УДК 621.391

Б.М. Ланецький, В.В. Лук'янчук, А.А. Артеменко

Харківський університет Повітряних Сил імені Івана Кожедуба, Харків

ТОЧКОВЕ ОЦІНЮВАННЯ ПОКАЗНИКІВ БЕЗВІДМОВНОСТІ СКЛАДНИХ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ БАГАТОРАЗОВОГО ЦИКЛІЧНОГО ЗАСТОСУВАННЯ, ЩО ЕКСПЛУАТУЮТЬСЯ ЗА ТЕХНІЧНИМ СТАНОМ. ОСНОВНІ РОЗРАХУНКОВІ СПІВВІДНОШЕННЯ

У статті наводиться систематизоване викладення різних співвідношень для точкового оцінювання показників безвідмовності "імовірність безвідмовної роботи" та "імовірність безвідмовного увімкнення" складних технічних систем що експлуатуються за технічним станом при біноміальному плані випробувань та різних методах точкового оцінювання.

Ключові слова: *"імовірність безвідмовного увімкнення","імовірність безвідмовної роботи", радіоелектронні засоби, експлуатація за технічним станом, метод оцінювання.*

Вступ

Постановка проблеми. Багато складних технічних систем (СТС), такі як зенітні ракетні комплекси (ЗРК), радіолокаційні комплекси (РЛК) тощо, за режимами застосування (функціонування) відносяться до виробів багаторазового циклічного застосування (БРЦЗ) з попереднім випадковим або детермінованим періодом очікування застосування за призначенням [1]. При цьому застосуванню СТС за призначенням й вимиканню після застосування передує проведення контролю функціонування, за результатами якого приймається рішення про працездатність СТС і можливість (доцільність) її подальшого застосування за призначенням.

Перехід СТС із вимкненого стану в увімкнений й навпаки супроводжується електричними й тепловими перехідними процесами й характеризується більш високою ймовірністю виникнення відмов у порівнянні з імовірністю виникнення відмов при тривалому безперервному знаходженні СТС в увімкненому стані.

Безвідмовність СТС БРЦЗ при увімкненні може бути кількісно оцінена показником "імовірність безвідмовного увімкнення" (ІБУ) $P_{ув}$, під якою розуміється ймовірність того, що СТС, що перебувала в вимкненому стані, після увімкнення й контролю функціонування виявиться у працездатному стані, за умови, що при вимиканні СТС перебувала в працездатному стані. Рішення про працездатність СТС після увімкнення й перед вимиканням приймається за результатами її контролю функціонування. При цьому розглядаються увімкнення СТС із «холодного» стану, тобто такі увімкнення, коли після попереднього вимикання пройшло достатньо часу для закінчення перехідних теплових процесів.

Показник безвідмовності $P_{ув}$ СТС БРЦЗ виділяється в якості одного з показників надійності, які оцінюються й контролюються при експлуатації за технічним станом.

Характерною рисою СТС БРЦЗ є мала тривалість виконання завдання, яку можна вважати постійною величиною. Тоді безвідмовність такої СТС доцільно характеризувати показником "імовірністю безвідмовної роботи" (ІБР) за фіксовану тривалість виконання завдання.

СТС, її складові частини, є високонадійними виробами за показниками ІБУ і ІБР. При експлуатації (або переводі на експлуатацію) за технічним станом (ЕТС) необхідно вирішувати завдання оцінювання цих показників [2].

Для оцінки ІБУ можна використовувати відомі методи оцінювання показника надійності (ПН) типу "імовірність", зокрема показник безвідмовності (ПБ) ІБР. При їхньому застосуванні необхідно враховувати специфіку вихідних даних, що отримуються при експлуатаційних спостереженнях і експлуатаційних випробуваннях за показниками ІБУ і ІБР СТС БРЦЗ, що експлуатуються за технічним станом.

Так, точкове оцінювання ПБ високонадійних виробів і їхніх складових частин при невеликих обсягах експлуатаційних спостережень або випробувань викликає певні утруднення.

