

УДК 623.004.67

О.В. Водолажко

Харківський університет Повітряних Сил ім. Івана Кожедуба, Харків

ОБҐРУНТУВАННЯ ВИБОРУ КРИТЕРІЮ ОПТИМАЛЬНОСТІ БІНАРНИХ ВИМІРЮВАЛЬНИХ СИГНАЛІВ З НОРМОВАНИМ СПЕКТРОМ

В статті обґрунтовано вибір критеріїв оптимальності бінарних вимірювальних сигналів з нормованим спектром з метою отримання високого показника відношення сигнал/шум.

Ключові слова: нормований спектр, лінійні динамічні системи, сигнали частотно-імпульсної модуляції.

Вступ

Постановка задачі. Періодичні сигнали бінарної форми, що мають нормований амплітудний спектр, знаходять широке застосування в метрологічній практиці. При цьому найбільші функціональні можливості управління спектральним складом досягаються великою кількістю точок переключення – моментів перемикавання між додатним та від’ємним рівнями – на інтервалі одного періоду. Критерії оптимальності бінарних вимірювальних сигналів з нормованим амплітудним спектром дозволяють обґрунтувати вибір вимірювальних сигналів для метрологічного забезпечення селективних засобів вимірювальної техніки й частотомірів та ідентифікацію різних лінійних динамічних систем у частотній області, що допомагає отримати високий показник відношення сигнал/шум. Тому питання обґрунтування вибору критеріїв оптимальності бінарних вимірювальних сигналів з нормованим спектром є важливою науково-технічною задачею, актуальність якої підтверджується необхідністю досягнення найбільшою функціональною можливістю управління спектральним складом на інтервалі одного періоду.

Аналіз літератури. У відомих джерелах [1 – 5] розглядаються питання оптимальності бінарних вимірювальних сигналів з нормованим спектром. В джерелі [1] викладається аналіз сучасного стану вимірювальної техніки аналізу сигналів в реальному часі. В джерелах [2, 3] розглядаються питання метрологічного забезпечення аналізаторів спектру. В джерелі [4] розглянуто питання оптимізації вимірювального сигналу стосовно експлуатаційного контролю систем передачі інформації й зв’язку. В джерелі [5] досліджуються можливості перевірки аналізаторів спектру за сигналами з нормованим спектром.

Нажаль, в цих роботах не обґрунтовуються вибір критеріїв оптимальності бінарних вимірювальних сигналів з нормованим спектром.

Метою статті є обґрунтування вибору критеріїв оптимальності бінарних вимірювальних сигналів з нормованим амплітудним спектром з метою отримання високого показника відношення сигнал/шум.

Основний матеріал

Вибір вимірювальних сигналів для метрологічного забезпечення селективних засобів вимірювальної техніки й частотомірів та ідентифікацію різних лінійних динамічних систем у частотній області, дозволяє одержати високий показник відношення сигнал/шум, оскільки вони мають мінімальний серед усіх сигналів коефіцієнт амплітуди, який дорівнює одиниці. Тому перш за все будемо розглядати бінарні сигнали з нормованим спектром. Однією з основних переваг бінарних сигналів з нормованим спектром є достатньо проста апаратна реалізація калібраторів, що забезпечує їм економічну ефективність. З метою спрощення такі сигнали з нормованим спектром надалі будемо називати сигналами частотно-імпульсної модуляції, оскільки одержання необхідного спектра амплітуд цих сигналів з нормованим спектром досягається регулюванням тривалості елементарних імпульсів, тобто зміною фазових координат точки переключення. Частотна ідентифікація лінійних динамічних систем вимірювальних сигналів типу парний та непарний мульти-синус, оптимальні за критерієм мінімуму коефіцієнта амплітуди. Але ж, з метою обґрунтування вибору критеріїв оптимальності бінарних вимірювальних сигналів з нормованим спектром розглянемо критерії оптимальності бінарних сигналів з нормованим спектром.

