

УДК 621.391, 621.372

М.П. Чернобородов

Запорізький національний технічний університет, Запоріжжя

ОПТИМІЗАЦІЯ ВІДОМИХ ВАГОВИХ ВІКОН ДЛЯ ДПФ

Чи можливе поліпшення характеристик неоптимальної вагової функції для дискретного перетворення Фур'є (ДПФ)? Запропоновано універсальний спосіб оптимізації наявних вагових функцій для ДПФ, що полягає у підбиранні величини підставки для довільного вікна з метою зменшення рівня його бічних пелюсток. Показано, що 2-членне вікно Блекмана-Херіса, вікно Хемінга та вікно Хенінга є неоптимальними частинними випадками 2х-вікна Чернобородових. Оптимізація величини підставки для 4х-вікна Натола (-98 дБ) дозволяє зменшити рівень бічних пелюсток на 3..8 дБ для випадку кількості фільтрів ДПФ $N=10..16$.

Ключові слова: ДПФ, АЧХ, ФЧХ, вагове вікно, фільтр, рівень бічних пелюсток.

Вступ

Постановка проблеми. В [1] досліджувалися методи розрахунку відомих [2 – 5] вагових функцій для дискретного перетворення Фур'є (ДПФ) з метою пошуку причин неоптимальності знайдених різними авторами розв'язків. Отримано, що практично усі відомі методи синтезу вагових функцій передбачають необхідність проведення багатовимірної оптимізації чи розв'язання систем нелінійних рівнянь. Тому фазо-частотні характеристики (ФЧХ) фільтрів ДПФ з такими вікнами відрізнятимуться від ФЧХ фільтра з прямокутним вікном та можуть бути нелінійними. Перш за все, саме ця нелінійність обумовлює їх неоптимальність за критерієм мінімуму міжфільтрового просочування [1].

Чи можливе поліпшення неоптимальної вагової функції? Питання оптимізації наявних вікон є актуальною, але малодослідженою задачею.

На жаль, аналізові методів розрахунку відомих вагових функцій з метою усунення методологічних недоліків, яких дослідники припустилися за розробки своїх оптимізаційних задач, присвячено мало літератури: [1, 2]. Тим більше, широкому загалові не відомо про дослідження із застосуванням універсальних механізмів оптимізації відомих вагових функцій.

Мета статті – дослідити можливість існування й запропонувати універсальний механізм оптимізації відомих вагових функцій.

Аналіз відомих способів оптимізації наявних вагових функцій

З [2] відомі лише кілька способів оптимізації чітхось (раніше розроблених) вагових функцій:

1. Вагові коефіцієнти функції Ханна для ДПФ описуються таким виразом [2, с. 73]:

$$a_k = b + (1 - b) \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot [k + c] / N), \quad (1)$$

де $k=0..N-1$, N – кількість фільтрів ДПФ; $b=0,5$; $c=0$ для непарних N й $c=0,5$ для парних N .

Хемінг шляхом оптимізації величини b в (1) досяг зменшення рівня бічних пелюсток (РБП) за значення $b=0,54$ [2, с. 74] до -42 дБ для $N>30$.

Херіс, оптимізуючи значення b в (1), за $b=0,53856$ [2, с. 74] досяг зменшення рівня бічних пелюсток до -42,5 дБ для $N>30$.

2. Вікна Ханна (або Хенінга) й Хемінга утворюються шляхом додавання трьох масштабованих й зсунутих (одне відносно одного) ядер Дирихле з метою взаємного пригнічення бічних пелюсток. Блекман, провівши оптимізацію величин масштабних коефіцієнтів п'яти ядер Дирихле, досяг збільшення рівня пригнічення бічних пелюсток до -58 дБ ціною розширення головної пелюстки втричі (відносно прямокутного вікна). Херіс, оптимізуючи величини масштабних коефіцієнтів й кількість ядер Дирихле, отримав набір 3- й 4-членних функцій, досягнувши дужчого пригнічення рівня бічних пелюсток ціною розширення головної пелюстки у три й чотири рази (відносно прямокутного вікна), відповідно [2].

3. У [5] було запропоновано метод розрахунку вагових коефіцієнтів a_k шляхом розв'язання системи лінійних рівнянь (для отримання початкової крапки наближення a'_k) й подальшого уточнення значень за допомоги нетривалої одновимірної лінійної мінімізації шляхом підбирання величини підставки Δ (для вагової функції a'_k). Збільшенням Δ (рис. 1) досягається звуження головної пелюстки АЧХ фільтра й зміна рівня бічних пелюсток.

