

УДК 519.6: 629.7.036.3

Бу Та Кьонг, Нгуен Нгок Винь Хао, Нгуен Ван Києм

Национальный аэрокосмический университет имени Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков

ФОРМИРОВАНИЕ РАДИОМЕТРИЧЕСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КАЛМАНОВСКОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

Решена задача формирования радиометрических изображений (РМИ) с помощью системы апертурного синтеза. Показана возможность повышения качества формирования РМИ использованием линейного и расширенного (для нелинейного уравнения наблюдения) фильтров Калмана. Разработаны алгоритмы и структурные схемы обработки пространственно-временных сигналов радиотеплового излучения с линейным и расширенным фильтрами Калмана.

Ключевые слова: радиометрические изображения, апертурный синтез, фильтр Калмана.

Введение

Системы пассивного дистанционного зондирования извлекают информацию об исследуемых объектах регистрируя и обрабатывая их радиотепловое излучение. С целью получения высокого пространственного разрешения с использованием разреженных антенных решеток реализуют обработку пространственно-временных сигналов по методу апертурного синтеза [1, 2], предполагающий реализацию основных положений теоремы Ван Циттерта-Цернике. В простейшем случае при выполнении квазимонохроматического приближения эта теорема сводится к получению радиометрического изображения (РМИ) посредством многомерного преобразования Фурье от функции видности. В [2 – 4] рассматриваются различные методы формирования РМИ. Из анализа этих работ следует, что рассматриваемые в них методы эвристические и, соответственно, не позволяют оценить их потенциальные характеристики.

В работе, развивая современные достижения статистической теории синтеза радиометрических систем [2, 5], предлагается метод формирования РМИ с использованием фильтра Калмана, обеспечивающий минимальную среднеквадратическую ошибку (СКО) оценки РМИ.

Постановка задачи

Предполагая, что радиотепловое излучение регистрируется с заданного направления пространственно-распределенной N -элементной антенной решеткой, необходимо найти оценку РМИ (спектральной плотности мощности $\hat{V}(\hat{\theta})$ (СПМ) радиотеплового излучения) исследуемого пространственно-протяженного объекта. Также предполагается, что полезный сигнал наблюдается на фоне внутренних шумов приемника, а СПМ медленно изменяется за время наблюдения.

Результаты исследований

Рассмотрим основные сведения о линейном и расширенном фильтрах Калмана и разработаем соответствующую структурную схему системы восстановления РМИ.

Основные формулы и структура линейного фильтра Калмана (ЛФК)

Исходным для решения задачи являются уравнения наблюдения и уравнение сообщения [3, 6]:

$$\bar{u}(t) = \underline{H}(t)\bar{\lambda}(t) + \bar{n}(t), \quad (1)$$

$$\frac{d\bar{\lambda}(t)}{dt} = \underline{A}(t)\bar{\lambda}(t) + \underline{C}(t)\bar{\xi}(t), \quad (2)$$

где $\bar{u}(t)$ – векторные наблюдений, $\underline{H}(t)$ – измеряемая матрица (линейный оператор), $\bar{\lambda}(t)$ – неизвестные параметры; $\bar{n}(t)$ – аддитивный шум, с корреляционной функцией $R_{0n}(t, \tau) = 0,5N_{0n}(t)\delta(t - \tau)$ и математическим ожиданием $\langle \bar{n}(t) \rangle = 0$, $\underline{A}(t)$ – переходная матрица, $\underline{C}(t)$ – матрица, которая учитывает флуктуацию измеряемого параметра, $\bar{\xi}(t)$ – белый гауссовский шум с матрицей корреляционных функций $R_{0\xi}(t, \tau) = 0,5N_{0\xi}(t)\delta(t - \tau)$ и математическим ожиданием $\langle \bar{\xi}(t) \rangle = 0$.

Уравнение фильтра Калмана-Бьюси, формирующее оптимальную оценку процесса $\bar{\lambda}(t)$ запишем в виде

$$\frac{d\hat{\lambda}(t)}{dt} = \underline{A}(t)\hat{\lambda}(t) + \underline{h}_{opt}(t, t) \left[\bar{u}(t) - \underline{H}(t)\hat{\lambda}(t) \right], \quad (3)$$

где $\hat{\lambda}(t)$ – оптимальная оценка, процесс $\bar{u}(t) - \underline{H}(t)\hat{\lambda}(t)$ называется процессом обновления, или обновляющим процессом.

Можно показать, что это процесс типа белого шума.

Матрица передачи Калмана $\underline{h}_{\text{opt}}(t, t)$ (переходная матрица) определяется из уравнений:

$$\underline{h}_{\text{opt}}(t, t) = \lim_{\tau \rightarrow t} \underline{h}(t, \tau), \quad (4)$$

$$\underline{h}_{\text{opt}}(t, \tau) = \underline{P}_x(t, \tau) \underline{H}^T(\tau) \underline{N}_{0n}^{-1}(\tau). \quad (5)$$

В совпадающие моменты времени $\tau = t$

$$\underline{h}_{\text{opt}}(t, t) = \underline{P}_x(t, t) \underline{H}^T(t) \underline{N}_{0n}^{-1}(t), \quad (6)$$

где $\underline{P}_x(t, \tau)$ – ковариационная матрица ошибок фильтрации $\langle \bar{\mathbf{x}}(t) \bar{\mathbf{x}}^T(t) \rangle$, $\bar{\mathbf{x}}(t) = \bar{\lambda}(t) - \hat{\lambda}(t)$.

