УДК 681.3:664.1
В.І.Заїка, В.Д.Кишенько
Національний університет харчових технологій

# РЕКОНСТРУКЦІЯ АТРАКТОРІВ СКЛАДНИХ СИСТЕМ НА ОСНОВІ ЧАСОВИХ РЯДІВ РОБОТИ СТАНЦІЇ ДЕФЕКОСАТУРАЦІЇ ЦУКРОВОГО ЗАВОДУ

*Стаття присвячена розробці алгоритмів дослідження складних динамічних систем та реконструкції атракторів на основі історичних даних роботи станції дефекосатурації цукрового заводу.*

Ключові слова: *цукровий завод, дефекосатурація, атрактори, часові ряди.*

Технологічний процес, дефект сатурації – це проміжна стадія отримання цукру. На показники даного технологічного процесу в значній мірі впливають якісні показники вхідного продукту: дифузійного соку. Якісні показники цукру, а також енергетичні затрати залежать від протікання фізико-хімічних перетворень на станції дефекосатурації. В свою чергу якість виготовлення цукру в більшості залежить від технологічних режимів роботи всього виробництва в цілому. Підтримання технологічних параметрів станції дефекосатурації на оптимальному рівні в умовах, що характеризуються віддаленістю від стану термодинамічної рівноваги та утворенням дисипативних просторово – часових структур, дає нам право дане відділення цукрового виробництва віднести до складних об’єктів керування.

На цукрових заводах поширена технологічна схема очищення дифузійного соку з холодною прогресивною преддефекацією, комбінованою холодно-гарячою основною дефекацією перед I сатурацією і додатковою гарячою дефекацією перед II сатурацією.

Дослідження технологічної системи станції дефекосатурації як складного нелінійного динамічного об‘єкта керування проводились згідно із концепціями синергетичного керування [1] на основі часових рядів основних технологічних змінних. Як приклад, нижче приведені часові ряди зміни витрати соку з дефекосатурації (рис. 1), величини pH II-ї сатурації (рис.2) та тиску сатураційного газу (рис.3).