Підбирання величини підставки для закону амплітудно-фазового розподілу поля в апертурі антени є загально відомим й широко застосовуваним методом зниження рівня її бічних пелюсток.

Таким чином, третій спосіб дозволяє проводити оптимізацію наявних вагових функцій ДПФ не маючи уявлення про функцію, яку оптимізують (на відміну від перших двох). Тому візьмо цей спосіб за універсальний механізм оптимізації відомих вагових вікон й дослідимо ефективність його застосування.

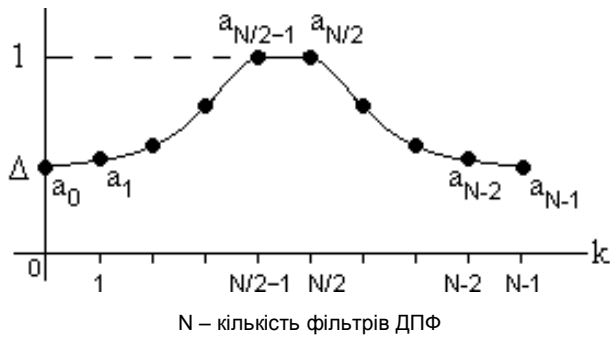


Рис. 1. Загальний вигляд вагової функції вікна для випадку парного N

Оптимізація наявних вагових функцій для ДПФ

В якості прикладу, виконаємо оптимізацію підставки для вагової функції Блекмана-Херіса з метою зменшення рівня бічних пелюсток до мінімально можливого.

На рис. 2 наведено амплітудно-частотні характеристики (АЧХ) фільтрів ДПФ з 2-членним вікном Блекмана-Херіса [2, с. 74] й вікном Чорнобородових [5]. За кількості фільтрів N=8 рівень бічних пелюсток для вікна Блекмана-Херіса становить -41,4 дБ, а для вікна Чорнобородових – -43 дБ.

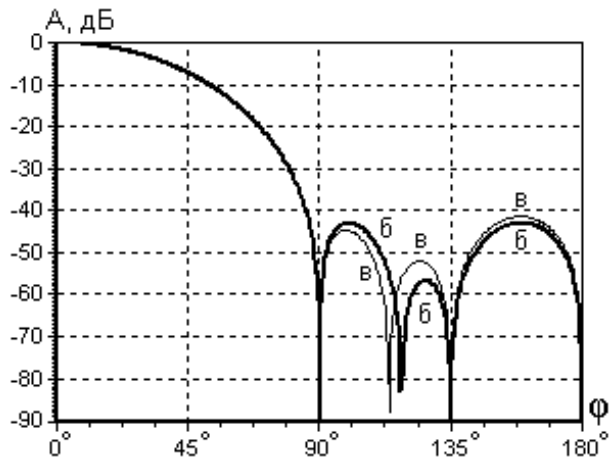


Рис. 2. Вікна ДПФ для N=8:
— Чорнобородових (б),
— Блекмана-Херіса (в)

За збільшення величини підставки Δ для вікна Блекмана-Херіса відбувалося збільшення рівня першої бічної пелюстки й зменшення третьої пелюстки доки їх значення не вирівнюються. За величини Δ=0,12415 було отримано оптимальне значення рівня бічних пелюсток -43 дБ. За цього, АЧХ форми (в) збіглося з (перетворилося на) АЧХ форми (б) – див. мал. 2.

В табл. 1 наведено оптимальні величини підставки Δ_{опт}, за яких досягається мінімально можливий рівень бічних пелюсток для 2-членного вікна Блекмана-Херіса (стовпець Б-Х-2):

Таблиця 1

Оптимальні величини підставки для 2- й 3-членних вікон Блекмана-Херіса та Натола

Кількість фільтрів ДПФ N	Δ _{опт}		
	Б-Х-2	Б-Х-3	Натола
8	-0,0064	0,001633	-
9	-0,01	0,001392	0
10	-0,0102	0,000690	0,000075
11	-0,0103	0,0002325	0,000095
12	-0,0095	0,00005	0,0000915
13	-0,00855	-0,00013	0,000091
14	-0,007475	-0,00018	0,000072
15	-0,0066	-0,000205	0,0000535
16	-0,0058	-0,00022	0,000034
17	-0,00515	-0,00022	0,000021
18	-0,00462	-0,00022	0,0000112
19	-0,00425	-0,00025	0,000004
20	-0,004	-0,00028	0,0000007

$$a_k = \Delta_{opt} + \alpha + (1 - \alpha) \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot [k + c] / N), \quad (1)$$

де c=0 для непарних N й c=0,5 для парних N, α=0,53856.

