

УДК 621

Д-р техн. наук А. Ш. Асатурян, д-р техн. наук В. Е. Ольшанецкий, А. А. Мязин

Национальный технический университет, г. Запорожье

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЛУБИНЫ ЗАЛЕГАНИЯ ПЛАСТИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ УДАРНОМ ВОЗДЕЙСТВИИ АБСОЛЮТНО ТВЕРДЫХ ЧАСТИЦ

Рассматривается глубина залегания пластических деформаций металлических материалов, возникающих в тонком поверхностном слое деформируемого твердого тела с произвольной поверхностью в результате контактного взаимодействия с абсолютно твердыми частицами малой массы конечной геометрии с достаточно высокой плотностью количества частиц на единицу поверхности тела.

Ключевые слова: деформация, остаточное напряжение, удар.

Введение

В данной работе рассматривается контактное взаимодействие деформируемого твердого тела (в дальнейшем просто тела) с произвольной поверхностью и абсолютно твердых сферических частиц малой массы (с достаточно высокой плотностью количества частиц на единицу поверхности тела). Скорость частиц при ударе была такова, что возникающие в области контакта ударные волны вызывали лишь довольно слабую деформацию поверхностного слоя тела. Вместе с тем, размеры области контакта были достаточно малы, так что напряжение в этой зоне быстро убывает с увеличением расстояния от области контакта. Поэтому зона, представляющая практический интерес, находится в тонком поверхностном слое тела.

Так как размеры поверхности тела достаточно велики по сравнению с площадью области контакта, то напряжения в этой зоне слабо зависят от конфигурации поверхности тела вдали от области контакта, а также от точного способа закрепления тела. Напряжения с достаточно хорошей степенью приближения можно вычислить, рассматривая тело как бесконечную упругую среду, ограниченную плоской поверхностью. Эта идеализация, в которой тело с поверхностью произвольного профиля интерпретируется как тело, ограниченное лишь плоской поверхностью, часто используется в контактных задачах теории упругости. Она упрощает граничные условия и обеспечивает возможность использовать хорошо разработанный, применительно к задачам для упругого полупространства, аппарат теории упругости.

Мы полагаем, что в виду хаотического ударного воздействия в течении длительного времени большого числа частиц на исследуемое тело, вся поверхность последнего равномерно покрывается областями контактного взаимодействия с ударяющими частицами и напряженно-деформируемое состояние формируется одинаково во всех точках локальных контактов. Причем,

здесь рассматриваются только волны давления, пренебрегая волнами искажения в силу интерференционных эффектов.

Напряжение в тонком поверхностном слое деформируемого твердого тела

Мгновенно, вслед за ударом частицы, самый близкий к поверхности тела элемент массы $\rho \cdot S dx$ приобретает скорость V_1 (ρ – плотность изучаемого тела, S – площадь области контакта, V_1 – скорость частицы в момент удара). Далее от зоны контакта вглубь тела распространяется импульс давления со скоростью V_s

$$\rho \cdot S dx \cdot V_1,$$

фронт волны которого за время dt пройдет расстояние

$$dx = V_s \cdot dt.$$

С другой стороны, от зоны контакта вглубь тела со скоростью V_s распространяется напряжение σ , отнесенное к площади контакта

$$\sigma \cdot S dt.$$

Тогда закон сохранения количества движения для элемента массы тела имеет вид

$$\sigma \cdot S dt = \rho \cdot S dx \cdot V$$

или

$$\sigma \cdot S dt = \rho \cdot V_s \cdot V_1 \cdot S dt.$$

Теперь можно получить уравнение, определяющее связь напряжения, физических свойств материала деформированного твердого тела и скорости удара системы абсолютно твердых частиц малой массы

$$\sigma = \rho \cdot V_s \cdot V_1. \quad (1)$$

Следовательно, в наших условиях напряжения, возникающие в поверхностном слое тела, пропорциональ-

ны скорости удара частиц, физическим свойствам материала тела (скорости распространения импульса давления) и не зависят от массы ударяющих частиц. Соотношение (1) можно использовать для определения скорости удара частиц V_1 , при известном поверхностном напряжении σ_0 :

$$V_1 = \frac{\sigma_0}{\rho \cdot V_s}.$$

После несложных преобразований уравнения (1),

учитывая, что $V_s = \sqrt{\frac{2(1-\nu)G}{1-2\nu\rho}}$, где ν – коэффициент Пуассона, можно получить:

$$\sigma = G \cdot \frac{\rho \cdot V_1 \cdot V_s}{G} = G \cdot \frac{2(1-\nu)}{1-2\nu} \cdot \frac{V_1}{V_s}.$$

