

УДК 539.374.001.8

Д-р техн. наук В. В. Чигиринский, А. А. Ленюк

Запорожский национальный технический университет, г. Запорожье

НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ПЛАСТИЧЕСКОЙ СРЕДЫ ПРИ СЛОЖНОМ ПРОСТРАНСТВЕННОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

Представлено аналитическое решение пространственной задачи с анализом напряженного состояния среды при двухкупольной эпюре контактных напряжений. Представлены компоненты тензоров напряжений.

Присутствие тригонометрических функций в решении позволяет задать разнознаковый характер изменения напряжений и описать единым выражением его особенности в разных зонах очага деформации. Дифференциальные соотношения Коши-Римана определяют выпуклый характер эпюры контактных напряжений. Появление двух новых функций обеспечивают необходимый характер изменения контактного напряжения по ширине и подпор со стороны контактного трения.

Показаны качественные и количественные характеристики изменения напряженного состояния металла для двухкупольной пространственной схемы нагружения. Представленный результат имеет место для широких очагов деформации, с двумя линиями раздела течения металла.

Ключевые слова: напряженное состояние, двухкупольная эпюра, пространственная задача, фактор формы, коэффициент трения.

Введение

Разные физические модели пластического формоизменения определяются разными режимами деформирования в условиях неоднородного напряженно-деформированного состояния металла. В работах [1–3] представлено аналитическое решение пространственной задачи с анализом напряженного состояния среды при однокупольной эпюре контактных напряжений. Такая модель соответствует схеме течения металла с одной линией раздела в поперечном направлении. В зоне перехода формируется купол нормальных контактных напряжений, в этой же зоне касательные контактные напряжения изменяют свой знак.

На основании экспериментальных данных [4–5] установлено, что возможно существование двух линий раздела течения металла, которым соответствует двухкупольная эпюра нормальных контактных напряжений. При этом соответствующим образом изменяются не только нормальные, но и контактные касательные напряжения, рис. 1.

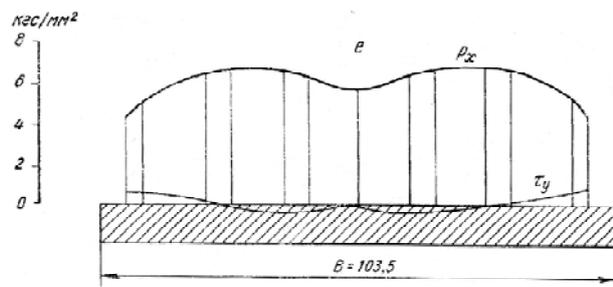


Рис. 1. Эпюра контактных напряжений в соответствии с работой [4]

Постановка задачи

В соответствии с работами [1–3] можно записать компоненты тензора напряжений для пространственной задачи в виде

$$\sigma'_x = +C_{\sigma 3} \cdot \exp \theta'_3 \cdot \cos(A_3 \Phi_3) + \sigma_0 + C,$$

$$\sigma'_y = +C_{\sigma 2} \cdot \exp \theta'_2 \cdot \cos(A_2 \Phi_2) + \sigma_0 + C,$$

$$\sigma'_z = -C_{\sigma 3} \cdot \exp \theta'_3 \cdot \cos(A_3 \Phi_3) - C_{\sigma 2} \cdot \exp \theta'_2 \cdot \cos(A_2 \Phi_2) + \sigma_0 + C,$$

$$\tau_{yz} = C_{\sigma 2} \cdot \exp \theta'_2 \cdot \sin A_2 \Phi_2,$$

$$\tau_{xz} = C_{\sigma 3} \cdot \exp \theta'_3 \cdot \sin A_3 \Phi_3, \quad (1)$$

где σ_i – нормальное напряжение; τ_{ij} – касательное напряжение; σ_0 – гидростатическое напряжение; A_i – постоянная величина, характеризующая тригонометрическую функцию для напряженного состояния пластической среды; Φ_i – неизвестная гармоническая функция, зависящая от координат очага; θ'_{ij} и θ''_{ij} – неизвестные гармонические функции, показатели экспонент, характеризующие распределение напряжений и скоростей деформации в очаге деформации; $C_{\sigma i}$ – постоянные величины, характеризующие напряженное состояние пластической среды и поле деформаций.

Следует подчеркнуть, что присутствие тригонометрических функций в решении позволяет задать разнознаковый характер изменения напряжений и описать

единым выражением его особенности в разных зонах очага деформации.