На рис. 3 наведено залежності рівня бічних пелюсток від кількості фільтрів ДПФ для деяких вагових функцій, ширини головних пелюсток яких вдвічі ширші за головну пелюстку прямокутного вікна (ядра Дирихле). В [1] такі вікна названі "2x-вікна".

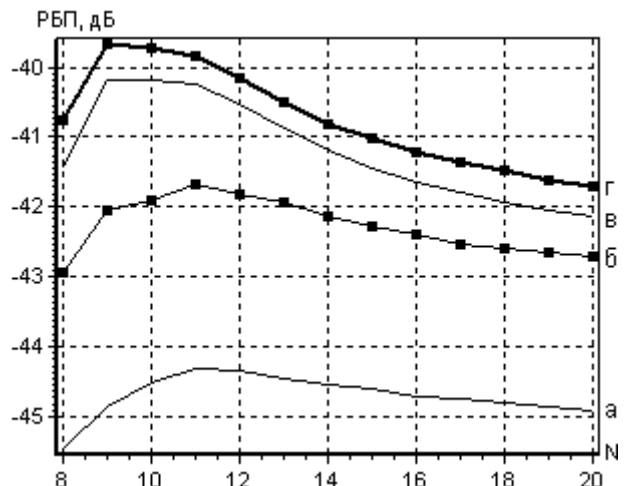


Рис. 3. Залежність рівня бічних пелюсток від кількості фільтрів ДПФ для вікон 2x:

- Дольфа-Чебишова (а),
- Чорнобородових (б),
- Блекмана-Херіса (в),
- Хемінга (г)

Вікно Дольфа-Чебишова є розв'язком задачі мінімізації ширини смуги частот за заданої кінцевої тривалості функції. Застосування цього вікна забезпечує мінімальну ширину головної пелюстки за заданого рівня бічних пелюсток [2, с. 83]. Оскільки бічні пелюстки цього вікна розширюються в міру віддаленості від центральної частоти фільтра, то нулі АЧХ фільтра такої функції не збігаються з центральними частотами решти фільтрів ДПФ. У інших вікон (Чорнобородових, Блекмана-Херіса, Хемінга) нулі АЧХ збігаються з центральними частотами решти фільтрів ДПФ.

Підставивши значення $\Delta_{\text{опт}}$ з табл. 1 до (1), отримуємо перетворення залежності рівня бічних пелюсток для вікна Блекмана-Херіса (в) на (б) – залежність для вікна Чорнобородових (рис. 3). Аналогічним чином можна підібрати значення $\Delta_{\text{опт}}$ для вікна Хемінга, внаслідок чого воно теж перетвориться на вікно Чорнобородових. З порівняльною таблицею параметрів цих трьох вікон можна ознайомитись в [1].

Таким чином, 2-членне вікно Блекмана-Херіса, вікно Хемінга та їх прашур – вікно Хенінга (ім. Ю. Хана) – є неоптимальними частинними випадками 2х-вікна Чорнобородових.

В табл. 1 наведено оптимальні величини підставки $\Delta_{\text{опт}}$, за яких досягається мінімально можливий рівень бічних пелюсток для 3-членного вікна Блекмана-Херіса (-67 дБ) (стовпець Б-Х-3) [2, с. 75-76].

На рис. 4 наведено залежності рівня бічних пелюсток від кількості фільтрів ДПФ для 3-членної функції Блекмана-Херіса (-67 дБ) й оптимізованої відповідно до (2):

$$a_k = \Delta_{\text{опт}} + a_0 - a_1 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot [k + 0,5] / N) + a_2 \cdot \cos(4 \cdot \pi \cdot [k + 0,5] / N), \quad (2)$$

де $a_0 = 0,42323$, $a_1 = 0,49755$, $a_2 = 0,07922$.

