно з резонатором. Зазвичай для плавної зміни частоти у якості ємності, що управляє, використовують варикапи. Застосування варикапів істотно спрощує схему технічні рішення, проте має ряд недоліків: додаткові шуми, які варикап вносить у вихідний сигнал пристрою [1], обмежений діапазон управління частотою [2].

Тому актуальним завданням є усунення варикапа з КС і управління частотою п'єзореzonансної коливальної системи (ПРКС) шляхом безпосередньої дії на сам резонатор. Існують способи управління частотою ПРКС шляхом зміни масонавантаження [3], температури, проте вони підходять для датчиків і не застосовуються для пристроїв де необхідно забезпечити швидку зміну частоти. Відомі

способи управління частотою шляхом прикладання механічних зусиль до кристала чи зміни проміжку між кристалом п'єзоелемента (ПЕ) і електродом [2]. Проте таке управління має істотне обмеження по швидкодії, значно ускладнює конструкцію резонатора і знижує вібро- і удароміцність пристрою. Найбільш перспективним способом управління є спосіб заснований на електричній дії на ПР, який дозволяє спростити конструкцію і забезпечити високу швидкодію. У роботі [4] пропонується спосіб управління, при якому до електродів збудження прикладається додатково постійне електричне поле, проте для генераторів і фільтрів такий спосіб не застосовується оскільки для отримання відчутного ефекту до електродів резонатора необхідно прикладати постійну напругу до  $\pm 750$  В. Аналіз рівнянь стану п'єзоелектрика [5] дозволяє зробити висновок про те, що наявність ненульових похідних потенціалу сигналу збудження по напрямку  $\frac{\partial \varphi}{\partial x_i}$  в площині ПЕ

призводить до зміни стану п'єзоелектрика, а отже впливає на резонансну частоту ПРКС.

**Мета публікації. Задачі, що розв'язуються в роботі.** Завданням цієї статті є отримання математичної моделі ПРКС з управлінням по частоті, шляхом прикладання управляючого електричного поля, що має відмінну від нуля похідну уздовж одного з напрямів паралельного поперечним розмірам ПЕ. Крім того дослідити можливість застосування такого способу управління в ПРКС генераторів або фільтрів.

### Основна частина

Для управління частотою ПРКС сформуємо поле, у якого є відмінна від нуля похідна уздовж напрямку осі  $x_3$  і далі називатимемо таке поле градієнтним полем. Задамо градієнтне поле збудження на поверхні ПЕ у вигляді функції

$$\varphi(h, x_3) = (1 - kx_3^2) \cdot \varphi_0,$$

де  $k$  – коефіцієнт градієнта.

Рівняння стану пластини, виконаної з п'єзоелемента [6], з градієнтним полем управління уздовж координатної вісі  $x_3$  в розгорнутому вигляді:

$$\begin{cases} C_{44} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2} + C_{44} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_3^2} - e_{11} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_2^2} - e_{14} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_2 \partial x_3} = \rho_0 \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2}, \\ e_{11} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2} + e_{14} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2 \partial x_3} + \varepsilon_{11} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_2^2} + \varepsilon_{33} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_3^2} = 0. \end{cases} \quad (1)$$

де  $x_1, x_2, x_3$  – напрями уздовж товщини, ширини і довжини п'єзоелемента;  $C_{44}, e_{ij}, \varepsilon_{kl}$  – пружні, п'єзоелектричні і діелектричні постійні;  $\rho, u, \varphi$  – щільність п'єзоелемента, механічний зсув уздовж осі і електричний потенціал відповідно.

Задамо механічний зсув  $u_1$  і електричний потенціалом  $\varphi$  згідно [5] у вигляді:

$$\begin{cases} u_1(x_2, x_3, t) = u_1(x_2, x_3) \cdot \cos \omega t; \\ \varphi(x_2, x_3, t) = \varphi(x_2, x_3) \cdot \cos \omega t. \end{cases} \quad (2)$$

Після підстановки (2) в (1) отримуємо таку систему рівнянь:

$$\begin{cases} C_{44} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2} + C_{44} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_3^2} - e_{11} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_2^2} - e_{14} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_2 \partial x_3} = -\rho \omega^2 u_1; \\ e_{11} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2} + e_{14} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2 \partial x_3} + \varepsilon_{11} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_2^2} + \varepsilon_{33} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x_3^2} = 0. \end{cases} \quad (3)$$