Дифференциальные соотношения Коши-Римана (1) определяют выпуклый характер эпюры контактных напряжений, и являются ограничениями, которые удовлетворяют условиям задачи и определяют вид самих функций. Для гидростатического напряжения можно принять [6]

$$\sigma_0 = -2 \cdot C'_{\sigma_2} \cdot \exp \theta_2'' \cdot \cos A_2 \Phi_2' - 2 \cdot C_{\sigma_3} \cdot \exp \theta_3' \cdot \cos A_3 \Phi_3. \quad (2)$$

Вид выражения (2) определен использованием граничных условий, задаваемых угловыми значениями напряжений, рис. 2. В этом случае принимается, что нормальные компоненты тензора напряжений в угловых точках соответствуют минимальным значениям. Следует подчеркнуть, что тригонометрические функции $A_2 \Phi_2$ и $A_2 \Phi_2'$ несколько отличаются друг от друга постоянной величиной π таким образом, чтобы в угловой точке, их значения были равны. Такая модель не противоречит общим положениям задачи, и позволяет изменить характер контактных напряжений в соответствии с двухкупольной эпюрой. Постоянная C_{σ_2} будет одинаковой при использовании функций $A_2 \Phi_2'$ и $A_2 \Phi_2$. Покажем это.

Подставляя (2) в (1) получим выражения для дальнейшего анализа и расчетов.

$$\begin{aligned} \sigma_x &= -2 \cdot C'_{\sigma_3} \cdot \exp \theta_2'' \cdot \cos A_2 \Phi_2' - C_{\sigma_3} \cdot \exp \theta_3' \cdot \cos A_3 \Phi_3 + C, \\ \sigma_y &= -(2C'_{\sigma_2} \exp \theta_2'' \cdot \cos A_2 \Phi_2' - C_{\sigma_2} \exp \theta_2' \cos A_2 \Phi_2) - 2C_{\sigma_3} \cdot \exp \theta_3' \cos A_3 \Phi_3 + C, \\ \sigma_z &= -(C_{\sigma_2} \exp \theta_2' \cos A_2 \Phi_2 + 2C'_{\sigma_2} \exp \theta_2'' \cdot \cos A_2 \Phi_2') - -3C_{\sigma_3} \exp \theta_3' \cdot \cos A_3 \Phi_3 + C, \\ \tau_{yz} &= C_{\sigma_2} \cdot \exp \theta_2' \cdot \sin A_2 \Phi_2, \\ \tau_{xz} &= C_{\sigma_3} \cdot \exp \theta_3' \cdot \sin A_3 \Phi_3. \end{aligned} \quad (3)$$

Решение задачи

Для определения постоянных интегрирования C_{σ_2} , C_{σ_3} , C и подтверждения функциональной зависимости для напряжения σ_0 и воспользуемся угловыми значениями функций, рис. 2, запишем граничные условия в виде, при