Критеріями якості точкових оцінок є обґрунтованість (з рос. – "состоятельность"), незміщеність та ефективність. Однак вибір оцінки й методу її визначення найчастіше диктується не тільки її показниками якості, але й наявністю апріорної інформації про функцію розподілу, про значення ПБ, інформації про характер статистичного матеріалу (типу вибірки). Так, при оцінці ІБР виробів за біноміальною схемою випробувань використовується [3] метод максимальної правдоподібності (ММП), відповідно до якого при невеликих обсягах безвідмовних випробувань величина оцінки ІБР дорівнює 1, що викликає до неї певну недовіру. У зв'язку з цим у нормативній документації й науково-технічній літературі застосовують зміщені оцінки ІБР, які зі збільшенням обсягу випробувань сходяться до оцінок максимальної правдоподібності.

Аналіз літератури. При оцінюванні ПН типу "імовірність" можна використовувати різні методи: ММП [3,4], байєсівські та мінімаксні методи [4,5,6,10], метод фідуційних ймовірностей [7, 15, 16], методи лінійного об'єднання оцінок тощо.

При оцінці ПН типу "імовірність" з використанням плану біноміальних випробувань і ММП, точкова оцінка Θ^* показника виробу який знаходиться визначається зі співвідношення

$$\Theta^*_{\text{МП}}(d,n) = \frac{n-d}{n}, \quad (1)$$

де d – число відмов СТС за n випробувань.

ММП не є універсально доброю процедурою [3,4]. Так, відповідно до цього методу при $d = 0$ й $n > 1$ величина оцінки $\Theta^*_{\text{МП}}(0,1) = 1$, що, як правило, не відповідає дійсності.

В "інженерній практиці" часто використовують оцінки, відмінні від оцінок максимальної правдоподібності, які при малих n і d дають прийнятні оцінки Θ*, а зі збільшенням обсягу випробувань прагнуть до оцінок максимальної правдоподібності. Прикладом такої оцінки є оцінка ПН типу "імовірність" [5], отримана з використанням методу Байєсу (МБ):

$$\Theta^*_{\text{МБ}}(d,n) = \frac{n-d+1}{n+2}, \quad 0 \le d \le n. \quad (2)$$

Дисперсію такої оцінки можна знайти за співвідношенням

$$\sigma_{\text{МБ}} = 1/6(n+2).$$

Ця оцінка, як відомо [6], є найкращою в контексті "середньоквадратичного підходу".

Використовуючи формулу (2) при малих d і n отримують задовільні оцінки ПН виробів, однак при більших n оцінка (2) розходиться з оцінкою (1) зокрема

$$\Theta^*_{\text{МБ}}(0,n) \cong \Theta^*_{\text{МП}}(1,n),$$

а

$$\Theta^*_{\text{МБ}}(1,n) \cong \Theta^*_{\text{МП}}(2,n).$$

При цьому, для підтвердження необхідного значення ПН Θ байєсівський метод вимагає більшого обсягу випробувань, ніж ММП [8].

У науково-технічній літературі стосовно до різних методів оцінювання ПН наводяться відповідні розрахункові співвідношення для точкових оцінок ПН типу «імовірність», деякі з них можна використовувати при оцінюванні і контролі показника ІБУ СТС, що експлуатуються за технічним станом. Для проведення аналізу можливостей їхнього використання необхідно мати у своєму розпорядженні дані про точність цих оцінок, мірою якої служать їхні дисперсії.

На цей час не проведений системний аналіз методів точкового оцінювання показників ІБУ і ІБР при біноміальному плані випробувань, які дозволяли б отримувати оцінки точності цих показників при будь-яких співвідношеннях d і n, особливо для їхніх малих величин, що характерно для СТС, що експлуатуються за технічним станом [2].

У зв'язку з цим виникає потреба в аналізі й систематизації відомих співвідношень для точкових оцінок ПБ ІБР, ІБУ і відповідних дисперсій цих оцінок, одержанні нових співвідношень, що враховують специфіку вихідних даних при ЕТС, і розробки рекомендацій з їхнього використання для оцінювання й контролю ПБ ІБУ і ІБР СТС БРЦЗ, що експлуатуються за технічним станом. Нижче здійснюється аналіз і систематизація відомих співвідношень з оцінювання показників ІБУ і ІБР. Питання розробки рекомендацій з їхнього використання будуть викладені в іншій статті.

Мета статті: систематизований виклад відомих у нормативних документах і науково-технічній літературі співвідношень з оцінювання показників ІБУ і ІБР СТС БРЦЗ, що експлуатуються за технічним станом.