Полагая $\alpha = \frac{2(1-\nu)}{1-2\nu} \cdot \frac{V_1}{V_s}$, получаем уравнение возникающих напряжений в поверхностном слое исследуемого тела вида

$$\sigma = \alpha \cdot G. \quad (2)$$

Уравнение движения волны пластической деформации в твердом деформируемом теле при ударе

При ударных нагрузках, вызывающих неупругие деформации твердого тела, за упругой волной сжатия, движущейся со скоростью V_s , следует более медленная пластическая волна [1, 2], глубину проникновения которой в глубь тела обозначим через h .

Так как скорость нагружения при ударе достаточно высокая, т. е. динамические эффекты могут быть существенными, необходимо учитывать инерционные силы материальных элементов проходящих через деформированную область [1–3]. Силы инерции материальных элементов можно записать как

$$\rho \cdot \frac{d^2 h}{dt^2}, \quad (3)$$

где ρ – плотность тела.

Силы сопротивления пластической деформации F материальных элементов тела, отнесенных к объему поверхностного слоя последнего, представим как

$$\frac{F \cdot \left(\frac{h}{\delta}\right)^2}{h \cdot S} \quad \text{или} \quad \frac{F/S}{\delta^2} \cdot h,$$

где δ – толщина тела. Так как отношение $\frac{F}{S} = \sigma$, то силы сопротивления пластической деформации можно записать как

$$\frac{\sigma}{\delta^2} \cdot h.$$

Учитывая уравнение (2), получаем

$$\frac{G \cdot \alpha}{\delta^2} \cdot h. \quad (4)$$

Среднее за период значение потока энергии внешнего воздействия, обусловленное хаотическим ударным воздействием твердых частиц, пропорционально массе частицы $\rho_1 \cdot r^3$ и квадрату их средней скорости удара по поверхности тела, отнесенных к поверхности воздействия частиц (здесь ρ_1 – плотность материала частиц, а r – средний радиус частицы). Причем, число колебаний поверхности рассматриваемого тела при воздействии потока внешнего воздействия в течении промежутка времени полагаем равным $\frac{V_1}{r} t$. Тогда можно получить математическое выражение потока энергии внешнего воздействия в виде:

$$\rho_1 \cdot r \cdot \left(\frac{V_1}{r}\right)^2 \cdot \frac{V_1}{r} t. \quad (5)$$

Исходя из выше изложенного, т. е. выражений (3), (4) и (5), получаем приближенное дифференциальное уравнение движения волны пластической деформации в поверхностном слое деформируемого твердого тела при ударе

$$\rho \frac{d^2(h)}{dt^2} + \frac{G \cdot \alpha}{\delta^2} h = K \cdot r \cdot \rho_1 \cdot \left(\frac{V_1}{r}\right)^3 \cdot t \quad (6)$$

с начальными условиями при $t = 0$: $h(0) = 0$, $h'(0) = 0$, (K – коэффициент пропорциональности).

Проведя несложные преобразования, получаем уравнение движения волны пластической деформации в теле при ударе в безразмерном виде

$$\frac{d^2\left(\frac{h}{r}\right)}{dt^2} + \frac{G \cdot \alpha}{\rho \cdot \delta^2} \cdot \frac{h}{r} = K \cdot \frac{\rho_1}{\rho} \cdot \left(\frac{V_1}{r}\right)^3 \cdot t. \quad (7)$$

Если положить, что

$$z = \frac{h}{r}, \quad \omega = \frac{\sqrt{G \cdot \alpha / \rho}}{\delta}, \quad \omega_1 = \frac{V_1}{r}, \quad A = K \cdot \frac{\rho_1}{\rho} \cdot \omega_1^3,$$

то дифференциальное уравнение (7) движения пластической волны по телу принимает вид:

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + \omega^2 \cdot z = A \cdot t$$

с начальными условиями при $t = 0$: $z(0) = 0$, $z'(0) = 0$.