Для дискретных уравнений наблюдения и уравнения сообщения:

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{u}}(t_{k+1}) &= \underline{H}(t_{k+1}) \bar{\lambda}(t_{k+1}) + \bar{\mathbf{n}}(t_{k+1}), \\ \bar{\lambda}(t_{k+1}) &= \underline{\Phi}(t_{k+1}, t_k) [\bar{\lambda}(t_k) + \underline{C}(t_k) \bar{\xi}(t_k)], \end{aligned} \quad (7)$$

где $\underline{\Phi}(t_{k+1}, t_k)$ – дискретная переходная матрица состояний из момента времени t_k в t_{k+1} , $k = 1, 2, \dots, N$, которая вычисляется по формуле

$$\begin{aligned} \underline{\Phi}(t_{k+1}, t_k) &= \exp[\underline{A}(t_k) \Delta t] \approx 1 + \underline{A}(t_k) \Delta t + \\ &+ \frac{1}{2} \underline{A}^2(t_k) \Delta t^2 + \dots \end{aligned} \quad (8)$$

Оптимальный алгоритм фильтрации Калмана в дискретном случае запишем в виде [3]

$$\begin{aligned} \hat{\lambda}(t_{k+1}) &= \underline{\Phi}(t_{k+1}, t_k) \hat{\lambda}(t_k) + \underline{h}_{\text{opt}}(t_{k+1}, t_{k+1}) \cdot \\ &\cdot [\bar{\mathbf{u}}(t_{k+1}) - \underline{H}(t_{k+1}) \underline{\Phi}(t_{k+1}, t_k) \hat{\lambda}(t_k)]. \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь матрица коэффициентов фильтра Калмана определяется выражением

$$\underline{h}_{\text{opt}}(t_{k+1}, t_{k+1}) = \underline{P}(t_{k+1}) \underline{H}^T(t_{k+1}) \underline{N}_{0n}^{-1}(t_{k+1}), \quad (10)$$

где ковариационная матрица ошибок:

$$\begin{aligned} \underline{P}(t_{k+1}) &= \langle \bar{\mathbf{x}}(t_{k+1}) \bar{\mathbf{x}}^T(t_{k+1}) \rangle, \\ \underline{P}(t_{k+1}) &= \left\{ \begin{array}{l} \underline{H}^T(t_{k+1}) \underline{N}_{0n}^{-1}(t_{k+1}) \underline{H}(t_{k+1}) + \\ \left[\begin{array}{l} \underline{\Phi}(t_{k+1}, t_k) \underline{C}(t_k) \underline{N}_{0z}(t_k) \cdot \\ \cdot \underline{C}^T(t_k) \underline{\Phi}(t_{k+1}, t_k) + \\ + \underline{\Phi}(t_{k+1}, t_k) \underline{P}(t_k) \underline{\Phi}^T(t_{k+1}, t_k) \end{array} \right]^{-1} \end{array} \right\}^{-1}. \end{aligned} \quad (11)$$

Структурная схема фильтра Калмана, соответствующая уравнению (3), показана на рис. 1. Принцип реализации ЛФК следующий. Из наблюдения $\bar{\mathbf{u}}(t)$ вычитается прогнозируемый сигнал $\underline{H}(t) \hat{\lambda}(t)$, результат вычитания усиливается с коэффициентом усиления фильтра Калмана $\underline{h}_{\text{opt}}(t, t)$ и далее суммируется с прогнозируемым состоянием $\underline{A}(t) \hat{\lambda}(t)$ и интегрируется с учетом начального условия $\bar{\lambda}(t_0)$.

На выходе схемы получим оптимальную оценку $\hat{\lambda}(t)$.

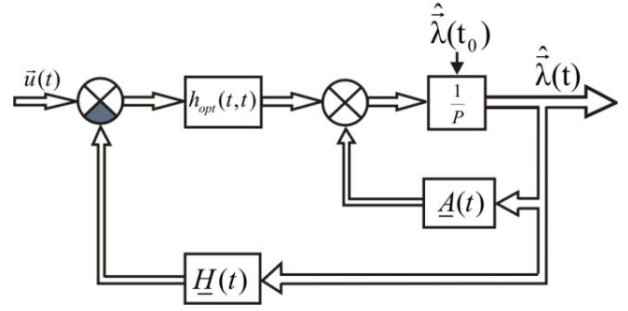


Рис. 1. Схема реализации линейного фильтра Калмана

Начальные условия $\bar{\lambda}(t_0)$ получают усреднением соответствующих оценок полученных из предшествующих наблюдений

$$\langle \bar{\lambda}(t_0) \rangle = \bar{\lambda}(t_0). \quad (12)$$

Внутренний контур фильтра, показанный на рис. 1, содержащий лишь первое слагаемое в уравнении фильтрации (3), называется блоком прогноза (прогнозирует развитие процесса на последующий момент времени).

Второе слагаемое в (3) – обновляющий процесс, умноженный на матрицу передачи Калмана $\underline{h}_{\text{opt}}(t, t)$ – служит корректирующей добавкой при формировании оценки $\hat{\lambda}(t)$.