Основна частина

У всіх розглянутих нижче методах оцінювання ІБУ і ІБР використовується біноміальний план випробувань. Для біноміальних випробувань СТС на безвідмовність за показниками «ІБУ» і «ІБР» характерно наступне: випробування (цикли увімкнень або безвідмовної роботи) в імовірнісному сенсі незалежні; тривалість випробувань при кожному циклі увімкнень (безвідмовної роботи) однакова; результати випробувань фіксуються у вигляді «успіх-відмова»; параметром, значення якого підлягає оціні, є ІБУ (або ІБР) Θ; $0 < \Theta \le 1$.

Результат біноміальних випробувань може бути представлений за допомогою вибірки $X_n = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$, де n – число випробувань, x_i – випадкова величина (в.в.), $x_i = 0$, якщо при i-му увімкненні СТС відмовила, $x_i = 1$ у протилежному випадку, $i = \overline{1,n}$. Завдання полягає в тому, щоб з урахуванням інформації, що міститься у вибірці X_n, визначити таку статистику $\delta = \delta(X_n)$, що з певним наближенням можна використовувати замість Θ.

Даними, які можна використовувати при оцінці ІБУ (ІБР) у відсутності апріорної інформації, є план випробувань, результати випробувань і функція втрат $L(\Theta,\delta)$. План випробувань заданий. Тому відповідні допущення можуть бути віднесені до результатів випробувань, тобто до вибірки X_n, і до функції $L(\Theta,\delta)$, що визначає втрати від заміни фактичного значення показника Θ його оцінкою $\delta=\delta(X_n)$, тобто визначальна оптимальність обраної оцінки δ. В інженерній практиці оцінювання звичайно використовується середнє, оптимальне при $L(\Theta,\delta)\approx(\Theta-\delta)^2$.

Нижче на доповнення до розглянутих вище методів оцінювання (ММП, МБ) показника безвідмовності типу "імовірність", проводиться аналіз їхніх точкових оцінок, отриманих інтерполяційним методом, методом фідуційних ймовірностей, статистичної невизначеності, методом лінійного об'єднання оцінок тощо. Аналізуються припущення, прийняті при використанні байєсівських методів, розробляються рекомендації із прийняття припущень при оцінюванні показника ІБУ у випадку безвідмовних біноміальних випробувань, наводяться розрахункові співвідношення для точкової оцінки ІБУ і її дисперсії, які задовольняють припущенням, що рекомендуються.

Позначимо n_d – подію, для якої $\sum_{i=1}^{n} x_i = d$, $d=\overline{0,n}$. Тому що в.в. x_i характеризується розподілом Бернуллі з параметром Θ, тобто $p(x_i=\eta)=\Theta^{1-\eta}(1-\Theta)^{\eta}$, $\eta=0,1$, то імовірність появи події n_d характеризується біноміальним розподілом

$$p(n_d)=B(n,d,\Theta)=C_n^d\Theta^{n-d}(1-\Theta)^d. \qquad (3)$$

Ця імовірність $p(n_d)=p$ є невідомою величиною. Очевидно, що при будь-якому значенні параметра Θ, ($0<\Theta\le 1$), $p\le R_d$, де $R_d=\max B(n,d,\Theta)=C_n^d a^{n-d}(1-a)^d$, $a=(n-d)/n$.

Якщо припустити, що апріорна щільність $h(p)$ розподілу імовірності p відома, то апостеріорна щільність розподілу імовірності p визначаються наступним чином [9]

$$g(p|n_d)=ph(p)\Big/\int_0^{R_d} ph(p)dp. \qquad (4)$$

З (4) оцінку ПН ІБУ або ІБР можна одержати [3,4] у вигляді апостеріорного середнього, оптимального при $L(\Theta,\delta)\approx(\Theta-\delta)^2$, апостеріорної медіани, оптимальної при $L(\Theta,\delta)=|\Theta-\delta|$ тощо. За допомогою цих оцінок можна оцінювати ІБУ, ІБР.

При відсутності апріорної інформації можна, відповідно до вимог [17] до апріорної інформації, прийняти, що щільність $h(p)$ є рівномірною, тобто $h(p)=h^*(p)$, де $h^*(p)=R_d^{-1}$, $p\le R_d$.