Перетворимо систему рівнянь (3) до вигляду:

$$\begin{cases} C_{44} \cdot \left( \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} \right) \cdot u_1 - \\ - \left( e_{11} \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + e_{14} \frac{\partial^2}{\partial x_2 \partial x_3} \right) \cdot \varphi = -\rho \omega^2 u_1; \\ \left( e_{11} \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + e_{14} \frac{\partial^2}{\partial x_2 \partial x_3} \right) \cdot u_1 + \\ + \left( \varepsilon_{11} \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \varepsilon_{33} \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} \right) \cdot \varphi = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Введемо позначення для диференціальних операторів :

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} &= [\Delta]; & e_{11} \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + e_{14} \frac{\partial^2}{\partial x_2 \partial x_3} &= [F]; \\ \varepsilon_{11} \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \varepsilon_{33} \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} &= [W], \end{aligned}$$

тоді система рівнянь (4) матиме вид:

$$\begin{cases} C_{44} \cdot [\Delta] \cdot u_1 - [F] \cdot \varphi = -\rho \omega^2 u_1; \\ [F] \cdot u_1 + [W] \cdot \varphi = 0. \end{cases} \quad (5)$$

Впливаючи оператором  $[F]$  на ліву і праву частину першого рівняння системи (5) отримуємо таке рівняння:

$$C_{44} \cdot [F] \cdot [\Delta] \cdot u_1 - [F] \cdot [F] \cdot \varphi = -\rho \omega^2 u_1 \cdot [F]. \quad (6)$$

З другого рівняння системи (5) отримуємо:

$$[F] \cdot u_1 = -[W] \cdot \varphi. \quad (7)$$

Після підстановки (7) у (8) отримуємо:

$$C_{44} \cdot [\Delta] \cdot [W] u_1 + [F] \cdot [F] \cdot u_1 = -\rho \omega^2 u_1 \cdot [W], \quad (8)$$

$$[\Delta] \cdot [W] =$$

$$\text{де} \quad = \varepsilon_{11} \frac{\partial^4}{\partial x_2^4} + \varepsilon_{33} \frac{\partial^4}{\partial x_3^4} + (\varepsilon_{11} + \varepsilon_{33}) \frac{\partial^4}{\partial x_2^2 \partial x_3^2};$$

$$[F] \cdot [F] = e_{11}^2 \frac{\partial^4}{\partial x_2^4} + e_{14}^2 \frac{\partial^4}{\partial x_2^2 \partial x_3^2} + 2e_{11}e_{14} \frac{\partial^4}{\partial x_2^3 \partial x_3}.$$

Після розкриття операторів рівняння (8) буде таким:

$$\begin{aligned} A \frac{\partial^4 u_1}{\partial x_2^4} + B \frac{\partial^4 u_1}{\partial x_3^4} + C \frac{\partial^4 u_1}{\partial x_2^2 \partial x_3^2} + D \frac{\partial^4 u_1}{\partial x_2^3 \partial x_3} = \\ = -\rho \omega^2 \left[ \varepsilon_{11} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2} + \varepsilon_{33} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_3^2} \right], \end{aligned} \quad (9)$$

$$A = C_{44}\varepsilon_{11} + e_{11}^2; \quad B = C_{44}\varepsilon_{33};$$

$$\text{де} \quad C = \left[ C_{44}(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{33}) + e_{14}^2 \right]; \quad D = 2e_{11}e_{14}.$$

Розв'язання рівняння (9) шукатимемо у вигляді антисиметричної функції [5]:

$$u_1(x_2, x_3) = U \cdot \sin(\eta x_2) \cos(\omega t).$$

Далі згідно методики [5] співмножник  $\cos(\omega t)$  опущений для зменшення громіздкості виразу. З лінійної теорії п'єзоелектрики відомо, що залежність між прикладеною до електродів різницею потенціалів  $\Delta\varphi$  і викликаним унаслідок зворотного п'єзоефекту зсувом  $u_1(x_2, x_3)$  лінійна. Отже амплітуду зсуву  $U$  можна записати в такому вигляді

$$U = (1 - kx_3^2) \cdot U_0.$$

Підставляючи

$$u_1(x_2, x_3) = (1 - k_2 x_3^2) \cdot U_0 \cdot \sin(\eta x_2)$$

у рівняння (9) і враховуючи те, що максимальна енергія коливань п'єзоелемента локалізована у центральній частині під електродної області  $x_3 = 0$ , отримуємо вираз для власної частоти коливань ПЕ:

$$\omega^2 = \frac{\eta^2}{\rho} \left( \frac{A + 2kC / \eta^2}{\varepsilon_{11} + 2k\varepsilon_{33} / \eta^2} \right). \quad (10)$$

Коректність отриманого виразу підтверджується шляхом граничного переходу до вже відомої залежності [5].