Перш за все проаналізуємо критерій максимуму середнього значення корисних гармонік при обмеженні на корисну потужність бінарних часоімпульсно-модульованих вимірювальних сигналів. Для чого представимо досліджуваній бінарний частотно-імпульсними сигналами частотно-імпульсної модуляції $F(\alpha)$ з періодом T рядом Фур’є на інтервалі $[0, T]$:

$$F(\alpha) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \dot{D}_n e^{jn\alpha} = C_0 + \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(n\alpha + \varphi_n), \quad (1)$$

$$\dot{D}_n = \frac{1}{2p} \int_0^{2p} F(\alpha) e^{-jn\alpha} d\alpha = \frac{1}{2} C_n e^{j\varphi_n}, \quad \text{при } n \neq 0, \quad (2)$$

де: \dot{D}_n – комплексний коефіцієнт Фур'є бінарного сигналу частотно-імпульсної модуляції $F(\alpha)$;

C_n і φ_n – відповідно амплітуда й початкова фаза n -ї гармоніки сигналу $F(\alpha)$;

$C_0 = D_0$ – постійна складова сигналу $F(\alpha)$.

Вирішуючи задачу синтезу, здійснимо пошук найкращого наближення спектра бінарного сигналу з нормованим спектром $F(\alpha)$, що визначається співвідношенням (1), до необхідного спектра опорного сигналу з нормованим спектром $F(\alpha)$. На підставі аналітичного співвідношення (2), як критерій точності апроксимації (критерій оптимізації) оберемо мінімум середньоквадратичного відхилення модулів комплексних коефіцієнтів Фур'є опорного й бінарного сигналів

$$\sigma = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left(|\dot{d}_n| - |\dot{D}_n| \right)^2. \quad (3)$$

Перетворивши цей вираз, одержимо

$$\sigma = \sum_{n=-\infty}^{\infty} |\dot{d}_n|^2 + \sum_{n=-\infty}^{\infty} |\dot{D}_n|^2 - 2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} |\dot{d}_n| \cdot |\dot{D}_n|. \quad (4)$$

У формулі (4) перший член має фіксоване значення та залежить винятково від заданого амплітудного спектра $\{c_n\}$ опорного сигналу (мультицинуса):

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |\dot{d}_n|^2 = c_0^2 + \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \rho_n c_n^2. \quad (5)$$

Другий член на підставі рівності Парсеваля відповідає повній потужності P бінарного сигналу з нормованим спектром і залежить тільки від його рівня F_0 :

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |\dot{D}_n|^2 = P = \frac{1}{2p} \int_0^{2p} F^2(\alpha) d\alpha = F_0^2. \quad (6)$$

Таким чином, на підставі співвідношень (5) та (6) приходимо до висновку, що найменше значення критерію (3) буде отримано для такого сигналу $F(\alpha)$, у якого величина

$$R = 2 \sum_{n=-\infty}^{\infty} |\dot{d}_n| \cdot |\dot{D}_n| \quad (7)$$

досягає максимального значення.

Для подальшого перетворення формули (7) задамося наступними припущеннями:

– в більшості практичних застосувань спектр опорного сигналу є рівномірним, тобто $|\dot{d}_n| = \text{const}$;

– постійна складова вимірювального сигналу з нормованим спектром, як правило, не бере участі в процесі вимірювань, тобто $c_0 = 0$.

З урахуванням даних обставин, критерій оптимізації (3) полягає в максимізації величини

$$\bar{C} = \frac{1}{S} \sum_{n=1}^N \rho_n C_n, \quad (8)$$

де \bar{C} та S – відповідно середнє значення амплітуд та кількість корисних гармонік бінарного сигналу з нормованим спектром.

Отже, оптимізація сигналів з частотно-імпульсною модуляцією за мінімумом середньоквадратичного відхилення модулів комплексних коефіцієнтів Фур'є бінарного й опорного сигналу з нормованим спектром полягає в максимізації середнього значення амплітуд гармонічних складових на частотах аналізу.

Далі розглянемо критерій максимуму корисної потужності бінарних часоімпульсно-модульованих вимірювальних сигналів. Для більшої гнучкості управління спектральним складом досліджуваного бінарного сигналу з частотно-імпульсною модуляцією його синтез за критерієм (8) доцільно здійснювати за наявності ряду обмежень. Зокрема, формулювання функції обмежень на певні параметри сигналів з нормованим спектром у даному випадку може виходити з тієї необхідності, що вхідний сигнал, наприклад, повинен давати можливість відстежити як завгодно малі зміни амплітудно-частотної характеристики лінійної динамічної системи.