З урахуванням (4) апостеріорне середнє знаходиться за формулою

$$\Theta^*=\int_0^{R_d}\Theta(p)g(p|n_d)dp, \qquad (5)$$

де $\Theta(p)$ – значення параметра Θ, обумовлене як деяка функція від випадкового аргументу p із щільністю розподілу імовірності (4). Співвідношення (3) можна розглядати як рівняння щодо невідомого Θ, котре при $d=0$ й $d=n$ має одне рішення відповідно $\Theta_{0,0}(p)$ й $\Theta_{n,1}(p)$, $p\le 1$, а при $0<d<n$ – два: $\Theta_{d,0}(p)$ і $\Theta_{d,1}(p)$, $p\le R_d$, при цьому $\Theta_{d,0}(p)\in[0,a]$, а $\Theta_{d,1}(p)\in[a,1]$.

В [9] показано, що функцію $\Theta(p)$ в співвідношенні (5) можна визначити як середнє арифметичне рішень рівняння (3), тобто

$$\Theta(p)=\frac{1}{k_d}\sum_{i=0}^{1}\Theta_{d,i}(p), \qquad (6)$$

де $k_d=2$, коли $0<d<n$, $k_d=1$ у протилежному випадку.

У результаті виконання відповідних перетворень в [9] отримані наступні співвідношення для апостеріорного середнього

$$\Theta_{IM}^*=(n-d)/n- -\frac{2}{k_d R_d^2}\left[\int_0^a B^2(n,d,\Theta)d\Theta-\frac{1}{2}\int_0^1 B^2(n,d,\Theta)d\Theta\right] \qquad (7)$$

і апостеріорної дисперсії оцінки

$$\sigma_{IM}^2=\int_0^{R_d}\sum_{i=0}^{1}\left(\Theta_{d,i}(p)-\delta\right)^2 g(p|n_d)dp. \qquad (8)$$

Співвідношення (3) – (8) визначають запропонований в [9] інтерполяційний метод (ІМ) оцінювання. З (4) – (8) слідує, що параметр $\Theta=\Theta(p)$ визначений як деяка функція від аргументу $p=p(n_d)$ – імовірності того, що при n випробуваннях відбулося d відмов. При цьому, на відміну від традиційного підходу, апріорна інформація дається у вигляді апріорного розподілу аргументу p, а не параметра Θ. Такий підхід до оцінювання Θ еквівалентний операції оцінювання властивостей елемента, виходячи із властивостей системи, що складається з однакових елементів, що дозволяє назвати її як інтерполяційну.

У результаті застосування ІМ в [9] отримане наступне співвідношення для оцінки (7):

$$\Theta_{IM}^*=\begin{cases}2n/(2n+1) \text{ при } d=0,\\ \dfrac{n-d}{n}-0,6527\dfrac{n-2}{n(2n+1)} \text{ при } 0<d<n\\ 1/(2n+1) \text{ при } d=n.\end{cases} \qquad (9)$$

Співвідношення для дисперсії цієї оцінки мають вигляд

$$\sigma^2_{IM} = \begin{cases} n\Big/\left[(n+1)(2n+1)^2\right] & \text{при} \quad d=0 \ \text{и}\ d=n, \\ 1\big/\left[4(n+1)\right] & \text{при} \quad d=n/2 \ \text{и}\ n-\text{парним}. \end{cases} \quad (10)$$

При інших значеннях d дисперсію оцінки Θ^* можна розрахувати за наближеним співвідношенням

$$\sigma^2_{IM} \cong \frac{(d+1)(n-d+1)}{(n+3)(n+2)^2}. \quad (11)$$

В [7] запропоновано для оцінювання показника ІБР високонадійної системи використовувати метод фідуційних ймовірностей (МФЙ). При цьому отримані наступні співвідношення для випадку безвідмовних випробувань для точкової оцінки ІБР

$$\Theta^*_{ФМ}(0,n) = \frac{n}{n+1}, \quad (12)$$

і для дисперсії цієї оцінки

$$\sigma^2_{ФМ}(\Theta^*) = \frac{n}{(n+1)^2(n+2)}. \quad (13)$$

Виходячи з того, що при безвідмовних випробуваннях одержують "неповні реалізації" випробувань СТС, то оцінки максимальної правдоподібності й оцінки фідуційних імовірностей можна вважати межами інтервалів точкових оцінок ІБР, що відповідають результатам цих випробувань, тобто

$$n\big/(n+1) \le \Theta^* \le 1.$$

При відсутності апріорної або додаткової інформації про надійність СТС в [7] пропонується застосовувати одну з оцінок ММП ($\Theta^*=1$) або МФЙ ($\Theta^* = n\big/(n+1)$), або їхню лінійну комбінацію в припущенні однакової імовірності цих граничних оцінок.