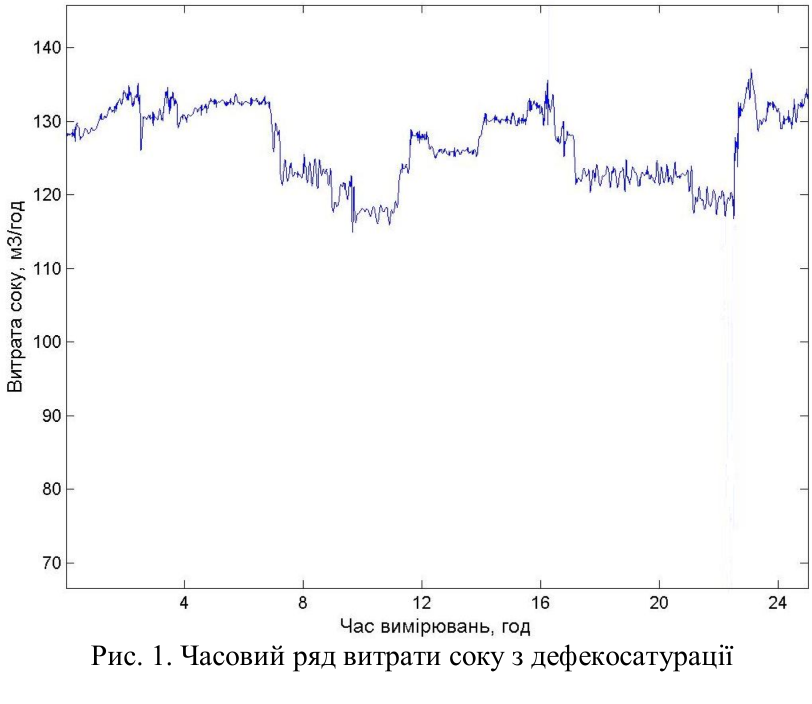


Рис. 1. Часовий ряд витрати соку з дефекосатурації

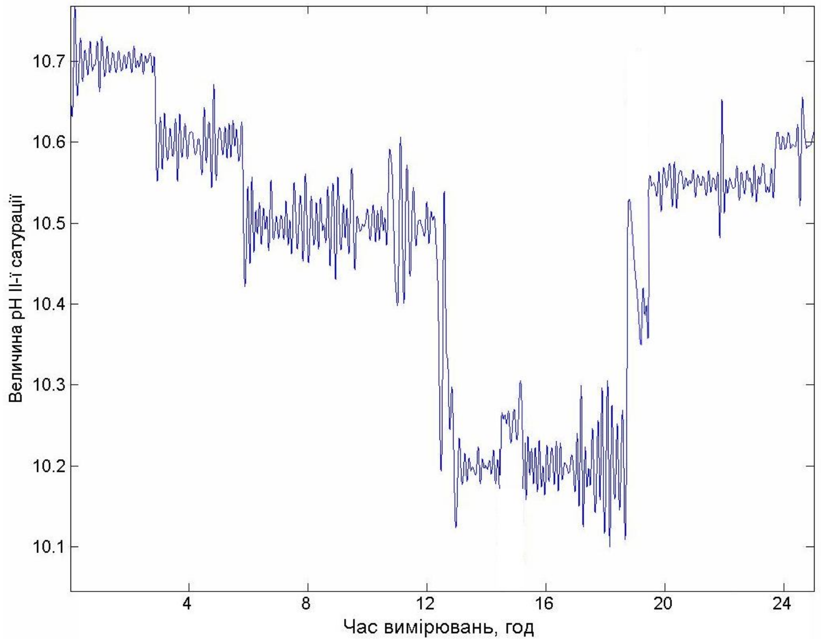


Рис. 2. Часовий ряд величини pH II-ї сатурації

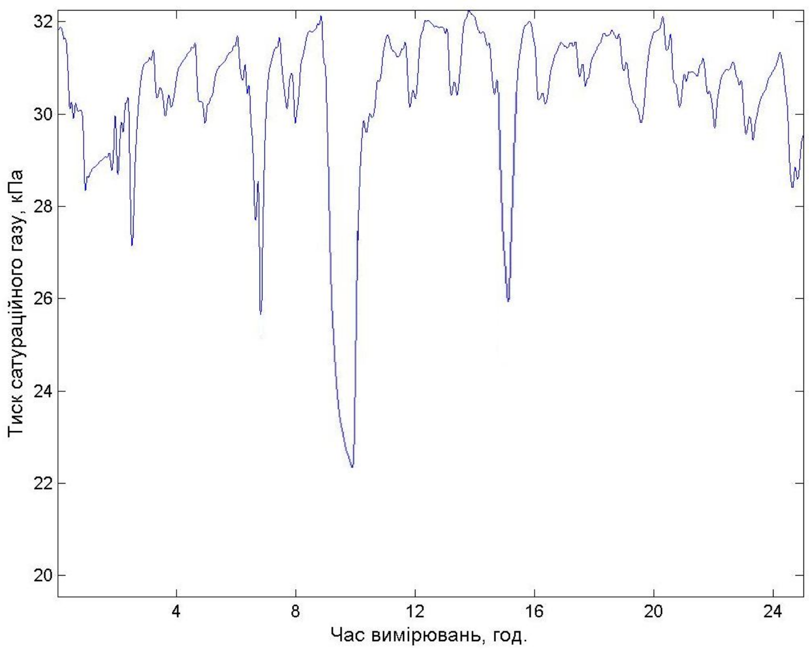


Рис. 3. Часовий ряд тиску сатураційного газу CO2

На сьогоднішній день для дослідження динамічних систем актуальним є обчислення показників атрактора деякої динамічної системи, математичні моделі якої не відомі, але при цьому, як правило, невідома і розмірність фазового простору. В цій ситуації ми маємо інформацію про поведінку в часі окремих змінних, які характеризують об'єкт керування.