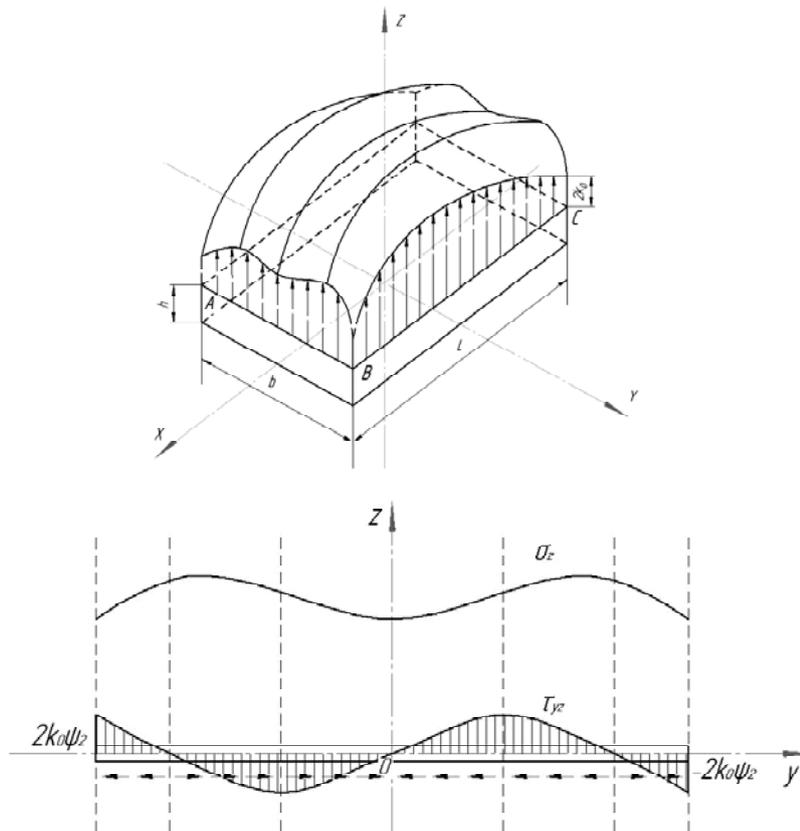


Рис. 2. Объемная эпюра контактных напряжений в поперечном направлении

$$x = \frac{l}{2}, y = \frac{b}{2}, z = \frac{h}{2}, \theta_2' = \theta_{20}', \theta_2'' = \theta_{20}'' ,$$

$$\theta_3' = \theta_{30}', A_2\Phi_2 = A_2\Phi_{20}, A_2\Phi_2' = A_2\Phi_{20}' ,$$

$$A_3\Phi_3 = A_3\Phi_{30}, \sigma_z = -2 \cdot k_0, \sigma_x = \sigma_y = 0 . \quad (4)$$

Следует подчеркнуть, что в угловой зоне, определяемой продольным и поперечным направлениями, вертикальные нормальные напряжения σ_z характеризуются одинаковым напряжением k_0 , которое необходимо учитывать при подстановке граничных условий.

В угловой точке возможно выполнение условия $A_2\Phi_{20} = A_2\Phi_{20}'$. Записывая равенство продольного и поперечного напряжений в угловой точке с учетом граничных условий, имеем

$$C_{\sigma 3} \cdot \exp \theta_{30}' \cdot \cos(A_3\Phi_{30}) = C_{\sigma 2} \cdot \exp \theta_{20}' \cdot \cos(A_2\Phi_{20}) ,$$

или
$$C_{\sigma 3} = C_{\sigma 2} \cdot \frac{\exp \theta_{20}' \cdot \cos(A_2\Phi_{20})}{\exp \theta_{30}' \cdot \cos(A_3\Phi_{30})} , \quad (5)$$

Подставляя (4), (5) в (3) получим

$$C_{\sigma 3} = \frac{2 \cdot k_0}{3 \cdot \exp \theta_{30}' \cdot \cos A_3\Phi_{30}} ,$$

$$C_{\sigma 2} = \frac{2 \cdot k_0}{3 \cdot \exp \theta_{20}' \cdot \cos A_2\Phi_{20}} , C = 2 \cdot k_0 , \quad (6)$$

где k_0 – сопротивление пластическому сдвигу в угловой части очага деформации на контакте без наклепа.

Появление двух функций $A_2\Phi_2$, $A_2\Phi_2'$ обеспечивают, с одной стороны, необходимый характер изменения контактного напряжения по ширине, с другой, подпор со стороны контактного трения.

Если в выражения (3) подставить соответствующие граничные условия и постоянную $C_{\sigma 2}'$, то соотношения (6) по форме, останутся неизменными, т. е.

$$C_{\sigma 3} = C_{\sigma 2}' \cdot \frac{\exp \theta_{20}'' \cdot \cos(A_2\Phi_{20}')}{\exp \theta_{30}' \cdot \cos(A_3\Phi_{30})} , \quad (7)$$

$$C_{\sigma 3} = \frac{2 \cdot k_0}{3 \cdot \exp \theta_{30}' \cdot \cos A_3\Phi_{30}} ,$$

$$C_{\sigma 2} = \frac{2 \cdot k_0}{3 \cdot \exp \theta_{20}'' \cdot \cos A_2\Phi_{20}'} , C = 2 \cdot k_0 , \quad (8)$$

Единый очаг деформации требует, чтобы соседние участки имели одинаковые постоянные и функции, т. е.

$$\theta_2' = \theta_2'' , \theta_{20}' = \theta_{20}'' .$$

Функции $A_2\Phi_{20}'$, $A_2\Phi_{20}$ отличаются только тем, что позволяют перейти в соседний квадрант, изменив знак косинуса функции $A_2\Phi_2'$.