Применение линейного фильтра Калмана к задаче восстановления РМИ

В момент t_k полезный сигнал, излучаемый исследуемым объектом, запишем в виде

$$\begin{aligned} \dot{s}_i(t_k, \bar{\mathbf{r}}_i) &= \\ &= \int_{\Delta F} \int_{\Omega} \dot{K}_i(f) \dot{F}_i(\bar{\mathbf{Q}}) \dot{A}(f, \bar{\mathbf{Q}}) \exp \left[j2\pi f \left(t_k + \frac{\bar{\mathbf{r}}_i \bar{\mathbf{Q}}}{c} \right) \right] df d\bar{\mathbf{Q}}, \end{aligned} \quad (13)$$

где $\dot{K}_i(f)$ – переходная характеристика входного канала i -го приемника, $\dot{F}_i(\bar{\mathbf{Q}})$ – диаграмма направленности (ДН) i -й антенны, $\dot{A}(f, \bar{\mathbf{Q}})$ – спектрально-угловая плотность комплексной амплитуды, $\bar{\mathbf{r}}_i$ – вектор, характеризующий положение центра фаз i -й антенны относительно центра фаз антенной решетки, $\bar{\mathbf{Q}}$ – вектор направляющих косинусов.

Взаимная корреляционная функция $R_{ij}(\Delta \bar{\mathbf{r}}_{ij})$ между полученными сигналами на выходах i -й и j -й антенн вычисляется следующим образом [8]:

$$\begin{aligned} R_{ij}(\Delta \bar{\mathbf{r}}_{ij}) &= \\ &= \int_{\Delta F} \int_{\Omega} \left\{ \dot{K}_i(f) \dot{K}_j^*(f) \dot{F}_i(\bar{\mathbf{Q}}) \dot{F}_j^*(\bar{\mathbf{Q}}) \dot{B}(f, \bar{\mathbf{Q}}) \times \right. \\ &\quad \left. \times \exp \left(j2\pi f \frac{\Delta \bar{\mathbf{r}}_{ij} \bar{\mathbf{Q}}}{c} \right) df d\bar{\mathbf{Q}} \right\}, \end{aligned} \quad (14)$$

где $V(f, \bar{\vartheta})$ – спектральная плотность мощности, связанная с комплексной спектрально-угловой плотностью следующим образом:

$$\begin{aligned} & \langle \dot{A}(f_1, \bar{\vartheta}_1) \dot{A}^*(f_2, \bar{\vartheta}_2) \rangle = \\ & = V(f_1, \bar{\vartheta}_1) \delta(f_1 - f_2) \delta(\bar{\vartheta}_1 - \bar{\vartheta}_2). \end{aligned} \quad (15)$$

Для ограниченного диапазона частот и углов наблюдения, выражение формирования корреляционной функции (14) целесообразно записать в дискретном виде:

$$\begin{aligned} R_{ij}(k_1, k_2) &= \\ &= \sum_{k_3} \sum_{k'_1, k'_2} \dot{K}_i(k_3) \dot{K}_j^*(k_3) \dot{F}_i(k'_1, k'_2, k_3) \times \\ & \times \dot{F}_j^*(k'_1, k'_2, k_3) V(k'_1, k'_2, k_3) \times \\ & \times \exp \left[j\pi k_3 \frac{k_1 k'_1 + k_2 k'_2}{c} \right] \Delta f \Delta \bar{\vartheta}, \end{aligned} \quad (16)$$

где $k_1, k_2, k_3, k'_1, k'_2$ – дискретные отсчеты соответствуют параметрам $\bar{t}, f, \bar{\vartheta}$, $\Delta f, \Delta \bar{\vartheta}$ – шаг дискретизации по временной частоте и направляющим косинусам.

Уравнение (17) в матричном виде запишем следующим образом:

$$\bar{R} = \underline{H} \bar{B}, \quad (17)$$

где \bar{R} – вектор корреляционных отсчетов, \underline{H} – матрица чувствительности, \bar{B} – вектор СПМ.

Кросскорреляционная функция аддитивного шума на выходах каналов i, j равна

$$R_{nij}(\tau) = \frac{1}{2} N_{0n} R_{hij}(\tau), \quad (18)$$

где N_{0n} – СПМ внутреннего шума,

$$R_{hij}(\tau) = \int \dot{K}_i(f) \dot{K}_j^*(f) \exp(j2\pi f\tau) df$$

– кросскорреляционная функция импульсных характеристик i, j входных каналов системы.

Для регуляризации решения, добавим к (17) белый гауссовский шум \bar{n}_p малой мощности с нулевым математическим ожиданием

$$\bar{R} = \underline{H} \bar{B} + \frac{1}{2} N_{0n} R_{hij}(\tau) + \bar{n}_p, \quad (19)$$

где $0,5N_{0n}R_h(\tau) + \bar{n}_p$ – белый шум с математическим ожиданием $0,5N_{0n}R_h(\tau)$ и матрицей корреляционных функций

$$R_{np}(t, \tau) = 0,5N_{np}(t)\delta(t - \tau).$$

Выражение (19) – это уравнение наблюдения для фильтра Калмана, используемое для синтеза

алгоритма оценивания $\hat{B}(\bar{\vartheta})$. Здесь \underline{H} – матрица, содержащая информацию о передаточных функциях всех каналов приемника, ДН антенн и их пространственном распределении.