З цієї метою запишемо вихідний сигнал $Y(\alpha)$ аналізованої системи при подачі на її вхід вимірювального сигналів з нормованим спектром $F(\alpha)$:

$$\begin{aligned} Y(\alpha) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} H(\omega_n) \dot{D}_n e^{jn\alpha} = \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} |H(\omega_n)| C_n \cos(n\alpha + \varphi_n + \theta_n), \end{aligned} \quad (9)$$

де $H(\omega_n)$ і θ_n – відповідно комплексний коефіцієнт передачі лінійної динамічної системи та його аргумент на частоті ω_n .

Провівши нескладні тригонометричні перетворення, формулу (9) приведемо до виду

$$\begin{aligned} Y(\alpha) &= \sum_{n=1}^{\infty} H'(\omega_n) C_n \cos(n\alpha + \varphi_n) - \\ &- \sum_{n=1}^{\infty} H''(\omega_n) C_n \sin(n\alpha + \varphi_n). \end{aligned}$$

У даному виразі $H'(\omega_n) = |H(\omega_n)| \cos \theta_n$ – дійсна, а $H''(\omega_n) = |H(\omega_n)| \sin \theta_n$ – уявна частини комплексного коефіцієнта передачі.

При відхиленні функції $H(\omega_n)$ від свого номінального значення $H_0(\omega_n)$ на величину

$$\Delta H(\omega_n) = H(\omega_n) - H_0(\omega_n),$$

вихідний сигнал $Y(\alpha)$ змінюється на величину

$$\Delta Y(\alpha) = \sum_{n=1}^{\infty} \Delta H'(\omega_n) C_n \cos(n\alpha + \varphi_n) - \sum_{n=1}^{\infty} \Delta H''(\omega_n) C_n \sin(n\alpha + \varphi_n).$$

Коефіцієнти чутливості вихідного сигналу $Y(\alpha)$ стосовно зміни коефіцієнта $H(\omega_n)$ на контрольних частотах знаходимо за рівняннями

$$\begin{cases} \xi'_n(\alpha) = \frac{\partial \Delta Y(\alpha)}{\partial \Delta H'(\omega_n)} = C_n \cos(n\alpha + \varphi_n); \\ \xi''_n(\alpha) = \frac{\partial \Delta Y(\alpha)}{\partial \Delta H''(\omega_n)} = -C_n \sin(n\alpha + \varphi_n). \end{cases} \quad (10)$$

Сумарна середньоквадратична чутливість контролю дорівнює

$$\Gamma = \frac{1}{2p} \int \sum_{-p}^p \rho_n \left([\xi'_n(\alpha)]^2 + [\xi''_n(\alpha)]^2 \right) d\alpha.$$

З урахуванням формули (10) останнє співвідношення можна записати як

$$\Gamma = \sum_{n=1}^N \rho_n C_n^2 = 2P_{\text{кор}}, \quad (11)$$

де $P_{\text{кор}}$ – корисна потужність вимірювального сигналу з нормованим спектром $F(\alpha)$, тобто та частина потужності, що припадає на контрольні частоти.

Аналіз співвідношення (11) дозволяє зробити висновок про те, що критерій максимуму чутливості контролю частотної характеристики досліджуваного об'єкту контролю приводить до задачі про максимізацію корисної потужності, що виділяється в навантаження в потрібному частотному діапазоні:

$$P_{\text{кор}} = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \rho_n C_n^2. \quad (12)$$

Сформулювавши два критерії оптимальності бінарних сигналів з частотно-імпульсною модуляцією, а саме максимуму середнього значення амплітуд корисних гармонік та максимуму корисної потужності сигналу з нормованим спектром, зведемо їх в один узагальнений критерій оптимізації спектрального складу бінарних вимірювальних сигналів.

Очевидно, оптимізація характеристик бінарних сигналів з нормованим спектром з використанням одного з критеріїв (8) або (12) не має достатньої гнучкості управління спектральним складом: максимум середнього значення гармонік, що беруть участь у процесі вимірювань, і максимум корисної потужності сигналу можуть бути досягнуті за рахунок однієї або декількох спектральних складових, що призведе до неприпустимої концентрації потужності в них. Отже, потрібно знайти таку цільову функцію, яка б передбачала введення обмеження на нерівномірність гармонік у необхідному частотному діапазоні.