С учетом (8) компоненты тензора напряжений

$$\sigma_x = -2 \frac{2k_0}{3 \cos A_2\Phi_{20}} \exp(\theta_2' - \theta_{20}') \cos A_2\Phi_2 - \frac{2k_0}{3 \cos A_3\Phi_{30}} \exp(\theta_3' - \theta_{30}') \cos A_3\Phi_3 + 2 \cdot k_0 ,$$

$$\sigma_y = -\frac{2k_0}{3} \exp(\theta_2' - \theta_{20}') \left(2 \frac{\cos A_2\Phi_2'}{\cos A_2\Phi_{20}'} - \frac{\cos A_2\Phi_2}{\cos A_2\Phi_{20}} \right) - 2 \frac{2k_0}{3 \cos A_3\Phi_{30}} \exp(\theta_3' - \theta_{30}') \cos A_3\Phi_3 + 2 \cdot k_0 ,$$

$$\sigma_z = -3 \frac{2 \cdot k_0}{3 \cos A_3\Phi_{30}} \exp(\theta_3' - \theta_{30}') \cos A_3\Phi_3 - \frac{2 \cdot k_0}{3} \exp(\theta_2' - \theta_{20}') \left(2 \frac{\cos A_2\Phi_2'}{\cos A_2\Phi_{20}'} + \frac{\cos A_2\Phi_2}{\cos A_2\Phi_{20}} \right) + 2k_0 ,$$

$$\tau_{yz} = \frac{2k_0}{3 \cdot \cos A_2\Phi_{20}} \cdot \exp(\theta_2' - \theta_{20}') \cdot \sin A_2\Phi_2 ,$$

$$\tau_{xz} = \frac{2k_0}{3 \cdot \cos A_3\Phi_{30}} \cdot \exp(\theta_3' - \theta_{30}') \cdot \sin A_3\Phi_3 . \quad (9)$$

Из выражения (9) следует, что при разных значениях θ_2' , θ_{20}' и θ_2'' , θ_{20}'' в угловой точке, рис. 1, их разность всегда равна нулю, а экспоненты равны единице. Тогда определяющим значением для постоянной являются функции $A_2\Phi_2'$ и $A_2\Phi_2$.

Можно убедиться, что выражения (9) удовлетворяют граничным условиям (4) и для них соответствует выражение (2). В этой связи определим функциональные зависимости $A_2\Phi_2$, $A_2\Phi_2'$ и $A_3\Phi_3$. Решая уравнения Лапласа для $A_2\Phi_2$ и $A_3\Phi_3$ (1) можно получить функции вида

$$A_2\Phi_2' = A_2A_5 \cdot y \cdot z , A_2\Phi_2 = \pi + A_2A_5' \cdot y \cdot z ,$$

$$A_3\Phi_3 = A_3A_4 \cdot x \cdot z . \quad (10)$$

С учетом соотношений Коши-Римана (1), для функций θ можно записать

$$\theta_2' = -\frac{1}{2} \cdot A_2A_5 \cdot (y^2 - z^2) ,$$

$$\theta_3' = -\frac{1}{2} \cdot A_3A_4 \cdot (x^2 - z^2) , \quad (11)$$

С целью упрощения анализа введем в рассмотрение новое значение сопротивления деформации в виде

$$k_0' = \frac{2}{3} \cdot k_0. \quad (12)$$

Определим значение коэффициентов A_2A_5 , A_2A_5' , A_3A_4 . Граничные условия для контактных напряжений принимается в виде, $x = \frac{l}{2}, y = \frac{b}{2}, z = \frac{h}{2}$,

$\tau_{yz} = k_0' \cdot \psi_2$, $\tau_{xz} = k_0' \cdot \psi_3$, при этом

$\psi_2 = f \cdot (1 - f)$, $\psi_3 = 2f \cdot (1 - f)$, где f – коэффициент трения.

Подставляя граничные условия в выражения для касательных напряжений (9), получим

$$k_0' \cdot \psi_2 = k_0' \cdot \operatorname{tg} A_2 \Phi_{20}, \quad k_0' \cdot \psi_3 = k_0' \cdot \operatorname{tg} A_3 \Phi_{30},$$

$$A_2 \Phi_{20} = \operatorname{arctg} \psi_2 \approx \psi_2, \quad A_3 \Phi_{30} = \operatorname{arctg} \psi_3 \approx \psi_3.$$

Анализ показывает, что при переходе в другой октант, функция $A_2 \Phi_2$ должна иметь вид

$$A_2 \Phi_2 = \pi + 4 \frac{(\pi + \alpha \cdot A_2 \Phi_{20})}{bh} \cdot yz, \quad (13)$$

где b – ширина очага деформации, h – высота очага деформации, α – коэффициент перехода.