Тоді для випадку лінійної комбінації цих оцінок одержимо такі співвідношення:

$$\Theta^*_{лк} = \frac{2n+1}{2n+2}, \quad (14)$$

$$\sigma^2_{лк} = \frac{n}{4(n+1)^2(n+2)}. \quad (15)$$

В [8] як точкова оцінка параметра Θ^* вибирається медіана апостеріорного розподілу, який знаходиться за методом Байєса, причому апріорний розподіл параметра Θ пропонується визначати за умови максимальної невизначеності наших знань про дійсні значення параметра Θ. В [8] цей метод названий методом статистичної невизначеності (МСН). Співвідношення для оцінки Θ і її дисперсії мають вигляд

$$\Theta^*_{МН} = (0,5)^{1/(2n+1)} - \left[2\cdot(0,5)^{1/(2n+1)} - 1\right]\frac{d}{n}, \quad (16)$$

$$\sigma^2_{МН} = \frac{1}{3}\left[1 - 0,5^{1/(n+1)}\right]^2 + \frac{1}{6n}\left(2\cdot 0,5^{1/(n+1)} - 1\right)^2. \quad (17)$$

За результатами досліджень МСН пропонується використовувати для підтвердження необхідного рівня безвідмовності, як більш точного в порівнянні з методом Байєса й того, що потребує меншого обсягу контрольних випробувань.

Для порівняння наведемо відповідні співвідношення, отримані мінімаксним методом (ММ) для випадку безвідмовних випробувань [3]:

$$\Theta^*_{ММ} = \frac{1 + 1\big/(2\sqrt{n})}{1 + 1\big/\sqrt{n}}, \quad (18)$$

$$\sigma^2_{ММ} = \frac{1}{4n(1 + 1\big/\sqrt{n})^2}. \quad (19)$$

З аналізу нормативних документів та науково-технічної літератури [10, 14, 17, 18] слідує, що при оцінюванні невідомого ПН типу «імовірність» байєсівськими методами часто приймають, що цей показник, а отже, і його точкова оцінка перебувають в інтервалі [0,1]. Проведемо аналіз цього припущення. Якщо відомо, що при n випробуваннях відбудеться одна відмова, то найгіршим, з погляду безвідмовності, буде випадок, коли всі інші випробування генеральної сукупності N виробів – неуспішні, тобто $\Theta_{min} = (n-1)/N$, а найкращим – якщо відмов більше не буде, тобто $\Theta_{max} = (N-1)/N$. Якщо $n \ll N$, то $\Theta_{min} = \Theta_н \cong 0$ й $\Theta_{max} = \Theta_в \cong 1$, отже припущення $\Theta^* \in [0,1]$ для випадку $d \ge 1$ й $n \ll N$ правильне.

Якщо всі n випробувань успішні, то найгіршим буде випадок, коли наступне $(n+1)$-ше випробування буде неуспішне, тобто $\Theta_{min} = n/(n+1)$, а найкращим – коли всі випробування генеральної сукупності – успішні, тоді $\Theta_{max} = N/N = 1$. Якщо ці співвідношення прийняти як межі інтервалу для Θ^*, то, починаючи з $n=1$, одержуємо $\Theta_{min} = 0,5$. Далі зі збільшенням n величина Θ_{min} зміщується убік більше високих значень. Отже, припущення для випадку $d=0$ невірне, що, як правило, призводить до помилок при оцінюванні ІБУ (ІБР) і її дисперсії.

З викладеного слідує, що при оцінюванні величини ІБУ (ІБР) і оцінки її середньоквадратичного відхилення (с.к.в.) при безвідмовних випробуваннях необхідно виходити з припущення: невідома ймовірність Θ і її точкова оцінка Θ^* повинні належати інтервалу $[\Theta_н, 1]$. Інше припущення, яке доцільно прийняти для визначення точкової оцінки ІБУ (ІБР), слідує із практики випробувань на надійність. Його можна сформулювати в наступному вигляді [18].