Решая полученное дифференциальное уравнение операционным методом, находим

$$z(t) = K \cdot \frac{\rho_1}{\rho} \cdot \frac{\omega_1^3}{\omega^2} \left(t - \frac{\sin(\omega t)}{\omega} \right)$$

или

$$\frac{h}{r} = K \cdot \frac{\rho_1}{\rho} \cdot \frac{\omega_1^3}{\omega^2} \left(t - \frac{\sin(\omega t)}{\omega} \right). \quad (8)$$

Из уравнения (8) следует, что отношение глубины залегания остаточных напряжений к размеру ударяющей частицы прямо пропорционально величине энергии ударяющей частицы $\rho_1 \cdot \omega_1^2$, скорости частиц, бомбардирующих тело, V_1 и обратно пропорционально величине энергии продольной волны в исследуемом теле $\rho \cdot \omega^2$.

Дифференцируя уравнение (8) по t и приравнявая полученный результат нулю, получаем время движения волны пластической деформации

$$t = \frac{2\pi}{\omega}$$

и значение максимальной глубины пластической области h_{\max}

$$h_{\max} = 2\pi r \cdot K \cdot \frac{\rho_1}{\rho} \cdot \frac{\omega_1^3}{\omega^3}. \quad (9)$$

Для определения неизвестного коэффициента пропорциональности K в уравнении (9), можно использовать экспериментальные данные, приведенные в работе [4], а значение скорости удара частиц можно определить, исходя из соображений изложенных в работе [5].

Для примера рассмотрим результаты опытов, проведенных авторами работы [4] (стр. 126–128, рис. 1.68–1.71) После несложных вычислений получим приближенное значение коэффициента пропорциональности: $K = 7,74$. Тогда, уравнение (8) переписывается как

$$\frac{h}{r} = 7,74 \cdot \frac{\rho_1}{\rho} \cdot \frac{\omega_1^3}{\omega^2} \cdot \omega_1 \left(t - \frac{\sin(\omega t)}{\omega} \right), \quad (10)$$

а уравнение (9), принимает вид

$$h_{\max} = 15,48\pi r \cdot \frac{\rho_1}{\rho} \cdot \frac{\omega_1^3}{\omega^3}. \quad (11)$$

На рис. 1 графически представлено зависимость безразмерного отношения максимальной глубины пластической деформации к радиусу бомбардирующих частиц $\frac{h_{\max}}{r}$ и отношения частот $\frac{\omega_1}{\omega}$. Сплошная линия отражает полученное уравнение (11), а точками обозначены экспериментальные данные, полученные из результатов опытов, представленных в работе [4].

Как следует из рис. 1, экспериментальные значения $\frac{h_{\max}}{r}$ для титановых материалов ВТ8 и ВТ3-1 в общем удовлетворяют тенденции изменения этой характеристики с увеличением отношения частот $\frac{\omega_1}{\omega}$. Вышеуказанные титановые материалы отличаются химическим составом; причем, титан марки ВТ3-1 является более легированным и, соответственно, имеющий более высокий модуль сдвига G , что снижает глубину залегания активной зоны поля упругих напряжений.

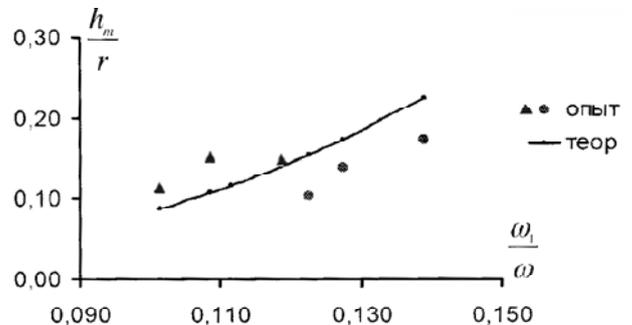


Рис. 1. Зависимость безразмерного отношения максимальной глубины пластической деформации к радиусу бомбардирующих частиц $\frac{h_{\max}}{r}$ и отношения частот $\frac{\omega_1}{\omega}$; ● – ВТ8, ▲ – ВТ3-1

Безусловно, для получения более точного значения коэффициента пропорциональности K , требуется обобщение значительно большего количества опытов, чем приведено в работе [4].