При $\alpha = 1$ в выражении (13), для граничных условий можно принимать, в крайних (угловых) точках очага деформации, $A_2 \Phi_{20} = A_2 \Phi_{20}'$. В этом случае обеспечивается определение указанных постоянных с одинаковой точностью из выражений (10) и (13). Далее имеем

$$A_2 \Phi_{20}' = A_2 \Phi_{20} = A_2 A_5 \cdot \frac{b}{2} \cdot \frac{h}{2},$$

$$A_3 \Phi_{30} = A_3 A_4 \cdot \frac{l}{2} \cdot \frac{h}{2},$$

$$A_2 A_5 = 4 \frac{A_2 \Phi_{20}}{bh}, \quad A_3 A_4 = 4 \frac{A_3 \Phi_{30}}{lh}.$$

Значение функций θ в угловой точке на контактной поверхности

$$\theta_{20}' = -2 \cdot \frac{A_2 \Phi_{20}}{b \cdot h} \cdot \left(\frac{b^2}{4} - \frac{h^2}{4} \right),$$

$$\theta_{30}' = -2 \cdot \frac{A_3 \Phi_{30}}{l \cdot h} \cdot \left(\frac{l^2}{4} - \frac{h^2}{4} \right). \quad (14)$$

Тогда выражения (9), с учетом (12) и (14) запишутся в виде

$$\sigma_x = -2 \frac{k_0'}{\cos A_2 \Phi_{20}} \exp(\theta_2' - \theta_{20}') \cos A_2 \Phi_2 - \frac{k_0'}{\cos A_3 \Phi_{30}} \exp(\theta_3' - \theta_{30}') \cos A_3 \Phi_3 + 3k_0',$$

$$\sigma_y = -k_0' \exp(\theta_2' - \theta_{20}') \left(2 \cdot \frac{\cos A_2 \Phi_2'}{\cos A_2 \Phi_{20}'} - \frac{\cos A_2 \Phi_2}{\cos A_2 \Phi_{20}} \right) - 2 \frac{k_0'}{\cos A_3 \Phi_{30}} \exp(\theta_3' - \theta_{30}') \cos A_3 \Phi_3 + 3k_0',$$

$$\sigma_z = -3 \frac{k_0'}{\cos A_3 \Phi_{30}} \exp(\theta_3' - \theta_{30}') \cos A_3 \Phi_3 -$$

$$- k_0' \exp(\theta_2' - \theta_{20}') \left(2 \frac{\cos A_2 \Phi_2'}{\cos A_2 \Phi_{20}'} + \frac{\cos A_2 \Phi_2}{\cos A_2 \Phi_{20}} \right) + 3k_0',$$

$$\tau_{yz} = \frac{k_0'}{\cos A_2 \Phi_{20}} \cdot \exp(\theta_2' - \theta_{20}') \cdot \sin A_2 \Phi_2,$$

$$\tau_{xz} = \frac{k_0'}{\cos A_3 \Phi_{30}} \cdot \exp(\theta_3' - \theta_{30}') \cdot \sin A_3 \Phi_3. \quad (15)$$

В двухкупольной эпюре контактных напряжений присутствуют две линии раздела течения металла в поперечном направлении.

Напряжения (15) могут быть просчитаны для каждой точки объемного очага деформации, включая контакт с инструментом.

Представляет интерес знать ширины участков с крайним односторонним течением металла. Используя выражение (12) можно определить размеры этих зон. Участок полосы между косинусами ∓ 1 , равен ширине участка с односторонним течением металла.

$$\text{Тогда } A_2 \Phi_2 = \pi + 2 \frac{(\pi + \alpha \cdot A_2 \Phi_{20})}{b} \cdot y_b = 0,$$

$$y_b = -\frac{b}{2} \cdot \frac{\pi}{\pi + \alpha \cdot A_2 \Phi_{20}}. \quad (16)$$

Знак минус указывает, что значение y_b находится в отрицательной области. При отсутствии контактного трения ($A_2 \Phi_{20} = 0$), $y_b = -b/2$.

Размер зоны (16) можно использовать в (13) вместо размера $b/2$. Ширина соседнего участка равна

$$y_b' = -\frac{b}{2} + \frac{b}{2} \cdot \frac{\pi}{\pi + A_2 \Phi_{20}} = -\frac{b}{2} \cdot \frac{A_2 \Phi_{20}}{\pi + A_2 \Phi_{20}}.$$

При $A_2\Phi_{20} = 0$, $y'_b = 0$. Последнее условие определяет на всем протяжении $b/2$ только одностороннее течение металла.

Анализ полученных результатов

Используя выражения (9), (15) появляется возможность определения компонентов тензора напряжений пространственной задачи в каждой точке очага деформации для более сложного построения, т.е. двухкупольной эпюры, в том числе и на контакте.