Оптимальный алгоритм фильтрации (9) применяется когда измеряемый шум имеет нулевое математическое ожидание. Шум в (19) не удовлетворяет данному условию и дальнейшее решение возможно при введении вектора смещения. При этом процесс фильтрации ЛФК будет состоять из двух частей:

1. Определение несмещенной оценки (без второго слагаемого в правой части (19)).

В момент t_k запишем наблюдения в виде

$$\bar{R}(k) = \underline{H} \bar{B}(k) + \bar{n}_p(k). \quad (20)$$

При этом уравнение сообщения ФК выражаем следующим образом:

$$\hat{B}(k+1) = \underline{\Phi}(k, k+1) \hat{B}(k) + \underline{C}(k) \underline{n}_\varepsilon(k), \quad (21)$$

где $\underline{\Phi}(k, k+1) \equiv I$ – переходная матрица, $\underline{n}_\varepsilon(k)$ – флуктуационный шум, учитывающий флуктуацию оценки СПМ $\hat{B}(\bar{\vartheta})$, с СПМ равно $\frac{1}{2} N_{0\varepsilon}$, $\underline{C}(k)$ – переходная матрица.

Когда два уравнения ФК (наблюдения и сообщения) определены, то на выходе ФК получим оптимальную оценку

$$\begin{aligned} \hat{B}(k+1) &= \underline{\Phi}(k, k+1) \hat{B}(k) + \underline{h}_{opt}(k+1, k+1) \times \\ & \times \left[\underline{R}(k+1) - \underline{H} \underline{\Phi}(k, k+1) \hat{B}(k) \right], \end{aligned} \quad (22)$$

где $\underline{h}_{opt}(k+1, k+1) = \underline{P}(k+1) \underline{H}^T \underline{N}_{0np}^{-1}$ – коэффициент усиления ФК,

$$\begin{aligned} \underline{P}(t_{k+1}) &= \left\langle \bar{x}(t_{k+1}) \bar{x}^T(t_{k+1}) \right\rangle = \\ &= \left\{ \underline{H}^T \underline{N}_{0np}^{-1}(t_{k+1}) \underline{H} + \right. \\ & \left. \left[\underline{C}(t_k) \underline{N}_{0\varepsilon}(t_k) \underline{C}^T(t_k) + \underline{P}(t_k) \right]^{-1} \right\}^{-1} \end{aligned}$$

ковариационная матрица ошибок.

Обозначим

$$\hat{B}^f(k+1) = \underline{\Phi}(k, k+1) \hat{B}(k)$$

и перепишем (22) в виде

$$\begin{aligned} \hat{B}(k+1) &= \hat{B}^f(k+1) + \\ & + \underline{h}_{opt}(k+1, k+1) \left[\underline{R}(k+1) - \underline{H} \hat{B}^f(k+1) \right]. \end{aligned} \quad (23)$$

2. Вычисляем оценку с учетом смещенного состояния.

Перепишем (20) с учетом смещения в виде

$$\bar{R}(k) = \underline{H} \bar{B}(k) + \frac{1}{2} N_{0n} R_p(k) + \bar{n}_p(k). \quad (24)$$

Смещение и ковариационная матрица оценки вычисляется следующим образом [9]:

$$\begin{aligned}
 s(k) &= I + \underline{H}T(k, k-1), \\
 c(k) &= \underline{H}P(k)H^T + N_{0np}, \\
 \hat{b}(k) &= \hat{b}(k-1), \\
 \underline{P}_b^*(k, k-1) &= \underline{P}_b^*(k-1), \\
 \underline{P}_b^*(k) &= \left[\underline{P}_b^{*-1}(k, k-1) + s^T(k)c^{-1}(k)s(k) \right]^{-1}, \\
 \hat{b}(k) &= \\
 &= \hat{b}(k, k-1) + h_{optb}(k) \times \\
 &\times \left[R_k - \underline{H}\hat{B}^f(k) - s(k)\hat{b}(k, k-1) \right], \\
 h_{optb}(k) &= \underline{P}_b^*(k)s^T(k)c^{-1}(k), \\
 T(k, k-1) &= \Phi(k, k-1)T(k-1), \\
 T(k) &= T(k, k-1) - h_{opt}(k, k)s(k), \\
 \hat{B}^*(k) &= \hat{B}(k) + T(k)\hat{b}(k), \\
 \underline{P}_B(k) &= \underline{P}(k) + T(k)\underline{P}_b^*(k)T^T(k),
 \end{aligned}$$

где $s(k), c(k)$ – коэффициенты, $\hat{b}(k)$ – оценка смещения состояния, $\underline{P}_b^*(k), \underline{P}_B(k)$ – ковариационные матрицы смещения и окончательной оценки, $h_{optb}(k)$ – коэффициент усиления смещения, $T(k)$ – коэффициент смещения, $\hat{B}^*(k)$ – окончательная оценка.

Элементы P_{ii} , находящиеся на главной диагонали ковариационной матрицы $\underline{P}(k)$ – это дисперсии оценки $\hat{B}(\bar{\vartheta})$. На выходе ФК, кроме оценки СПМ, получаем дисперсию ошибки оценивания. Оценка на выходе ФК оптимальна в смысле минимума СКО.

