УДК 539.375
В.В.Божидарнік, В.М.Садівський
Луцький національний технічний університет

ПРО МАКРОМЕХАНІЧНИЙ ПІДХІД ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ВОЛОКНИСТИХ КОМПОЗИТІВ З ЖОРСТКИМИ ПРЯМОЛІНІЙНИМИ ВКЛЮЧЕННЯМИ

Розглянуто розтяг однонаправленої армованої пластини, що містить систему періодичних жорстких включень, розміщених на одній прямій. Задача про знаходження напружено-деформованого стану поблизу таких включень зводиться до аналогічної задачі для анізотропної пластини з допомогою перерахунку пружних постійних композиту. Зроблено розрахунки для нормального розтягуючого напруження, що відповідає за процес руйнування. Досліджується вплив заповнення композиту волокнами, орієнтації навантаження і армування на напружено-деформований стан такої пластини.

Ключові слова: *армована пластина, анізотропної пластина, армування.*

Розглядається безконечна однонаправлено армована пластина, що містить безконечний ряд однакових прямолінійних включень довжини $2a$. Припускається, що включення лежать на одній прямій, яку приймемо за вісь Ox. Віддаль між включеннями будемо вважати однаковою. Початок системи координат виберемо у центрі одного із включень, яке назвемо основним. Внаслідок періодичності задачі граничні умови досить задовільнити лише на контурі основного включення.

Використовуючи ефективні модулі композиційного матеріалу, приведені в роботах [1,2], замінимо розглядувану пластину анізотропною пластиною, ослабленою відповідними концентраторами напружень.

Згідно даних роботи [3] напружено-деформований стан анізотропної пластини, ослабленої періодичною системою жорстких включень, описується наступними комплексними потенціалами:

$$\varphi_j\left(z_j\right)=\sum_{k=1,3}^{\infty}a_{jk}\left[\zeta_j\left(z_j\right)^{-k}+\lambda_2\varepsilon^2 m_{j0}a_{j1}z_j-\lambda_4\varepsilon^4 m_{j0}\right]\cdot\left[a_{j1}z_j^3 j+3m_{j0}z_j\left(a_{j1}m_{j1}+a_{j3}m_{j0}\right)\right],$$

де $z_j=a\left(m_{j0}\zeta_j+m_{j1}\zeta_j^{-1}\right)$; $\varepsilon=\ell^{-1}$; $\zeta_j=e^{i\theta}$; $m_{j0}=\dfrac{1}{2}\left(1+\beta_j\right)$; $m_{j1}=\dfrac{1}{2}\left(1-\beta_j\right)$; $\lambda_p=2\sum\limits_{n=1}^{\infty}n^{-p}$; $\left(p=2,4\right)$.

$i\beta_j$ - комплексні параметри для ортотропного матеріалу, які виражаються через усереднені ефективні модулі так:

$$\beta_j=\left\{\frac{\left(2b_0b_{12}+b_{66}^{-1}\right)\pm\sqrt{\left(2b_0b_{12}+b_{66}^{-1}\right)^2-4b_0^2b_{11}b_{22}}}{2b_0b_{22}}\right\}^{\frac{1}{2}},\quad b_0=\left(b_{11}b_{22}-b_{12}^2\right)^{-1}$$

Коефіцієнти a_{jk} визначаються із граничних умов [4] методом, запропонованим А.С.Космодаміанським [3].

Якщо анізотропна пластина на нескінченності розтягується рівномірно розподіленими зусиллями p і q, які діють вздовж і перпендикулярно лінії включень, відповідно, то коефіцієнти a_{jk} мають вигляд

$a_{11}=-a_{21}\left(\gamma_2\gamma_5+\gamma_1\gamma_6\right)/\gamma_1-q\gamma_5/2\gamma_1$; $a_{13}=a_{21}\left(\gamma_4+\gamma_2\gamma_3/\gamma_1\right)+q\gamma_3/2\gamma_1$; $a_{23}=-a_{21}\gamma_2/\gamma_1-q/2\gamma_1$,

Причому

$$a_{21}=-\frac{q\left(\gamma_5\gamma_7+\gamma_3\gamma_8-\gamma_{10}\right)-pc\gamma_1}{2\left(\gamma_1\gamma_6\gamma_7+\gamma_2\gamma_5\gamma_7+\gamma_1\gamma_4\gamma_8+\gamma_2\gamma_3\gamma_8-\gamma_1\gamma_9-\gamma_2\gamma_{10}\right)},$$