Щільність розподілу оцінки Θ^* в інтервалі $[\Theta_н, 1]$ має граничні значення

$$f(\Theta^*) = 0 \text{ при } \Theta^* < \Theta_н \quad \text{і} \quad f(\Theta^*) = f_{max} \text{ при } \Theta^* = 1 \quad (20)$$

і, отже, має негативну асиметрію.

Дійсно, якщо $d \ge 1$, то в якості незміщеної й ефективної оцінки ПБ використовують м. сп. біноміального розподілу [12]. Співвідношення для асиметрії біноміального розподілу має вигляд [13]:

$$S_K = (1-2P)\Big/\sqrt{nPq}\,, \qquad (21)$$

де P – ІБУ (ІБР), $q = 1 - P$.

З (21) видно, що асиметрія позитивна при $P < 0,5$, дорівнює 0 при $P = 0,5$, і негативна при $P > 0,5$.

При $d = 0$ біноміальний розподіл небажано використовувати для оцінки ІБУ (ІБР), тому що математичне сподівання (м.сп.) оцінки вироджується в 1. Однак не викликає сумніву, що, якщо відсутні відмови то, при збільшенні n, найбільше ймовірно що P дуже близько до 1, а значить $f(\Theta^*) \cong f_{max}$ і, отже, практично неможливо, щоб його оцінка Θ^* була менше або дорівнює $\Theta_н$, тобто $f(\Theta^*) = 0$ при $\Theta^* \le \Theta_н$. У силу цього "довгий хвіст" обраного розподілу повинен бути ліворуч від м.сп. Але, як відомо [12], у цьому випадку третій центральний момент μ_3, і, отже, і асиметрія $S_K = \mu_3 / \sigma^3$ будуть негативними.

Оцінка, яка вибирається, що задовольняє першому й другому припущенню, не повинна перевищувати невідому ІБУ (ІБР), а якщо й перевищує, то на меншу величину, ніж будь-яка інша оцінка, що задовольняє зазначеним вище обмеженням.

Доцільність одержання оцінки, що не завищує величину невідомої ІБУ (ІБР), випливає з вимог до оцінювання ПН при ЕТС [2], а також вимог до розробки високовідповідальних СТС, пов'язаних з тим, що усунення причин відмов на стадії експлуатації набагато дорожче й складніше, ніж на етапі відпрацювання й випробувань дослідного зразка [18].

При виборі оцінки для $\Theta_н$ можна виходити з того, що $\Theta_н$ є в.в., що належить інтервалу $[0,\ 1]$, і є попередньою інформацією про невідому ІБУ (ІБР). В [14] відзначене, що бета-розподіл з параметрами

$$a = n - d + 1, \qquad b = d + 1\,, \qquad (22)$$

який описує в.в. в інтервалі $[0,\ 1]$ є зручним для надання попередньої інформації про ІБР і, отже, про ІБУ.

Тому, у якості оцінки ІБУ (ІБР) можна вибрати одну з його характеристик – положення центру групування. При цьому необхідно мати на увазі, що одержання найменшої оцінки ІБУ (ІБР) із числа можливих здійсненно тільки у випадку, коли оцінка $\Theta_н^*$ задовольняє аналогічній вимозі.

Цим вимогам задовольняє м.сп. в.в., що має бета-розподіл. Співвідношення для м.сп. такої в.в. через параметри (22) при $d = 0$ має вигляд

$$M[\Theta] = \bar{\Theta}_н = \frac{a}{a+b} = \frac{n+1}{n+2}\,. \qquad (23)$$

Бета-розподіл при $a > 1$ асиметричний, при цьому асиметрія негативна. Згідно [12] у випадку негативної асиметрії для м.сп., медіани $M_e[X]$ й моди $M_o[X]$ в.в. X виконується нерівність

$$M[X] < M_e[X] < M_o[X]\,. \qquad (24)$$

Тоді м.сп. є найменшою із числових характеристик центру групування бета-розподілу з параметрами (23). Далі будемо використовувати м.сп. як оцінку нижньої межі шуканої ІБУ (ІБР) [18]. Із всіх можливих типів розподілів [13] першим двом припущенням задовольняє тільки бета-розподіл при $a > b$ й рівномірний розподіл із щільністю

$$f(\Theta^*) = \begin{cases} C(\Theta^* - \bar{\Theta}_н) \ \text{при} \quad \Theta^* > \bar{\Theta}_н, \\ 0 \ \text{при} \quad \Theta^* < \bar{\Theta}_н, \end{cases} \qquad (25)$$