Структурная схема алгоритма (23) приведена на рис. 2.

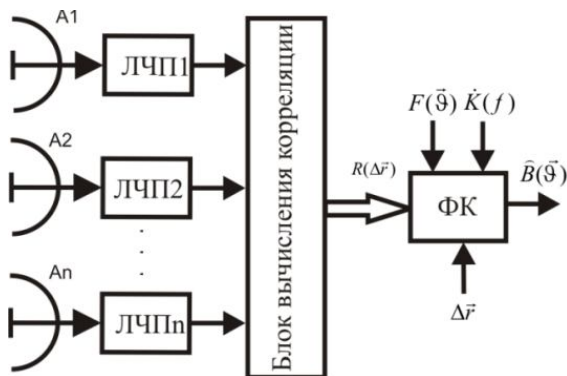


Рис.2. Структурная схема, реализующая алгоритм (23)

Сигналы с выхода антенной системы передаются через линейные части приемников в блок вы-

числения корреляции, на выходе которого формируются корреляционные функции $R(\Delta\bar{f})$, поступающие далее в фильтр Калмана.

Для формирования переходной матрицы H_k фильтра Калмана вводится информация о системе (база $\Delta\bar{f}$, ДН $F(\bar{\vartheta})$, переходная характеристика ЛЧП $\dot{K}(f)$).

На выходе фильтра Калмана получим оценку СПМ \hat{B} .

Расширенный фильтр Калмана (РФК)

Нелинейное уравнение наблюдения запишем в виде

$$\bar{u}(t) = h[\bar{\lambda}(t)] + \bar{n}(t), \quad (24)$$

где h – нелинейная функция измеряемого параметра, $\bar{u}(t)$ – вектор уравнений наблюдения, $\bar{n}(t)$ – аддитивный белый гауссовский шум, $\bar{\lambda}(t)$ – вектор оцениваемых параметров.

Перепишем уравнение (24) в дискретном виде

$$u(k) = h(\bar{\lambda}(k)) + \bar{n}(k), \quad (25)$$

где k – индекс дискретных отчетов времени.

Уравнение состояния (нелинейное) запишем в виде

$$\frac{d\bar{\lambda}(t)}{dt} = f[\bar{\lambda}(t)] + \underline{C}(t)\bar{\xi}(t), \quad (26)$$

где f – нелинейный оператор, $\underline{C}(t)$ – переходная матрица, которую можно принять единичной $\underline{C}(t) = I$, $\bar{\xi}(t)$ – гауссовский случайный процесс, со следующими статистическими характеристиками:

$$\begin{aligned}
 \langle \bar{\xi}(t) \rangle &= \bar{0}, \\
 \langle \bar{\xi}(t)\bar{\xi}^T(t-\tau) \rangle &= 0,5N_{0\xi}\delta(\tau),
 \end{aligned} \quad (27)$$

где $0,5N_{0\xi}$ – СПМ случайного процесса.

Процедура реализации РФК состоит из следующих шагов [6, 7].

1. Формирование уравнений наблюдения и состояния

$$\begin{cases}
 \bar{u}(k) = h(\bar{\lambda}(k)) + \bar{n}(k), \\
 \bar{\lambda}(k+1) = f[\bar{\lambda}(k)] + \bar{\xi}(k).
 \end{cases} \quad (28)$$

2. Прогнозируемая оценка определяется по оценке $\hat{\lambda}(k)$ в момент k следующим образом:

$$\hat{\lambda}^f(k+1) = f(\hat{\lambda}(k)). \quad (29)$$

Ковариационная матрица прогнозируемой ошибки

$$\underline{P}^f(k+1) = \underline{F}(k)\underline{P}^a(k)\underline{F}^T(k) + N_{0\xi}. \quad (30)$$

3. Вычисление оценки состояния

$$\begin{aligned} \hat{\lambda}(k+1) &= \hat{\lambda}^f(k+1) + \\ &+ h_{opt}(k+1) \left[\bar{u}(k+1) - h(\hat{\lambda}^f(k+1)) \right], \\ h_{opt}(k+1) &= \\ &= \underline{P}^f(k+1) \underline{H}^T(k+1) A(k+1), \\ A(k+1) &= \\ &= \left[\underline{H}(k+1) \underline{P}^f(k+1) \underline{H}^T(k+1) + \underline{N}_{0np} \right]^{-1}, \\ \underline{P}^a(k+1) &= \\ &= \left[I - h_{opt}(k+1) \underline{H}(k+1) \right] \underline{P}^f(k+1), \end{aligned} \quad (31)$$

где $\underline{H}_{k+1} = \left. \frac{\partial h(\bar{\lambda})}{\partial \bar{\lambda}} \right|_{\bar{\lambda}=\hat{\lambda}_{k+1}^f}$, $\underline{F}_{k+1} = \left. \frac{\partial f(\bar{\lambda})}{\partial \bar{\lambda}} \right|_{\bar{\lambda}=\hat{\lambda}_{k+1}^f}$ – функциональные производные наблюдения и состояния.

На рис. 3 показана структурная схема оценивания с помощью РФК.