Діапазон розкиду гармонік бінарного сигналу з частотно-імпульсною модуляцією на частотах аналі-

зу доцільно характеризувати дисперсією:

$$D = \frac{1}{S} \sum_{n=1}^N \rho_n (C_n - \bar{C})^2. \quad (13)$$

Перетворивши цей вираз, одержуємо наступне важливе співвідношення:

$$D = \frac{2}{S} P_{\text{кор}} - \bar{C}^2. \quad (14)$$

Аналіз формули (14), показує, що зменшення дисперсії амплітуд гармонік складових може бути досягнуто максимізацією їх середнього значення \bar{C} та зменшенням корисної потужності $P_{\text{кор}}$. Цей вираз приводить до наступної узагальненої постановки задачі оптимізації амплітудного спектра ЧІМ сигналів за першим методом синтезу: знайти такий вимірювальний СНС, який при фіксованому (заданому) значенні корисної потужності $P_{\text{кор}} = P_{\text{зад}}$ максимізує величину \bar{C} , тобто

$$\begin{cases} \text{знайти} & \max \bar{C} \\ \text{при} & P_{\text{кор}} = P_{\text{зад}}. \end{cases} \quad (15)$$

Завершуючи вищесказане, зазначимо, що метод синтезу оптимального бінарного сигналу з частотно-імпульсною модуляцією за узагальненим критерієм (15) доцільно застосовувати в тих випадках, коли до нерівномірності амплітуд гармонік не висуваються жорсткі вимоги, наприклад, якщо спектр сигналу на виході досліджуваної лінійної динамічної системи аналізується цифровим вимірювачем (аналогоцифровим перетворювачем у сукупності з мікропроцесором). І навпаки, в тих застосуваннях, де спектр вихідного сигналу лінійної динамічної системи спостерігається візуально, такий вимірювальний сигнал з нормованим спектром не буде оптимальним, оскільки певна нерівномірність амплітуд корисних гармонічних складових негативно впливатиме на зручність процесів відліку та подальшої обробки результатів вимірювань.

Для уникнення даного недоліку сформулюємо нову задачу синтезу оптимальних сигналів з частотно-імпульсною модуляцією, розв'язанням якої є сигнал з нормованим спектром, у якого мінімізований розкид амплітуд гармонік на частотах аналізу. Для чого розглянемо критерій нерівномірності спектра бінарних часоімпульсно-модульованих вимірювальних сигналів.

Відомо що найзручнішим сигналом у переважній більшості практичних застосувань сигналу з нормованим спектром є такий сигнал, який має прямокутну (квазіпрямокутну) обвідну спектра амплітуд, оскільки в даному випадку можна значно скоротити час на вимірювання та розрахунок амплітудно-частотної характеристики досліджуваної лінійної динамічної системи.

З метою отримання рівномірного спектра бінарного сигналу з частотно-імпульсною модуляцією

в якості критерію оптимізації доцільно обрати мінімізацію розкиду амплітуд корисних гармонік сигналу з нормованим спектром або, що те саме, мінімізацію абсолютної нерівномірності амплітудно-частотна характеристика сигналу $\Delta_{\text{АЧХ}}$, під якою розуміємо різницю між максимальною $\max\{C_n\}$ та мінімальною $\min\{C_n\}$ амплітудами гармонічних складових у корисному діапазоні частот:

$$\Delta_{\text{АЧХ}} = \max\{C_n\} - \min\{C_n\}. \quad (16)$$

У загальному випадку оптимізація бінарного ЧМ сигналу за критерієм (16) так само може відбуватися за наявності ряду обмежень. По-перше, це може бути умова, щоб корисна потужність сигналу (міра корисної дії калібратора) дорівнювала $P_{\text{кор}} = P_{\text{зад}}$ або була не меншою наперед заданої величини $P_{\text{кор}} > P_{\text{зад}}$. По-друге, враховуючи, що оптимізація будь-якого сигналу з нормованим спектром може дати бажану нерівномірність, але призвести до малих амплітуд гармонік, треба вводити обмеження на рівень найменшої корисної гармонічної складової. Приймавши для рівномірного спектра $(C_n)_{\min} \approx (C_n)_{\max} \approx \bar{C}$, останню вимогу можна переформулювати таким чином: знайти мінімум функції (12) за умови, що середнє значення гармонік дорівнює $\bar{C} = \bar{C}_{\text{зад}}$ або не менше від конкретної заданої величини $\bar{C} \geq \bar{C}_{\text{зад}}$.