На рис. 4 також наведено аналогічні характеристики для 3х-вікон Дольфа-Чебишова й Чорнобородових. Видно, що оптимізація шляхом підбирання підставки для 3-членного вікна Блекмана-Херіса не дозволяє отримати аналогічні або ліпші характеристики, ніж 3х-вікно Чорнобородових. Це означає, що Херіс методом градієнтного пошуку [2, с. 75] не лише не знайшов оптимального розв'язання задачі з визначення величин масштабних коефіцієнтів та кількість ядер Дирихле, а й не зміг досягнути значення того локального мінімуму, біля якого зупинився його градієнтний алгоритм.

На підставі рис. 3 й 4 можна в черговий раз пересвідчитися, що 2х- й 3х-вікна Чорнобородових є оптимальними за критерієм мінімуму міжфільтрового просочування [1]. Тобто, не існує вагової функції, яка б за тієї ж самої ширини головної пелюстки мала нижчий рівень бічних пелюсток

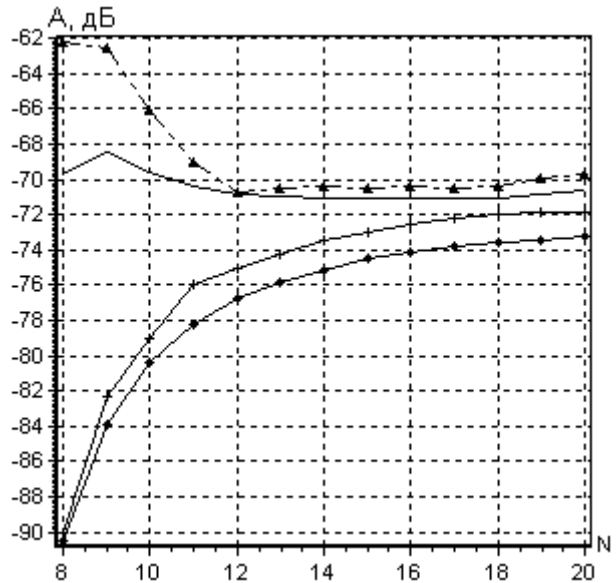


Рис. 4. Залежність рівня бічних пелюсток від кількості фільтрів ДПФ для 3-членного вікна Блекмана-Херіса:
— оптимізованого;
-▲- неоптимізованого

На рис. 5 наведено залежності рівня бічних пелюсток від кількості фільтрів ДПФ для функції Натолла (-98 дБ) [6, с. 176-177] й оптимізованої відповідно до (3):

$$a_k = \Delta_{\text{опт}} + a_0 - a_1 \cdot \cos(2 \cdot \pi \cdot [k + 0,5] / N) + a_2 \cdot \cos(4 \cdot \pi \cdot [k + 0,5] / N) - a_3 \cdot \cos(6 \cdot \pi \cdot [k + 0,5] / N), \quad (3)$$

де $a_0 = 0,3635819$, $a_1 = 0,4891775$,
 $a_2 = 0,1365995$, $a_3 = 0,0106411$.

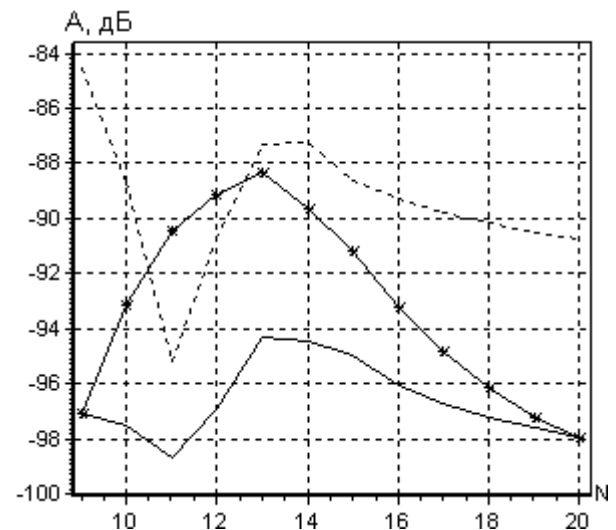


Рис. 5. Залежність рівня бічних пелюсток від кількості фільтрів ДПФ для: 4-членного вікна Блекмана-Херіса (-92 дБ, ---) та вікна Натолла (— оптимізованого й -x- неоптимізованого)

Як наведено на рис. 5, оптимізація величини підставки для 4х-вікна Натолла дозволяє зменшити рівень бічних пелюсток на 3..8 дБ для випадку кіль-

кості фільтрів ДПФ $N=10..16$. Тут же наведено АЧХ 4-членного вікна Блекмана-Херіса (-92 дБ) [2, с. 76] для ілюстрації його неоптимальності: маючи майже однакові ширини головних пелюсток, вікно Натолла (-98 дБ) має менший рівень бічних пелюсток.