де $\gamma_3=\left(c_{13}\beta_2+c_{13}^*\beta_1\right)/\left[\left(c_{13}^*+c_{13}\right)\beta_1\right]$;

$$\gamma_4 = \left(c_{13}c_{23}^*\beta_2 - c_{13}^*c_{23}\beta_1\right) \Big/ \left[\left(c_{13}^* + c_{13}\right)\beta_1\right]; \gamma_5 = \left(\beta_2 - \beta_1\right) \Big/ \left[\left(c_{13}^* + c_{13}\right)\beta_1 a_{31}^*\right]; \gamma_6 = \left(c_{23}b_{31}^*\beta_1 + c_{23}^*\beta_2\right) \Big/ \left[\left(c_{13}^* + c_{13}\right)a_{31}^*\beta_1\right];$$

$$\gamma_1 = \gamma_5\left(a_{11}^* + 1\right) - \gamma_3 a_{13}^* + b_{13}^*; \gamma_2 = \gamma_4 a_{13}^* - \gamma_6\left(1 + a_{11}^*\right) + 1 + b_{11}^*; \gamma_7 = \beta_1\left(1 - c_{11}^* a_{11}^*\right); \gamma_8 = \beta_1 c_{11}^* a_{13}^*; \gamma_9 = \beta_2\left(1 - c_{21}^* b_{11}^*\right);$$

$$\gamma_{10} = \beta_2 c_{21}^* b_{13}^*;$$

За відомими комплексними потенціалами знаходиться нормальне розтягуюче напруження σ_θ, що відповідає за початок крихкого руйнування композиційного матеріалу, і будуються епюри розподілу нормальних напружень біля контуру головного включення. Розглянуті випадки композитів із об'ємним вмістом волокон $\omega_b = 0,5$ та $\omega_b = 0,8$. Для визначення відносного об'ємного вмісту волокон у розглядуваному елементі обчислений об'єм V_{bk} відноситься до об'єму V_k аналогічного елемента товщини h_k, що складається із однорідного матеріалу,

де $V_k = \frac{1}{2}a_k b_k h_k$; $a_k = 2\left(d_k^\backslash + z_k^\backslash\right)n_k$; $b_k = a_k tg\phi_k$;Тоді питома інтенсивність армування к-го шару ω_{bk} буде рівна $\omega_{bk} = \lim\limits_{n_k \to \infty}\sum\limits_{k=1}^{n}\frac{\pi r_k^2\left(d_k^\backslash + r_k^\backslash\right)n_k^2}{2h_k\cos\phi_k\left(d_k^\backslash + r_k^\backslash\right)^2 n_k^2 tg\phi_k} = \frac{\pi}{2}\sum\limits_{k=1}^{n}\frac{r_k^2}{h_k}\left[\left(d_k^\backslash + r_k^\backslash\right)\sin\phi_k\right]^{-1}$.

Тут n – кількість армованих шарів у композиційній пластині. Сумуючи ω_{bk} по всіх n шарах, знаходимо об'ємний вміст волокон у композиційному матеріалі:

$$\omega_b = \sum_{k=1}^{n}\omega_{bk}.$$

Тут об'єм даного волокна визначається по формулі

$V_m^{(b)} = \pi r_k^2 L_m$, де $2r_k$ діаметр волокна, L_m - довжина осі m-го волокна, розміщеного у трикутному елементі. Із врахуванням попередніх результатів формулу для об'ємного вмісту волокон можна переписати так

$$\omega_b = \frac{\pi}{4}\sum_{k=1}^{n}\omega_{hk}\frac{r_k/d_k}{1 + r_k/d_k},$$

де $\omega_{hk} = 2r_k/h_k$ інтенсивність армування по товщині k-го шару. Із результатів обчислень встановлено, що положення точок біля контура включення, де напруження σ_θ / p (або σ_θ / q) приймає максимальні значення, залежить від об'ємного вмісту армуючих елементів (ω_b), механічних (E_b/E_c) властивостей окремих складових, віддалі між центрами включень (ℓ), а також від орієнтації лінії включень і зовнішнього навантаження відносно напрямку армування. Тут E_c, E_b модулі Юнга матеріалів матриці і волокон, відповідно. Встановлено, що у випадку, коли навантаження направлене вздовж волокон перпендикулярно до лінії включень, нормальне напруження зростає із збільшенням параметра ω_b незалежно від відношення пружних модулів композиту і віддалі між центрами включень. Із зростанням об'ємного вмісту волокон напруження σ_θ $(90^0)/p$ збільшується, коли $E_c/E_b > 1$ і падає, коли це відношення менше одиниці. При цьому із зменшенням віддалі між включеннями це напруження зростає, причому тим інтенсивніше, чим більший об'ємний вміст армуючих елементів у композиті.

1. Лехницкий С.Г. Анизотропные пластинки. - М.: Гостехиздат, 1953. - 464с.
2. Саркисян В.С. Некоторые задачи математической теория упругости анизотропного тела. - Ереван: Из-во Ереванского университета, 1976. - 503с.
3. Скудра А.М., Булавс Ф.Я. Структурная теория армированных пластиков. - Рига, «Зинантне», 1978. - 192с.
4. Немировский Ю.В., Резников Б.С. Разрушение армированних пластин с вырезами // Мех.композит.материалов. - 1980. - №3. - С.489-499.