З метою узагальнення критерій (16) з урахуванням одного з наведених обмежень, яке позначимо як функцію g , запишемо в наступному вигляді:

$$\begin{cases} \text{знайти } \min \Delta_{\text{АЧХ}} \\ \text{при } g = g_{\text{зад}} \end{cases} \quad (17)$$

Таким чином, обґрунтовано вибір критеріїв оптимальності бінарних вимірювальних сигналів з нормованим спектром з метою отримання високого показника відношення сигнал/шум.

Висновки

1. За результатами аналізу критеріїв максимуму середнього значення корисних гармонік при обме-

женні на корисну потужність бінарних часоімпульсно-модульованих вимірювальних сигналів й максимуму корисної потужності бінарних часоімпульсно-модульованих вимірювальних сигналів бажано звести їх в один узагальнений критерій оптимізації спектрального складу бінарних вимірювальних сигналів.

2. Для вирішення задачі синтезу оптимальних сигналів з частотно-імпульсною модуляцією, проаналізовано критерій нерівномірності спектра бінарних часоімпульсно-модульованих вимірювальних сигналів.

За результатом чого автором обґрунтовано вибір критерію оптимальності бінарних вимірювальних сигналів з нормованим спектром з метою отримання високого показника відношення сигнал/шум, а саме критерій мінімізації абсолютної нерівномірності амплітудно-частотної характеристики сигналу $\Delta_{\text{АЧХ}}$.

Список літератури

1. Чупраков Б.А. Современное состояние измерительной техники анализа сигналов в реальном времени / Б.А. Чупраков, И.П. Краснощеков // Измерительная техника. – 1990. – № 8. – С. 50-52.
2. Павленко Ю.Ф. Вопросы метрологического обеспечения анализаторов спектра / Ю.Ф. Павленко, С.И. Славинский // Український метрологічний журнал. – 1999. – № 3. – С. 35-42, № 4. – С. 23-26.
3. Mpanda M.B.A. Detection of induction machines anomalies using stand-still tests / M.B.A. Mpanda, D. Cristian, G.-A. Capolino, H.T. Henaou // Proc. Industry Applications Conference. 38th IAS Annual Meeting. – Vol. 3. – Salt Lake City (USA). – 2003. – P. 1855-1860.
4. Мици М.Я. Оптимизация измерительного сигнала для эксплуатационного контроля систем передачи информации и связи / М.Я. Мици, В.Н. Чинков // Измерительная техника. – 1994. – № 5. – С. 52-55.
5. Бойченко В.Д. Исследование возможности проверки анализаторов спектра по сигналам с нормированным спектром: Дис...канд. тех. наук: 05.11.08 / Бойченко В.Д. – М., 1981. – 183 с.

Поступила в редколлегию 6.04.2015

Рецензент: д-р техн. наук проф. В.Б. Кононов, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.

ОБОСНОВАНИЕ ВЫБОРА КРИТЕРИЯ ОПТИМАЛЬНОСТИ БИНАРНЫХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ СИГНАЛОВ С НОРМИРОВАННЫМ СПЕКТРОМ

О.В. Водолажко

В статье обоснован выбор критерия оптимальности бинарных измерительных сигналов с нормированным спектром с целью получения высокого показателя сигнал/шум.

Ключевые слова: нормированный спектр, линейные динамические системы, сигналы частотно-импульсной модуляции.

GROUND OF CHOICE OF CRITERION OF OPTIMALITY BINARY SCALE SIGNALS WITH A NORMALIZED SPECTRUM

O.V. Vodolazhko

In the article the choice of criterion of optimality of binary measurements signals is grounded with the rationed spectrum with the purpose of receipt of high index signal/noise.

Keywords: rationed a spectrum, linear dynamic systems, signals of pulse-frequency modulation.