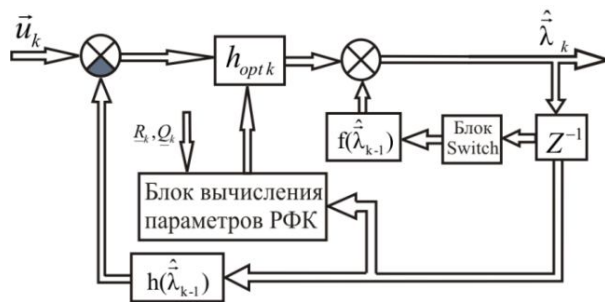


Рис. 3. Структурная схема, реализующая РФК

Из наблюдений $\bar{u}(k)$ вычитается прогноз измерения $h(\bar{\lambda}(k-1))$ и усиливается с коэффициентом усиления РФК $h_{opt}(k)$. Результат коррекции суммируется с прогнозом состояния $f(\bar{\lambda}(k-1))$ и на выходе РФК получим оценку состояния в текущий момент времени $\hat{\lambda}(k)$. Коэффициент усиления и ковариационная матрица ошибок вычисляются в блоке вычисления параметров РФК. В начальный момент $k = 1$ блок «switch» будет генерировать начальное состояние $\bar{\lambda}_0$, а в момент $k > 1$ он пропускает оценку $\hat{\lambda}(k-1)$, вычисленную на предыдущем шаге.

Применение РФК в задаче восстановления РМИ $\hat{B}(\bar{\vartheta})$

Взаимно-корреляционная функция между сигналами i -й и j -й антенн определяется согласно (14).

Как и в случае ЛФК, процесс фильтрации в РФК состоит из двух частей:

1. Определяется несмещенная оценка.

Пусть СПМ изменяется из момента t_k к моменту t_{k+1} медленно. Тогда уравнение состояния (сообщения) будет линейным и можно воспользоваться следующим алгоритмом:

$$\hat{B}(k+1) = \hat{B}(k) + \underline{n}_\varepsilon(k), \quad (32)$$

где $\hat{B}(k+1)$ – оценка СПМ, $\underline{n}_\varepsilon(k)$ – флуктуационный шум, учитывающий флуктуацию оценки СПМ $\hat{B}(\bar{\vartheta})$, считаем белым с СПМ равно $0,5 \underline{N}_{0\varepsilon}$.

Из уравнения состояния (25) получим прогнозируемую оценку $\hat{B}^f(k+1)$

$$\hat{B}^f(k+1) = \hat{B}(k). \quad (33)$$

Ковариационная матрица прогнозируемой ошибки $\underline{P}^f(k+1)$ определяется по формуле

$$\underline{P}^f(k+1) = \underline{F}(k) \underline{P}^a(k) \underline{F}^T(k) + \underline{N}_{0\varepsilon}, \quad (34)$$

где $\underline{P}^a(k)$ – анализирующая ковариационная матрица момента t_k ,

$$\underline{F}(k) = \frac{\partial f[B(\bar{\vartheta})]}{\partial B(\bar{\vartheta})} = \frac{\partial B^f(k)}{\partial B(k-1)} = I.$$

Подставим матрицу \underline{F} в уравнение (34)

$$\underline{P}^f(k+1) = \underline{P}^a(k) + \underline{N}_{0\varepsilon}. \quad (35)$$

Получив прогнозируемую оценку $\hat{B}^f(k+1)$ и ковариационную матрицу \underline{P}^f_{k+1} , определим коэффициент усиления РФК:

$$\begin{aligned} h_{opt}(k+1) &= \underline{P}^f(k+1) \underline{H}^T(k+1) \times \\ &\times \left[\underline{H}(k+1) \underline{P}^f_{k+1} \underline{H}^T(k+1) + \underline{N}_{0np} \right]^{-1}, \end{aligned} \quad (36)$$

где

$$\begin{aligned} \underline{H}(k+1) &= \left. \frac{\partial h(\bar{\lambda})}{\partial \bar{\lambda}} \right|_{\bar{\lambda}=\hat{\lambda}_{k+1}^f} = \frac{\partial R}{\partial B(\bar{\vartheta})} = \\ &= K_i(j2\pi f) K_j^*(j2\pi f) F_i(\bar{\vartheta}, f) F_j^*(\bar{\vartheta}, f) \times \\ &\times \exp \left[j2\pi f \frac{\Delta \bar{\tau} \bar{\vartheta}}{c} \right] - \end{aligned} \quad (37)$$

матрица, вычисляемая с помощью функциональной производной по состоянию.