Для обчислення таких показників, як розмірність, ентропія, спектр показників Ляпунова, Херста та інших характеристик атракторів, необхідно мати множину точок, визначених у фазовому просторі розмірності n – і, які належать атрактору [1].

Нехай будь-яка змінна процесу визначається динамічними дискретними рівняннями в просторі станів:

$$x(t+1)=F(x(t)),\ y=Q(x(t)), \qquad (1)$$

де x(t) — n-мірний вектор станів системи; y(t) — вимірюваний (вихідний) процес; t — дискретний час, F, Q — нелінійні оператори.

Якщо лінеаризувати рівняння (1) в межах траєкторії руху, то виходить співвідношення:

$$x(t+1)=Ax(t),\ y(t)=Cx(t). \tag{2}$$

Тут C — матриця розмірності (1×n); $A=\frac{d}{dx}F(x,t)$ — матриця Якобі розмірності (n×n), що визначає властивості стійкості траєкторії.

Необхідно побудувати фазову траєкторію системи, визначити характер стійкості або нестійкості.

Стани, до яких прагне система при зміні зовнішніх параметрів називаються точками притягання. Мінімальні множини точок, до яких прагнуть майже всі траєкторії, називається атрактором. Для побудови атрактора системи за експериментальними даними можна використовувати метод Паккарда [1].

Відповідно до теореми Такенса [2], знайдеться векторна функція Λ що відображає простір станів системи в евклідовому простір розмірності m:

$$z_i=\Lambda(x_i),\ z_i\in R^m, \tag{3}$$

При цьому характеристики обох систем є інваріантними, що дозволяє визначати їх за експериментальними даними, не знаючи всіх змінних динамічної системи. Визначати розмірність m можна наприклад, методами теорії симетрій [3].

Для знаходження векторів $z_i$ простору Rm по часовому ряді, Паккардом було запропоновано використовувати вектори, одержувані з елементів ряду по тим же принципам, що і у рівняннях авторегресії:

$$z_i=\{x_i,\ x_{i+1},\ \ldots,\ x_{i+m-1}\}^T,$$

або

$$z_i=\{x(t),\ x(t+\tau),\ \ldots,\ x(t+(m-1)\tau)\}^T,$$

де $x_i$ — і-й елемент часового ряду, m — розмірність простору вкладення.

Отримана в результаті реконструкції траєкторія не повинна містити самоперетинань, однак, самоперетинань у масиві дискретних точок z, як правило не буває, тому шукають так званих «близьких сусідів» — пари векторів, які виявилися близькими в реконструкції, але їхні прообрази перебували далеко [1]. Іншими словами, нехай $z_i^{(m)}$ і $z_j^{(m)}$ — два близьких сусіди в реконструкції розмірності m, а $z_i^{(m+1)}$ і $z_j^{(m+1)}$ відповідають їм у реконструкції розмірності m+1.

Для визначення оптимального значення часу затримки τ застосовується методика [4], заснована на теорії інформації, що використовує перший мінімум взаємної інформації для $x_i$ і $x_{i+1}$. За часовим рядом будуються гістограми, що апроксимують розподіли $x_i$ і $x_{i+1}$, сумісні розподіли $x_i$ і $x_{i+1}$. На підставі гістограм розраховуються ентропії і взаємна інформація:

$$S=-\sum p_{ij}(\tau)\log_2\frac{p_{ij}(\tau)}{p_i p_j}, \tag{4}$$

де $p_i$ — імовірність знаходження точки в і-му інтервалі; $p_{ij}(\tau)$ — спільна ймовірність, влучень $x_i$ в і-й інтервал і влучень $x_{i+1}$ в j-й.