Відносна зміна частоти  $\Delta f/f_0$  з урахуванням виразу для  $\omega_0$  з [5] після нескладних математичних перетворень:

$$\frac{\Delta \omega}{\omega_0} = \frac{\Delta f}{f_0} = \frac{f - f_0}{f_0} = 1 - \sqrt{\frac{\eta^2 + k\chi_1}{\eta^2 + k\chi_2}}, \quad (11)$$

$$\text{де } \chi_2 = \frac{2\varepsilon_{33}}{\varepsilon_{11}}; \chi_1 = \frac{2C_{44}(\varepsilon_{11} + \varepsilon_{33}) + \varepsilon_{14}^2}{\varepsilon_{11}(C_{44} + \varepsilon_{11}^2/\varepsilon_{11})}$$

Для оцінки залежності  $\Delta f/f_0$  від  $k$  візьмемо кварцовий резонатор (КР) АТ зрізу TS коливань на частоту 5 МГц. Товщина такого ПЕ при роботі КР на основній частоті згідно [7]  $h = 0,334\text{мм}$ , поперечні розміри згідно [7] повинні бути  $b \geq 20\text{мм}$ . Еквівалентний опір КР згідно [7]  $R_{\text{КВ}} = 80\text{Ом}$ , з урахуванням того, що максимальна потужність розсіювання для TS коливань не повинна перевищувати 2 мВт. Рівень збудження по напрузі КР

$$U_{\text{КВ}} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{P_{\text{КВ}} \cdot R_{\text{КВ}}} = 0,5657\text{В}.$$

Коефіцієнт градієнта  $k$  для квадратичного розподілу потенціалу

$$\varphi(h, x_3) = (1 - kx_3^2) \cdot \varphi_0$$

уздовж поперечного розміру  $b$  (співпадає за напрямом з віссю  $x_3$ ), з урахуванням того що рівень збудження по напрузі не повинен перевищувати  $\pm 20\%$  від максимального, не повинен перевищувати значення  $k = 3333$ .

Для оцінки впливу нерівномірності розподілу потенціалу

$$\varphi(h, x_3) = (1 - kx_3^2) \cdot \varphi_0$$

розрахована відносна зміна частоти  $\Delta f/f_0$  як функція від хвильового числа  $\eta$  (рис. 1).

Максимальна відносна зміна частоти при фіксованому  $\eta = 6675$ :

$$\text{для } k = 3333 - \Delta f/f_0 = -7,3 \cdot 10^{-5};$$

$$\text{для } k = 1000 - \Delta f/f_0 = -2,2 \cdot 10^{-5};$$

$$\text{для } k = 100 - \Delta f/f_0 = -2,2 \cdot 10^{-6};$$

$$\text{для } k = 10 - \Delta f/f_0 = -2,2 \cdot 10^{-7}.$$

Знак мінус у  $\Delta f/f_0$  вказує на те, що частота  $f$  з ростом  $k$  збільшується відносно частоти  $f_0$ . З приведених графіків видно що відносна зміна частоти  $\Delta f/f_0$  буде максимальною у низькочастотному діапазоні зміни частоти, і мінімальною при наближенні частоти коливань ПЕ до верхньої границі діапазону.

На рис. 2 показана залежності відносної зміни частоти  $\Delta f/f_0$  як функція від коефіцієнта градієнта  $k$ , при деяких фіксованих значеннях хвильового числа  $\eta$ .

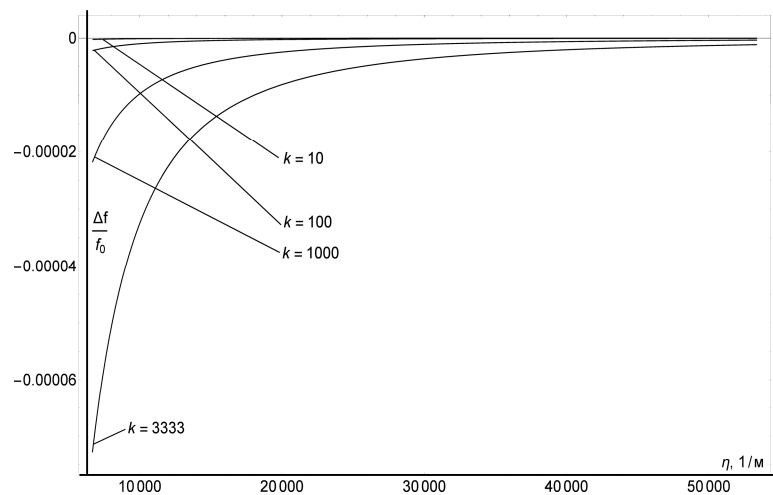


Рис. 1. Залежність відносної зміни частоти  $\Delta f/f_0$  при фіксованих  $k$  від хвильового числа  $\eta$