Объемная эпюра контактных нормальных напряжений представлена на рис. 3–5 в поперечном направлении при разных значениях коэффициента трения и фактора формы. На краю, в центральном и промежуточном поперечном сечении.

Анализ показывает, что с изменением контактного трения (коэффициента трения) и параметров очага деформации (l/h и b/h) изменяются контактные напряжения в сторону увеличения или уменьшения их неравномерности. Если коэффициент трения равен нулю, то удельные силы трения отсутствуют, а распределение нормальных напряжений на контакте носит равномерный характер.

Из анализа полученного результата видно, что при разных параметрах очага деформации и коэффициента трения использование метода гармонических функций за счет тригонометрической составляющей позволяет математически правильно, качественно и количественно оценить напряженное состояние среды в условиях сложного пространственного нагружения.

Купольность контактных напряжений определяется числом раздела течения металла. Изменение знака поперечной составляющей тензора напряжений позволяет определить зоны встречного течения металла с отрицательным знаком, а зоны бокового течения металла с положительным.

На фоне гидравлического давления это определяет двухкупольный характер изменения нормальных вертикальных напряжений σ_z .

Такая физическая и математическая модели позволяют качественно и количественно охарактеризовать влияние линий раздела течения металла на напряженное и, следовательно, деформированное состояние металла.

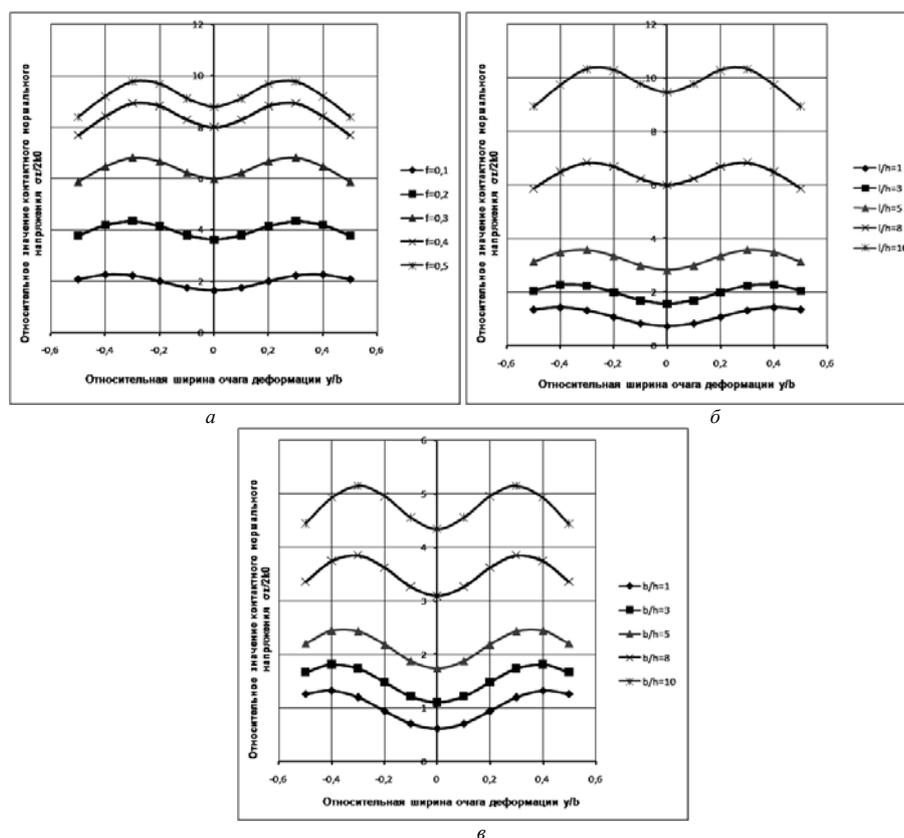


Рис. 3. Эпюра вертикальных нормальных напряжений в среднем сечении очага деформации ($x = 0$)