Ковариационная матрица в момент t_{k+1}

$$\begin{aligned} \underline{P}^a(k+1) &= \\ &= \left[I - h_{opt}(k+1) \underline{H}(k+1) \right] \underline{P}^f(k+1). \end{aligned} \quad (38)$$

В момент t_{k+1} оценка СПМ будет равна сумме прогнозируемой оценки предыдущего момента и дополнительного измерения

$$\hat{\underline{B}}(k+1) = \hat{\underline{B}}^f(k+1) + h_{\text{opt}}(k+1) \left[\bar{u}_{k+1} - h(\hat{\underline{B}}^f(k+1)) \right]. \quad (39)$$

2. Вычислим оценку с учетом смещенного состояния [9]:

$$\begin{aligned} s(k) &= I + \underline{H}T(k, k-1), \\ c(k) &= \underline{H}\underline{P}(k)\underline{H}^T + N_{\text{опр}}, \\ \hat{b}(k) &= \hat{b}(k-1), \\ \underline{P}_b^*(k, k-1) &= \underline{P}_b^*(k-1), \\ \underline{P}_b^*(k) &= \left[\underline{P}_b^{*-1}(k, k-1) + s^T(k)c^{-1}(k)s(k) \right]^{-1}, \\ \hat{b}(k) &= \hat{b}(k, k-1) + h_{\text{optb}}(k) \left[R_k - \underline{H}\hat{\underline{B}}^f(k) - s(k)\hat{b}(k, k-1) \right], \\ h_{\text{optb}}(k) &= \underline{P}_b^*(k)s^T(k)c^{-1}(k), \\ T(k, k-1) &= T(k-1), \\ T(k) &= T(k, k-1) - h_{\text{opt}}(k)s(k), \\ \hat{\underline{B}}^*(k) &= \hat{\underline{B}}(k) + T(k)\hat{b}(k), \\ \underline{P}_B(k) &= \underline{P}(k) + T(k)\underline{P}_b^*(k)T^T(k), \end{aligned}$$

где $s(k), c(k)$ – коэффициенты, $\hat{b}(k)$ – оценка смещения состояния, $\underline{P}_b^*(k), \underline{P}_B(k)$ – ковариационные матрицы смещения и окончательной оценки, $h_{\text{optb}}(k)$ – коэффициент усиления смещения, $T(k)$ – коэффициент смещения, $\hat{\underline{B}}^*(k)$ – окончательная оценка.

Имитационное моделирование

Проведено моделирование полученных алгоритмов в программе MATLAB. Процесс моделирования начинается с формирования матрицы \underline{R}_k согласно (14).

Исходные изображения используемые в моделировании, показаны на рис. 4. Размер изображений 32×32 пикселей.

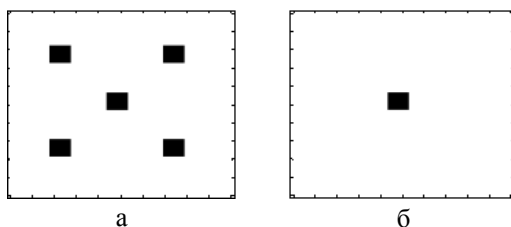


Рис. 4. Исходные изображения

Результат восстановления изображения с помощью ЛФК показан на рис. 5. Качество восстановления изображения зависит от отношения сигнал/шум (с/ш).

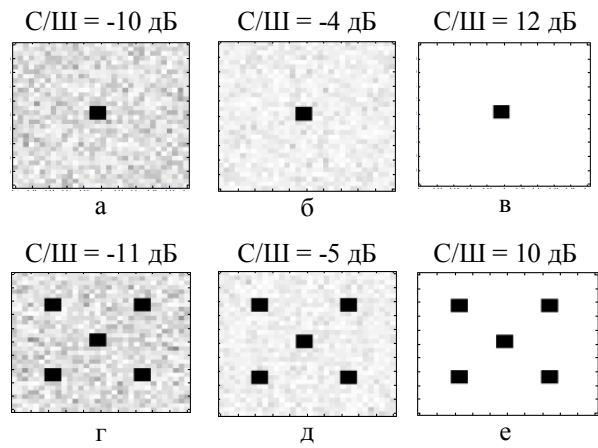


Рис. 5. Результаты восстановления изображения с помощью ЛФК

Результат восстановления изображения с помощью РФК показан на рис. 6. Качество восстановления улучшается с увеличением с/ш.

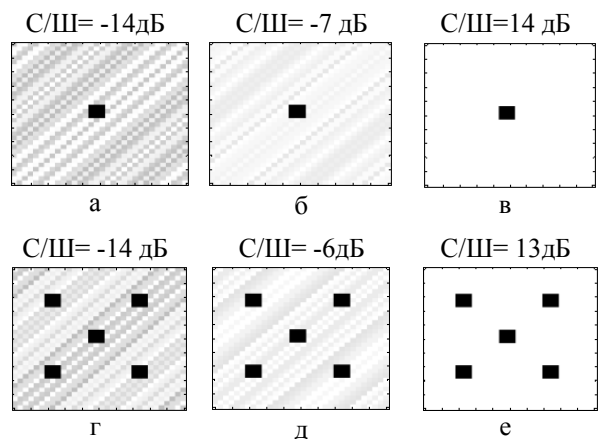


Рис. 6. Результаты восстановления изображений с помощью РФК

Из анализа рис. 7 следует, что РФК работает лучше тем ЛФК, так как модель уравнения наблюдения оставалась нелинейной.

СКО оценки с помощью ЛФК (первые три линии) и РФК (следующие три линии) уменьшаются с увеличением времени наблюдения и стремятся к некоторому уровню, зависящему от с/ш.

Выводы

Предположена и доказано моделированием возможность формирования РМИ исследуемых объектов с помощью фильтра Калмана. Процесс фильтрации состоит из двух шагов: прогноза и анализа. При прогнозе формируется первичная оценка по предыдущей оценке и априорной информации. При анализе измерения используются для получения окончательной оценки РМИ. Анализ результатов моделирования показывает возможность оценивания СПМ источника радиотеплового излучения с помощью линейного и расширенного ФК.