Для побудови атрактора необхідно провести фільтрацію. Використовується наступний метод [5]. Для кожного вектора $z_i$ отриманої реконструкції обчислюються найближчі сусіди такі, що $\|z_i - z_j\|<\varepsilon$. Величина ε задається виходячи з апріорних оцінок величини шуму або шляхом послідовного наближення. Для кожного вектора $z_i=\{x_i,\ x_{i+1},\ \ldots,\ x_{i+m-1}\}^T$ скоректоване значення $z^{\cdot}$ обчислюється усередненням по всіх z′ найближчих сусідах:

$$z^{\bullet}=\frac{1}{N}\sum_{k-1}^{N} z_k^{'} . \tag{5}$$

Після повного проходу по всіх точках реконструйованої траєкторії всі точки, крім перших і останніх (m-1)/2, точок будуть скореговані.

Дослідження основних характеристик часових рядів здійснюється в програмному середовищі Fractan.

Результати експериментальних досліджень для системи дефекосатурації представлені нижче.

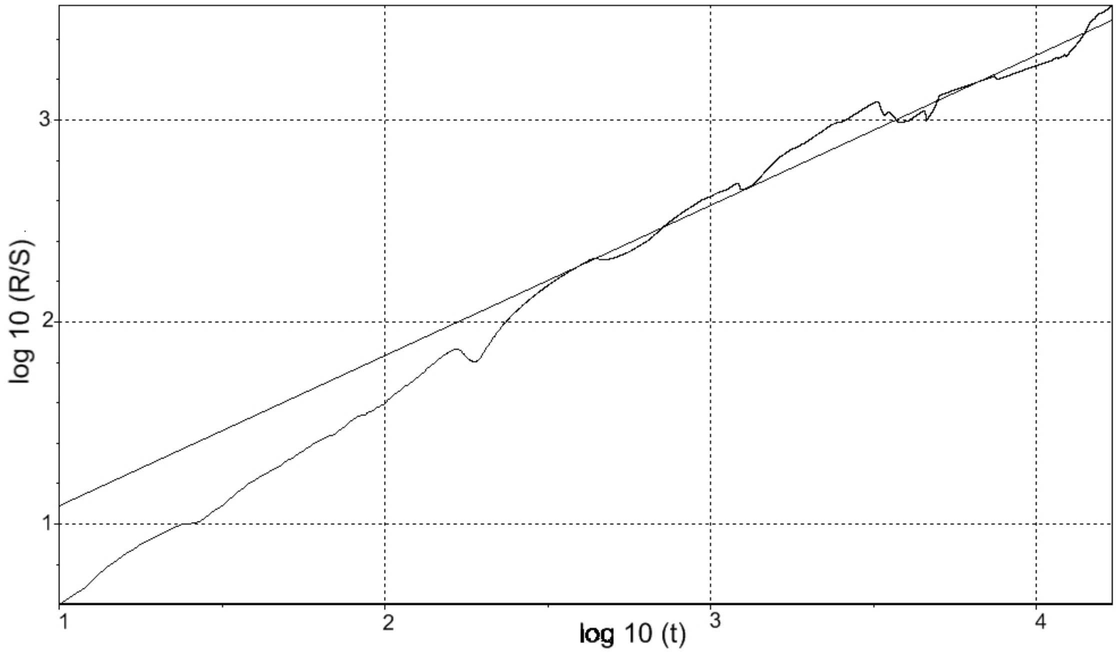


Рис. 4. Визначення показника Херста на основі аналізу часового ряду величини pH II-ї сатурації

На основі дослідження часового ряду величини pH II-ї сатурації показник Херста становить H=0.7446, при цьому фрактальна розмірність D=2-H=1.2554. Оптимальна затримка становить $\tau = 26$. Максимальна розмірність фазового простору складає 3.

Також показник Херста розраховано для часового ряду тиску сатураційного газу, який становить H=0.7148, при цьому фрактальна розмірність D=2-H=1.2852. Оптимальна затримка становить $\tau = 128$. Максимальна розмірність фазового простору складає 4. І для витрати соку - H=0.9846, D=2-H=0.1621, $\tau = 67$, розмірність фазового простору складає 5.