Список литературы

1. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия / Джонсон К. – М. : Мир, 1929. – 510 с.
2. Тимошенко С. П. Теория упругости / С. П. Тимошенко, Гудьер Дж. ; [пер с англ. ; под ред. Г. С. Шапиро]. – М. : Наука, 1979. – 560 с.
3. Саврин М. М. Дробеструйный наклеп / М. М. Саврин. – М. : Машгиз, 1955. – 312 с.
4. Отделочно-упрочняющая обработка деталей ГТД / [Богуслаев В. А., Яценко В. К., Жеманюк П. Д. и др.] – Запорожье : изд. ОАО «Мотор Сич», 2005. – 559 с.
5. Асатурян А. Ш. Об ультразвуковом упрочнении металлических материалов / Асатурян А. Ш., Мязин А. А., Пухальская Г. В // Нові матеріали і технології в металургії та машинобудуванні. – 2009. – № 2 – С. 46–49.

Одержано 06.06.2013

Асатурян А.Ш., Ольшанецкий В.Ю., Мязин О.О. Визначення глибини залягання пластичних деформацій металевих матеріалів при ударному впливі абсолютно твердих частинок

Розглядається глибина залягання пластичних деформацій металевих матеріалів, що виникають в тонкому поверхневому шарі деформованого твердого тіла з довільною поверхнею в результаті контактної взаємодії з абсолютно твердими частинками малої маси кінцевої геометрії з досить високою щільністю кількості частинок на одиницю поверхні тіла.

Ключові слова: деформація, залишкова напруга, удар.

Asaturian A., Olshanetskiy V., Miasin A. Determination of the plastic deformation depth of metal materials under the impact action of absolutely solid particles

Plastic deformation depth of metal materials arising in the thin surface layer of deformed solid body with arbitrary surface as the result of the contact interaction with absolutely solid small mass particles of finite geometry with sufficiently high density of particles per unit of surface the body was researched.

Key words: deformation, residual stresses, blow

УДК 514.174

А. И. Зинченко

Национальный университет, г. Запорожье

УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ МЕТОДА ОБОБЩЕННЫХ ТРАПЕЦИЙ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО РАСКРОЯ

Введено понятие внутреннего и внешнего x - диаметра обобщенной трапеции, через которые выражаются допустимые сдвиги фигур на плоскости, при котором не происходит их наложения. Показана связь введенных понятий с задачей оптимального раскроя. Получены явные формулы для вычисления x - диаметров в случае, когда боковые стороны обобщенной трапеции являются дугами окружностей.

Ключевые слова: оптимальный раскрой, обобщенная трапеция, внутренний x - диаметр, внешний x - диаметр, плотная укладка.

Введение

Одним из способов экономии сырья при штамповке деталей есть использование оптимального раскроя. В задачах оптимального раскроя как регулярного, так и иррегулярного, есть группа алгоритмов, которые основаны на следующей идее: в заданной области размещаются фигуры, а потом они сдвигаются так, чтобы они образовывали плотную укладку.

Обычно при этом рассматривается два вида движения фигур: параллельный перенос вдоль некоторого направления и поворот относительно некоторой точки. Как правило, длина вектора переноса и величина угла поворота определяются итерационно.

В данной статье получены явные формулы, позволяющие находить вектор переноса для такого, практически важного случая, когда контуры фигур состоят из дуг окружностей.

Обзор литературы

Вопросам оптимального раскроя посвящено большое количество литературы, среди которых отметим

фундаментальные монографии [1–3]. В настоящее время в Украине исследования по оптимальному раскрою сосредоточены в институте проблем машиностроения (г. Харьков), координирует которые член-корреспондент АН Украины Стоян Ю.Г. [4, 5]. Отметим так же деятельность интернациональной научной группы ЕЗИКУП, результаты деятельности которых освещены на сайте [6].

Для описания условия отсутствия перекрытия фигур чаще всего используют Ф-функции [7], однако их построение является громоздкой процедурой [8]. Более простым аппаратом является использование аппарата обобщенных трапеций, введенных автором в [9]. Данная статья продолжает эти исследования в направлении получения явных аналитических выражений для искомых параметров.

Постановка задачи

Пусть на плоскости даны две фигуры F и G , ограниченные отрезками и дугами окружностей и имеющие непересекающиеся окрестности, и выбрано направление. Выберем систему координат так, чтобы