Висновки

1. Запропоновано універсальний спосіб оптимізації наявних вагових функцій для ДПФ, що полягає у підбиранні величини підставки для довільного наявного вікна з метою зменшення рівня його бічних пелюсток.

2. 2-членне вікно Блекмана-Херіса, вікно Хемінга та вікно Хенінга (ім. Ю. Хана) є неоптимальними частинними випадками 2х-вікна Чорнобородових.

3. Проведені дослідження в черговий раз підтверджують, що 2х- й 3х-вікна Чорнобородових є оптимальними за критерієм мінімуму міжфільтрового просочування.

4. Оптимізація величини підставки для 4х-вікна Натолла дозволяє зменшити рівень бічних пелюсток на 3..8 дБ для випадку кількості фільтрів ДПФ N від 10 до 16.

Список літератури

1. Чорнобородова Н.П. Синтез оптимальних вагових функцій для ДПФ / Н.П. Чорнобородова, М.П. Чорнобородов, А.С. Сіренко // Системи управління, навігації та зв'язку. – К.: Центральний науково-дослідний інститут навігації і управління, 2011. – Вип. 2. – С. 64-67.

2. Хэррис Ф.Дж. Использование окон при гармоническом анализе методом дискретного преобразования Фурье / Ф.Дж. Хэррис // ТИИЭР. – 1978. – Т. 66, № 1. – С. 60-96.

3. Годлевский В. С. Численный синтез оконных функций для дискретного преобразования Фурье / В.С. Годлевский, А. М. Денисенко // Электронное моделирование. – 2006. – Т. 28, № 4. – С. 75-87.

4. Дворкович А.В. Синтез эффективных оконных функций для оценки параметров сигналов с помощью ДПФ / А.В. Дворкович // Радиотехника. – 2005. – № 5. – С. 25-34.

5. Чорнобородова Н.П. Синтез вагових функцій з малим рівнем міжфільтрового просочування для дискретного перетворення Фур'є / Н.П. Чорнобородова, М.П. Чорнобородов // Системи озброєння і військова техніка. – Х.: ХУПС, 2008. – № 2. – С. 159-162.

6. Марпл-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения: Пер. с англ. / С.Л. Марпл-мл. – М.: Мир, 1990. – 584 с.

Надійшла до редколегії 2.03.2015

Рецензент: д-р техн. наук проф. Л.Ф. Купченко, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.

ОПТИМИЗАЦИЯ ИЗВЕСТНЫХ ВЕСОВЫХ ОКОН ДЛЯ ДПФ

М.П. Чорнобородов

Возможно ли улучшение характеристик неоптимального весового окна для дискретного преобразования Фурье (ДПФ)? Предложен универсальный способ оптимизации существующих весовых функций для ДПФ, который состоит в подборе величины подставки для произвольного окна с целью уменьшения уровня его боковых лепестков. Показано, что 2-членное окно Блекмана-Хериса, окно Хеминга и окно Хенинга являются неоптимальными частными случаями 2х-окна Чорнобородових. Оптимизация величины подставки для 4х-окна Натолла (-98 дБ) позволяет уменьшить уровень боковых лепестков на 3..8 дБ для случая количества фильтров ДПФ $N=10..16$.

Ключевые слова: ДПФ, АЧХ, ФЧХ, весовое окно, фильтр, уровень боковых лепестков.

OPTIMIZATION OF KNOWN WEIGHTING WINDOWS FOR DFT

М.Р. Chornoborodov

Is it possible to improve the characteristics of suboptimal weight window for the discrete Fourier transform (DFT)? The universal method for optimizing existing weighting functions for DFT, which consists in the selection of the value pedestal for an arbitrary window in order to reduce the level of its side lobes. It is shown that 2-Term window Blackman-Harris, Hamming window and a Hanning window are special cases of suboptimal 2 windows Chornoborodovs. Optimizing the value of the pedestal for a 4x-window Nutall (-98 dB) to reduce side-lobe level at 3..8 dB for the case of DFT filters number $N=10..16$.

Keywords: Discrete Fourier transform, weighting function, filter.