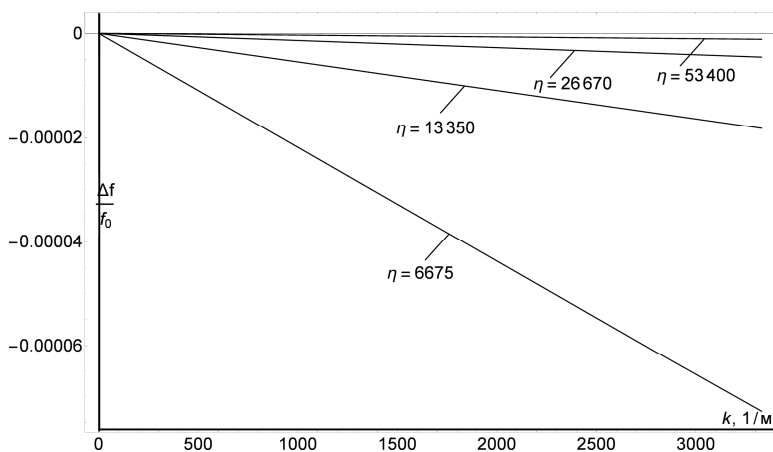
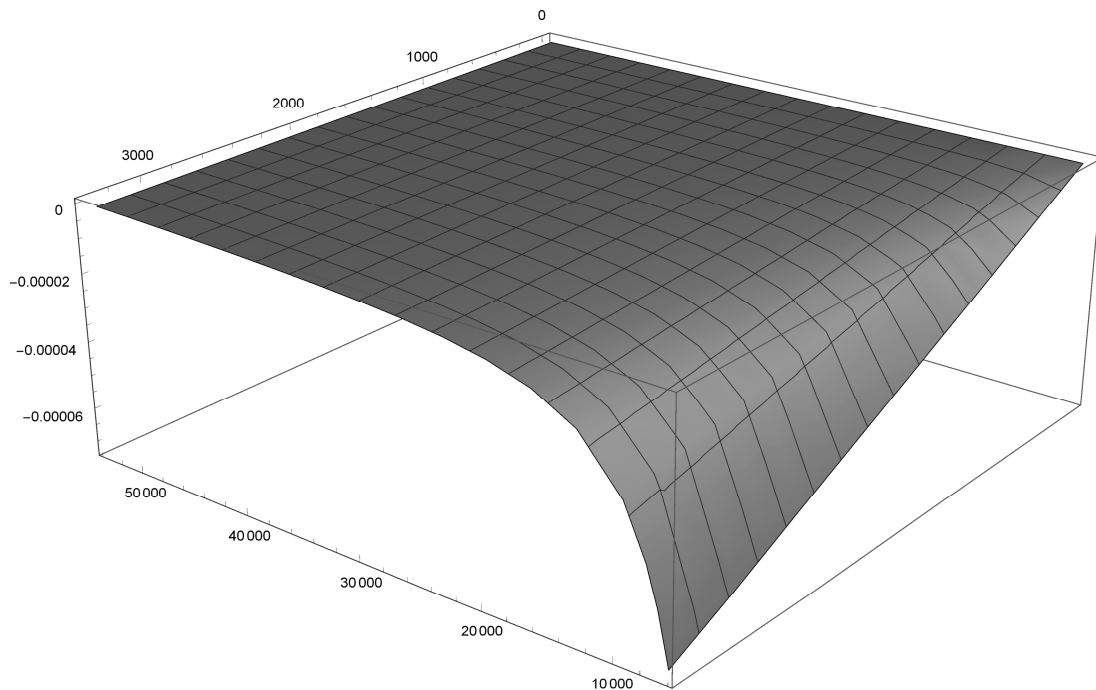


Рис. 2. Залежність відносної зміни частоти  $\Delta f/f_0$  від коефіцієнта градієнта  $k$ , при різних значеннях хвильового числа  $\eta$

Тривимірний графік залежності  $\Delta f/f_0$  від хвильового числа  $\eta$  і коефіцієнта градієнта  $k$  приведений на рис. 3.