Оцінивши показник Херста можна з повною ймовірністю говорити про те що дані часові ряди, а відповідно і об'єкт управління, на якому вони отримані, є складною нелінійною динамічною системою. Реконструкцію атрактора проводимо в програмному середовищі Matlab.

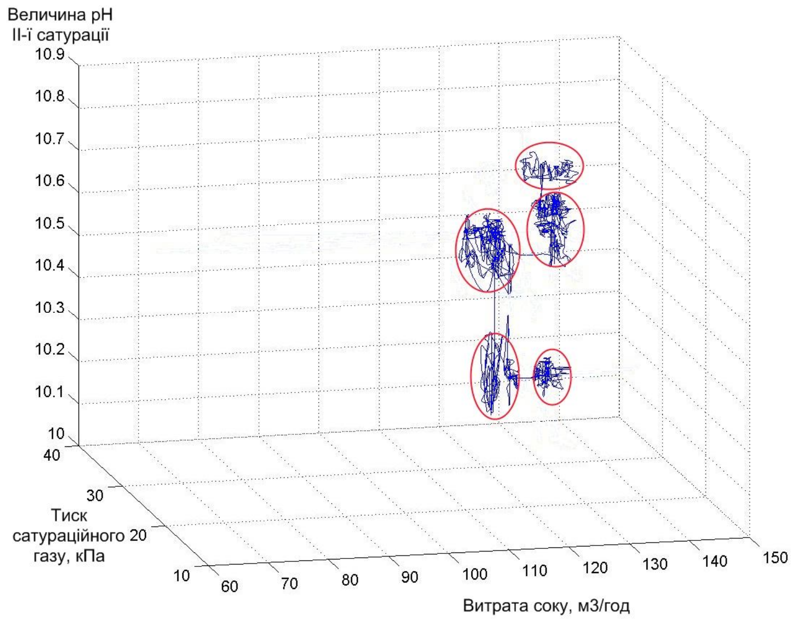


Рис. 5. Реконструйований фазовий портрет з областями притягання

На реконструйованому фазовому просторі чітко видно області протягування, атрактори динамічної системи, які зміщені до площин величини pH та тиску сатураційного газу.

Висновки:

1. У статті запропонована технологія реконструкції фазових портретів нелінійних динамічних систем.
2. Запропонована технологія застосовується для вирішення завдань моделювання складних систем. Отриманий результат задовольняє рішення, викладеним в [6].
3. Реконструйований фазовий портрет дозволяє судити про нелінійність системи і виділити атрактор з областями притягування, що характеризує граничний цикл траєкторії руху системи.
4. На підставі результатів можна побудувати модель системи (1), провести експериментальні дослідження з використанням історичних даних технологічного процесу, визначити показники динамічної системи.


1. Малинецкий Г. Г., Потапов А. Б. Современные проблемы нелинейной динамики. — М.: Эдиториал УРСС, 2000. — 336 с.
2. Takens F. Detecting strange attractors in turbulence // Lectures Notes in Mathematics.—Springer. — 1985. — P. 99–106.
3. Никульчев Е. В. Идентификация динамических систем на основе групп симметрий // Материалы межд. конф. молодых ученых по математическому моделированию и информационным технологиям. — Новосибирск: ИВТ СО РАН, 2002. — С. 33.
4. Волович М. Е. Программные средства и алгоритмы идентификации и исследования динамических систем по временным рядам // Информационные технологии в науке и образовании: Материалы 2-ой Межд. науч.–практ. конференции. — Шахты: ЮРГУЭС, 2001. — С. 44 – 46.
5. Шустер Г. Детерминированный хаос. — М.: Мир, 1988. — 240с.
6. Никульчев Е. В. Технология автоматизированного расчета параметров регулирования технологическими процессами // Промышленные АСУ и контроллеры. — 2001. — №11. — С. 23–26.