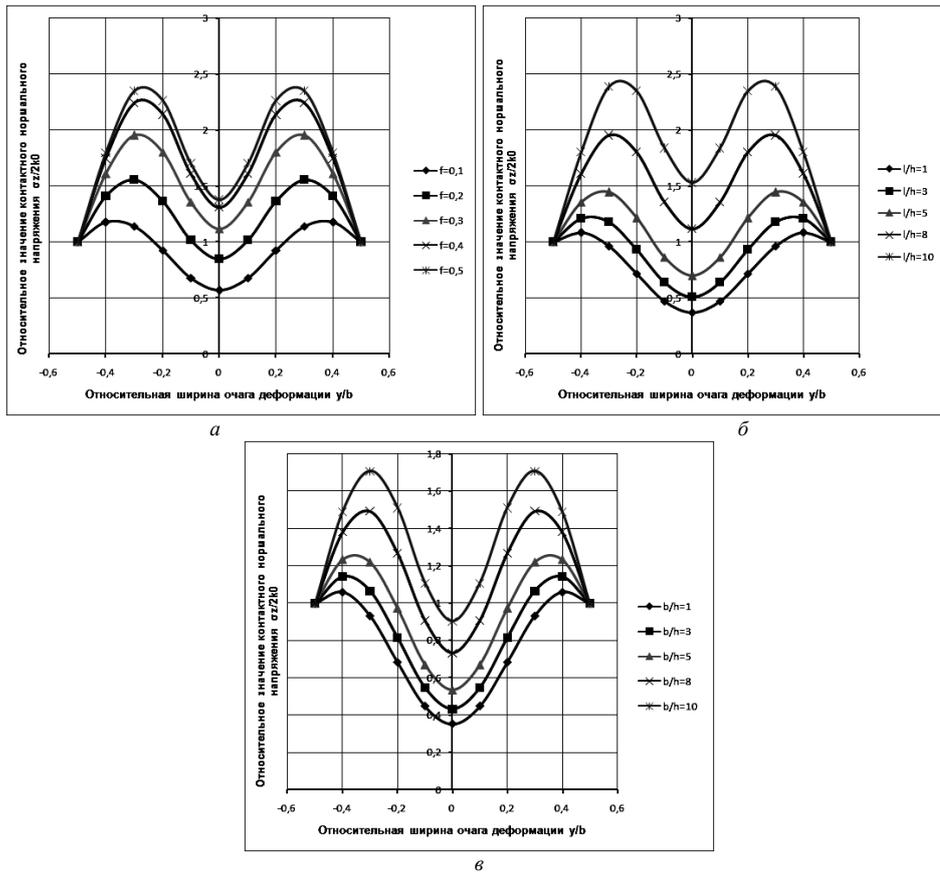


Рис. 4. Эпюра вертикальных нормальных напряжений в плоскости входа в очаг деформации ($x = L/2$)

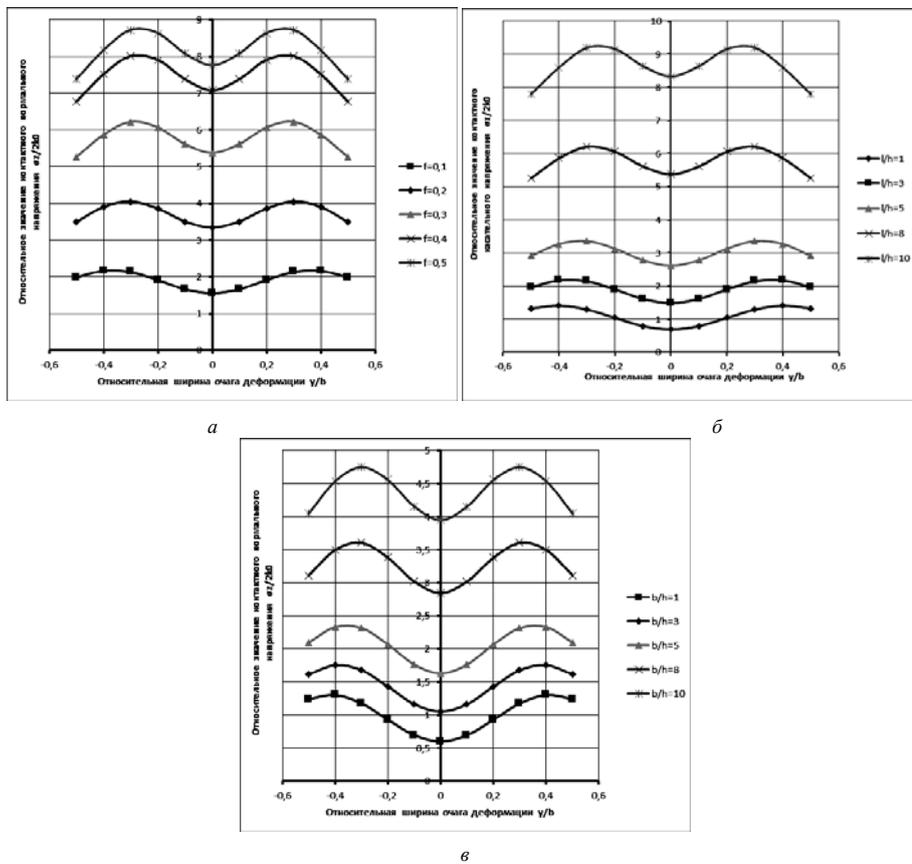


Рис. 5. Эпюра вертикальных нормальных напряжений в промежуточном сечении очага деформации ($x = L/8$)

Выводы

1. Установлена возможность существования двух линий раздела течения металла, которым соответствует двухкупольная эпюра контактных нормальных напряжений.