### Висновки

Запропонований метод керування частотою п'єзорезонансної коливальної системи шляхом створення градієнта поля збудження резонатора в площині кристалічного елементу. Отримано дисперсійне рівняння для такого методу управління, розрахована відносна зміна частоти  $\Delta f/f_0$  як функція від хвильового числа  $\eta$ . Отримано максимальне значення відносної зміни частоти КР  $100 \cdot 10^{-6}$  для резонаторів АТ зрізу товщинно-зсувних TS коливань, що дозволяє застосовувати такий метод керування у КС кварцових генераторів та фільтрів. Отримані співвідношення можуть бути використані для розробки пристрою формування градієнтного електричного поля для заданих характеристик діапазону перебудови резонансної частоти.

Рис. 3. Тривимірний графік залежності  $\Delta f/f_0$  від  $k$  і  $\eta$ 

Перспективами подальшого дослідження є визначення аналітичного виразу для частоти коливань ПЕ при такому методі управління, визначення впливу на резонансну частоту коливань ПЕ розподілу потенціалу по поверхні, який задається елементарними математичними функціями. Результати дослідження можуть бути використані для моделювання коливань ПЕ.

### Список літератури

1. Акулиничев А.А. Пьезорезонансные колебательные системы с электромеханическим управлением: дис. ... канд. техн. наук: спец. 05.12.13 / А.А. Акулиничев. – Национальный аэрокосмический ун.-т им. Н.Е. Жуковского «ХАИ». – Х., 2004. – 167 с.
2. Колпаков Ф.Ф. Микроэлектромеханические устройства в радиотехнике и системах телекоммуникаций / Ф.Ф. Колпаков, Н.Г. Борзяк, В.И. Кортунов. – Х.: Нац. аэрокосм. ун.-т «Харьк. авиац. ин-т», 2006. – 82 с.
3. Хуторненко С.В. Математична модель коливань кварцового п'єзоелемента з міжелектродним зазором і однібічним масонавантаженням / С.В. Хуторненко,

В.М. Савченко // Системи озброєння і військова техніка. Науковий журнал. – 2007. – № 2 (10). – С. 118 – 120.

4. Андреев И.Л. Поляризационный эффект в кристаллах лангасита / И.Л. Андреев // Журнал технической физики. – СПб.: Всероссийский научный центр «Государственный оптический институт им. С.И. Вавилова», 2006. – Т. 76, вып. 1. – С. 124-128.

5. Tiersten H.F. Linear piezoelectric plate vibrations / H.F. Tiersten. – New York: Plenum Press, 1969.

6. Васильчук Д.П. Математическая модель пьезоэлектрического резонатора при наличии градиентного поля в плоскости кристаллического элемента / Д.П. Васильчук, А.Н. Воейков, С.В. Хуторненко // Наукові праці Донецького національного технічного університету. Серія гірничо-електромеханічна – Донецьк: ДонНТУ, 2011. – № 21 (189). – С. 168-171.

7. Смагин А.Г. Пьезоэлектричество кварца и кварцевые резонаторы / А.Г. Смагин, М. И. Ярославский. – М.: Энергия, 1970. – 488 с.

Надійшла до редколегії 19.11.2014

Рецензент: д-р техн. наук проф. В.Д. Сахацький, Харківський національний автомобільний університет, Харків.

### УПРАВЛЕНИЕ ЧАСТОТОЙ ПЬЕЗОРЕЗОНАНСНОЙ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ГРАДИЕНТОМ ПОЛЯ ВОЗБУЖДЕНИЯ

С.В. Хуторненко, Д.П. Васильчук, Д.А. Семенец

Предложена математическая модель пьезорезонансной колебательной системы с управлением по частоте градиентом поля возбуждения резонатора. Получена зависимость собственной частоты колебаний пьезоэлемента от волнового числа при квадратичном распределении потенциала поля по поверхности пьезоэлемента.

**Ключевые слова:** кварцевый генератор, градиент поля, пьезорезонансная колебательная система, толщинно-сдвиговые колебания.

### FREQUENCY CONTROL OF PIEZORESONANCE OSCILLATOR SYSTEM BY GRADIENT FIELD VIBRATION

S.V. Khutornenko, D.P. Vasil'chuk, D.A. Semenech

A mathematical model of piezoresonance oscillator system with frequency control by gradient field vibration of resonator is propose. Dependences of relative change of the natural frequency vibration of the piezoelement as functions from wave number at square distribution of potential of a field on a piezoelement surface is obtained.

**Keywords:** quartz generator, gradient field, piezoresonance oscillator system, thickness-shear vibration.