де C – коефіцієнт, що розраховується з умови нормування щільності розподілу (25). Тоді $C = 2\big/(1-\bar{\Theta}_н)^2$ і співвідношення (25) має вигляд

$$f(\Theta^*) = \begin{cases} \dfrac{2}{(1-\bar{\Theta}_н)^2}(\Theta^* - \Theta_н^*) \ \text{при} \quad \Theta^* > \bar{\Theta}_н, \\ 0 \ \text{при} \quad \Theta^* < \bar{\Theta}_н. \end{cases} \qquad (26)$$

Тому що розподіл (26) асиметричний, то для його числових характеристик справедливе співвідношення (24). Тому у якості оцінки ІБУ (ІБР), що задовольняє першим двом припущенням, вибираємо м.сп. одного із цих розподілів, а з урахуванням 3-го припущення – розподіл з меншим м.сп.

Можна показати [18], що при $n \ge 1$ м.сп. в.в. із щільністю (26) менше, ніж м.сп. в.в. із щільністю бета-розподілу й параметрами (22).

Тоді у якості оцінки ІБУ (ІБР), що задовольняє трьом обмеженням, приймаємо м.сп. в.в. з розподілом (26) у вигляді

$$\Theta_{МБ1}^* = \int_{\bar{\Theta}_н}^{1} \frac{2}{(1-\bar{\Theta}_н)^2}(\Theta^* - \bar{\Theta}_н)\Theta^* d\Theta^* = \frac{2+\bar{\Theta}_н}{3}\,, \qquad (27)$$

яку назвемо модифікованої байєсівською оцінкою.

З урахуванням (23) співвідношення (27) приймає вигляд

$$\Theta_{МБ1}^* = \frac{3n+5}{3n+6}\,, \qquad (28)$$

а вираз для дисперсії цієї оцінки має вигляд

$$\sigma_{МБ1}^2 = \frac{1}{18(n+2)^2}\,. \qquad (29)$$

Співвідношення (28), (29) доцільно використовувати при безвідмовних біноміальних випробуваннях.

Висновки

В якості показників безвідмовності СТС БРЦЗ доцільно використовувати показники ІБУ і ІБР за фіксовану тривалість виконання завдання.

Систематизовано основні методи точкового оцінювання показників ІБУ і ІБР СТС БРЦЗ, що враховують специфіку вихідних даних, які одержані при експлуатаційних спостереженнях і випробуваннях СТС, що експлуатуються за технічним станом.

В основу систематизації розглянутих методів точкового оцінювання покладені співвідношення для розрахунку точкових оцінок ІБУ (ІБР) і їхніх дисперсій для випадків малої кількості циклів увімкнень (виконаних завдань) і різного обсягу апріорної інформації про величину показника що оцінюється та інших особливостей об'єктів ЕТС.

Наведені співвідношення доцільно використовувати при оцінюванні показників безвідмовності СТС БРЦЗ за результатами експлуатаційних спостережень при їх ЕТС; при плануванні визначальних випробувань, виконаних на етапі проведення контролю граничного стану СТС, що експлуатуються за технічним станом з наступним оцінюванням (контролем) показників безвідмовності з використанням результатів випробувань.

Список литературы

1. ГОСТ 27.003-90. Надежность в технике. Состав и общие правила задания требований по надежности. – М.: Издательство стандартов, 1991. – 18 с.

2. Ланецкий Б.Н. Комплексное оценивание показателей безотказности и остаточной долговечности сложных технических систем, эксплуатируемых по техническому состоянию. Основные положения / Б.Н. Ланецкий, В.В. Лукьянчук, А.А. Артеменко // Наука і техніка Повітряних Сил Збройних Сил України. –2014. – № 1. – С. 34-38.

3. Закс Ш. Теория статистических выводов / Ш. Закс. – М.: Мир, 1975. – 776 с.

4. Леман Э. Теория точечного оценивания / Э. Леман. – М.: Наука, 1991. – 448 с.