2. На базе аналитического решения пространственной задачи для модели течения металла с одной линией раздела определены компоненты тензора напряжений пространственной задачи для более сложного построения.

3. Получены двухкупольные эпюры вертикальных контактных напряжений в поперечном направлении при разных значениях коэффициента трения и фактора формы на краю, в центральном и промежуточном поперечном сечении.

4. Показаны качественные и количественные характеристики изменения напряженного состояния пластической среды при сложном пространственном воздействии.

Список литературы

1. Каптуров Л. Е. Контактные силы в очаге деформации при прокатке полос, Теория прокатки (материалы Всесоюзной научно-технической конференции «Теоретические проблемы прокатного производства»), под ред. А. П. Чекмарева. – М. : Металлургия, 1975. – С. 428–431.

2. Целиков А. И. Теория расчета усилий в прокатных станах / Целиков А. И. – М. : Metallurgizdat, 1962. – 495 с.

3. Исследование неоднородности напряженного состояния заготовки при объемном пластическом нагружении / В. В. Чигиринский, А. А. Ленок, Х. Дья, М. Кнапински // XVII International scientific conference new technologies and achievements in metallurgy, material engineering and production engineering: monografie № 56, Czkochowa 2016. – С. 218–226.

4. Чигиринский В. В. Исследование влияния граничных условий на контактные напряжения при объемном нагружении / В. В. Чигиринский, А. А. Ленок // Обработка материалов давлением: сборник научных трудов. Краматорск: ДГМА, 2016. – №1 (42). – С. 37–44.

5. Чигиринский В. В. Исследование влияния граничных условий на параметры напряженного состояния при объемном пластическом нагружении / В. В. Чигиринский, А. А. Ленок, Л. А. Якубович // Нові матеріали і технології в металургії та машинобудуванні: науковий журнал, 2015. – № 2. – С. 127–132.

6. Chigirinsky V.V. Determination of integral characteristics of stress state of the point during plastic deformation in conditions of volume loading / V.V. Chigirinsky, A.A. Lenok, S.M. Echin // Metallurgical and Mining Industry: scientific and technical journal. 2015. – № 11 – P. 153–164.

Одержано 20.06.2017

Чигиринський В.В., Ленок А.А. Напружений стан пластичного середовища при складному просторовому впливі

Представлено аналітичне рішення просторової задачі з аналізом напруженого стану середовища при двокупольній епюрі контактних напружень. Представлено компоненти тензору напружень.

Присутність тригонометричних функцій у рішенні дозволяє задати різнознаковий характер зміни напружень і описати єдиним виразом його особливості в різних зонах осередку деформації. Диференціальні співвідношення Коші-Рімана визначають випуклий характер епюри контактних напружень. Поява двох нових функцій забезпечують необхідний характер зміни контактної напруженості по ширині і підпір з боку контактної тертя.

Показано якісні та кількісні характеристики зміни напруженого стану металу для двокупольної просторової схеми навантаження. Представлений результат має місце для широких осередків деформації, з двома лініями розділу течії металу.

Ключові слова: *напружений стан, двокупольна епюра, просторова задача, фактор форми, коефіцієнт тертя.*

Chigirinsky V., Lenok A. Stress state of a plastic medium under a complex volume impact

An analytical solution of the volume problem with the stress state analysis of the medium in the case of a two-dome diagram of contact stresses is presented. The components of stress tensors are presented.

The presence of trigonometric functions in the solution makes it possible to specify the multi-character character of the change in stresses and to describe by a single expression its features in different zones of the medium deformation. The differential Cauchy-Riemann relations define the convex character of the contact stresses. The appearance of two new functions provides the necessary character of the change in the contact stress across the width and the support from the contact friction side.

The qualitative and quantitative characteristics of the change in the metal stress state for a two-dome volume loading scheme are shown. The presented result takes place for wide deformation centers, with two lines of metal flow separation.

Key words: *stress state, two-dome diagram, volume problem, form factor, friction coefficient.*