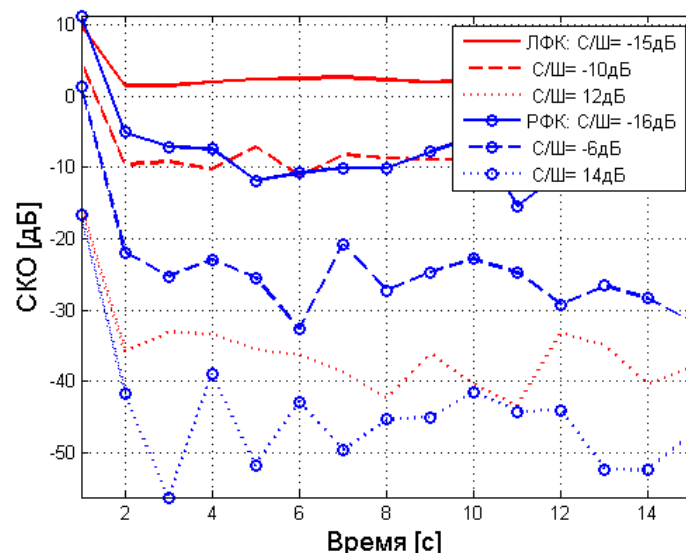


Рис. 7. СКО оцінювання ЛФК і РФК як функція часу

Благодарности. Авторы благодарят д.т.н. доцента кафедры проектирования радиоэлектронных систем летательных аппаратов Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт» Павликова В.В. и аспиранта Национального аэрокосмического университета им. Н.Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт» Жилу С.С. за обсуждение результатов и конструктивные замечания, высказанные при подготовке рукописи.

Список литературы

1. Волосяк В.К. Статистическая теория радиотехнических систем дистанционного зондирования и радиолокации / В.К. Волосяк, Кравченко В.Ф.; под ред. В.Ф. Кравченко. М.: Физматлит, 2008. – 704 с.
2. Thompson A.R. Interferometry and synthesis in radio astronomy / J.M. Moran, G.W. Swenson Jr // Wiley – VCH, 2001. – 715 p.
3. Волосяк В.К. Фильтрация регулярных и случайных воздействий в динамических радиосистемах летательных аппаратов / В.К. Волосяк, С.Е. Фалькович // Х.: Харьк. Авиаци. Ин – т, 1991. С. 46 – 59.
4. Christopher S. Ruf Error analysis of image reconstruction by a synthetic aperture interferometric radiometer // Radio Science, volume 26, number 6, 1991. – P. 1419 – 1434.
5. Современная статистическая теория СШП радиометрических устройств и систем / В.К. Волосяк, В.Ф. Кравченко, В.В. Павликов, В.И. Пустовойт // Акустооптические и радиолокационные методы измерений и обработки информации; сентябрь 2014, Суздаль, Россия. – С. 10 – 14.
6. Arthur Gelb Applied optimal estimation / Joseph F. Kasper, Raymond A. Nash, Charles F. Price, Arthur A. Sutherland // THE M.I.T – PRESS – 1979. – P 182 – 203.
7. Brian D.O. Optimal Filtering / Anderson, John B. Moore // Prentice – Hall, Inc., Englewood Cliffs, N.J, 1979. P. 195 – 205.
8. Фалькович С.Е. Оптимальный прием пространственно-временных сигналов в радиоканалах с рассеянием / С.Е. Фалькович, В.И. Пономарев, Ю.В. Шкварко // М.: Радио и связь, 1989. – С. 24 – 30.
9. William S.A. Optimal estimation of measurement bias / S.A. William, H.T. Robert // National Technical Information Service – December 1972. – 41 p.

Поступила в редколлегию 1.12.2014

Рецензент: д-р техн. наук доц. В.В. Павликов, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков.

ФОРМУВАННЯ РАДІОМЕТРИЧНОГО ЗОБРАЖЕНЬ З ВИКОРИСТАННЯМ КАЛМАНОВСЬКОЇ ФІЛЬТРАЦІЇ

Ву Та Кюонг, Нгуен Нгок Винь Хао, Нгуен Ван Кієм

Розв'язана задача формування радіометричних зображень (РМЗ) за допомогою системи апертурного синтезу. Показана можливість підвищення якості формування РМЗ використанням лінійного і розширеного (для нелінійного рівняння спостереження) фільтрів Калмана. Розроблено алгоритми та структурні схеми обробки просторово-часових сигналів радіотеплового випромінювання з лінійним і розширеним фільтрами Калмана.

Ключові слова: радіометричні зображення, апертурний синтез, фільтр Калмана.

FORMATION RADIOMETRIC IMAGES USING KALMAN FILTERING

Vu Ta Cuong, Nguyen Ngoc Vinh Hao, Nguyen Van Kiem

The problem of the formation of radiometric images (RMI) is solved by using aperture synthesis system. The possibility of improving the quality of the formation of RMI is received by using linear and extended (for nonlinear equation of observation) Kalman filters. Algorithms and block diagrams of space-time processing of signals of radio emission with a linear and extended Kalman filter are developed.

Keywords: radiometric images, aperture synthesis, Kalman filter.