5. Капур К. Надежность и проектирование систем / К. Капур, Л. Ламберсон. – М.: Мир, 1980. – 603 с.

6. Боровков Н. Математическая статистика / Н. Боровков. – М.: – Наука, 1984. – 472с.

7. Ишутин А.Ф. Точечное оценивание надежности высоконадежных систем / А.Ф. Ишутин // Надежность и контроль качества. – 1988. – № 7. – С. 47-51.

8. Титенко И.М. Об одном методе точечной оценки надежности изделий при биномиальном плане испытаний. Надежность и контроль качества / И.М. Титенко. – 1990. – №5. – С.3-8.

9. Титенко И.М. Интерполяционное байесовское оценивание надежности. Биномиальные испытания. Автоматика и телемеханика / И.М. Титенко. – 1993. – № 8. – С. 178-186.

10. Савчук В.П. Байесовские методы статистического оценивания: Надежность технических объектов / В.П. Савчук. – М.: Наука, 1989. – 328 с.

11. Кендалл М. Статистические выводы и связи / М. Кендалл, А. Стьюарт. – М.: Наука, 1989. – 900 с.

12. Дунин-Барковский И.В., Смирнов Н.В. Теория вероятностей и математическая статистика в технике (общая часть) / И.В. Дунин-Барковский, Н.В.Смирнов. – М.: Гостехиздат, 1965. – 556 с.

13. Справочник по теории вероятностей и математической статистике / В.С. Королюк, Н.И. Портенко, А.В. Скороход и др. – М.: Наука, 1985. – 422 с.

14. Червоный А.А. Надежность сложных систем / А.А. Червоный, В.И. Лукьященко, Л.В.Котин. – М.: Машиностроение, 1976. – 288 с.

15. Надежность технических систем / Ю.К.Беляев, В.А. Богатырев, Б.В. Болотин и др. / Под ред. И.А. Ушакова. – М.: Радио и связь, 1985. – 608 с.

16. Вопросы математической теории надежности / Е.Ю. Барзилович, Ю.К. Беляев, В.А. Каштанов и др. / Под ред. Б.В. Гнеденко. – М.: Радио и связь, 1983. – 376 с.

17. Jeffreys H. Theory of probability / H. Jeffreys. – Oxford: Clarendon, 1966. – 428 p.

18. Калинин Л.А. Об оценке надежности сложных систем по альтернативной информации при безотказных испытаниях / Л.А. Калинин // Прочность и долговечность элементов конструкций : сб. научн. тр. – К.: Наук. думка, 1983. – С. 90-96.

Надійшла до редколегії 4.01.2016

Рецензент: д-р техн. наук проф. Б.О. Демідов, Харківський університет Повітряних Сил ім. І. Кожедуба, Харків.

ТОЧЕЧНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ БЕЗОТКАЗНОСТИ СЛОЖНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ МНОГОКРАТНОГО ЦИКЛИЧЕСКОГО ПРИМЕНЕНИЯ, ЭКСПЛУАТИРУЕМЫХ ПО ТЕХНИЧЕСКОМУ СОСТОЯНИЮ. ОСНОВНЫЕ РАСЧЕТНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Б.Н. Ланецкий, В.В. Лукьянчук, А.А. Артеменко

В статье приводится систематизированное изложение различных соотношений для точечного оценивания показателей безотказности "вероятность безотказного включения" и "вероятность безотказной работы" сложных технических систем, эксплуатируемых по техническому состоянию, при биномиальном плане испытаний и различных методах точечного оценивания.

***Ключевые слова**: "вероятность безотказного включения", "вероятность безотказной работы", радиоэлектронные средства, эксплуатация по техническому состоянию, метод оценивания.*

POINT EVALUATION OF RELIABILITY INDEXES OF MULTIPLE CYCLIC EXPLOITED COMPLEX TECHNICAL SYSTEMS THAT ARE USE ON TECHNICAL STATE. BASIC CALCULATING PROPORTIONS

B.M. Lanetskiy, V.V. Lukjanchuk, A.A. Artemenko

The article presents the systematized exposition of different ratios for estimation of reliability indicators "survival function" and "probability of reliabil operation" complex technical systems that are use by the technical state in terms of binomial tests and different methods of point-estimating.

***Keywords**: "survival function", "probability of reliabil operation", electronic warfare, exploitation by the technical state, method of estimation.*