

УДК 681.324

Д.О.Кроніковський, А.П.Ладанюк  
 Національний університет харчових технологій

**ДОСЛІДЖЕННЯ СТІЙКОСТІ СИСТЕМ З ПІД- ТА ПІДД2ДЗ-РЕГУЛЯТОРАМИ**

*В роботі проведено дослідження стійкості систем з ПІД та ПІДД2ДЗ-регуляторами. Використано методологію запропоновану Ю.П. Ніколаєвим для ПІД-регуляторів, проте модифіковано для багатопараметричного ПІДД2ДЗ-регулятора. Проведено порівняльний аналіз стійкості систем з даними регуляторами при наявності великого часу запізнення.*

Ключові слова: ПІД та ПІДД2ДЗ-регулятори, структурна схема.

**Вступ**

Багатопараметричним регуляторам в останній час приділяється достатня увага зі сторони таких науковців як Шубладзе А.М., Шубладзе А.А, Гуляев С.В., Солдатов В.В. та ін. До багатопараметричних регуляторів можемо віднести ПІ, ПІД, ПІДД2, ПІДД2ДЗ, а також нейромережні та нечіткі регулятори. Зупинимо увагу на порівнянні двох регуляторів: ПІД та ПІДД2ДЗ, зокрема на проблемі стійкості систем з даними регуляторами. Такий підхід має значну практичну користь, адже сучасні системи вимагають як високої якості, так і надійності.

**Постановка проблеми**

Проблематика дослідження стійкості систем з ПІД-регулятором розглядали Ніколаєв Ю.П., Askermann J., Kaesbauer D та інші науковці. Проте, аналіз проводився з використанням ПІ та ПІД-регуляторів. Відомо, що багатопараметричні регулятори(ПІДД2 та ПІДД2ДЗ) для певних об'єктів здатні забезпечити значно вищі якісні показники керування, однак мало уваги приділялося питанню стійкості систем з даними регуляторами. Саме ця проблематика буде ключовою в даній статті.

**Результати дослідження**

Для дослідження використано об'єкт третього порядку, що містить в собі інтегральну ланку та ланку запізнення( $k=0.25$ ,  $T=56с$ ,  $\tau_{zn}=15с$ ).

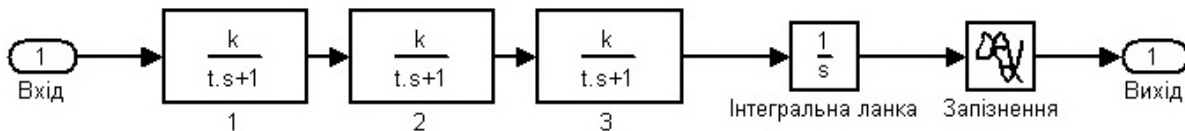


Рис. 1. Структурна схема об'єкта

Моделювання системи відбувалося з використанням програмного пакету MatLab, зокрема середовища Simulink. Було створено два регулятори, зображення структури яких наведено на рис.2:

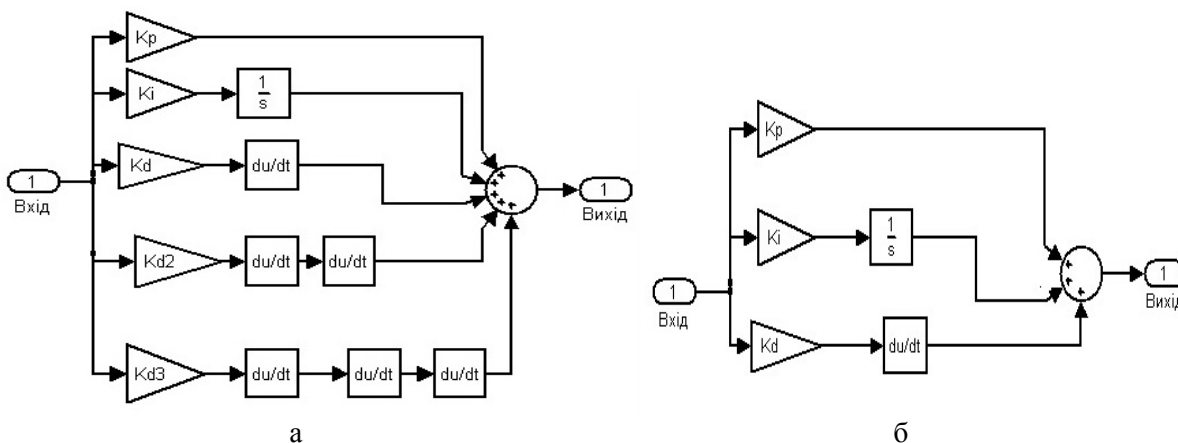


Рис.2. Структурні схеми ПІД(а) та ПІДД2ДЗ(б) регуляторів

Найпоширенішими алгоритмами пошуку та оптимізації вибраних регуляторів є:

- Нелдера-Міда.
- Сіткового пошуку.
- Генетичний(OptimaMGA).
- NCD-оптимізація.

Оскільки алгоритм NCD є в бібліотеці Simulink, то був обраний саме він. Результати моделювання перехідних процесів зображені на рис. 3:

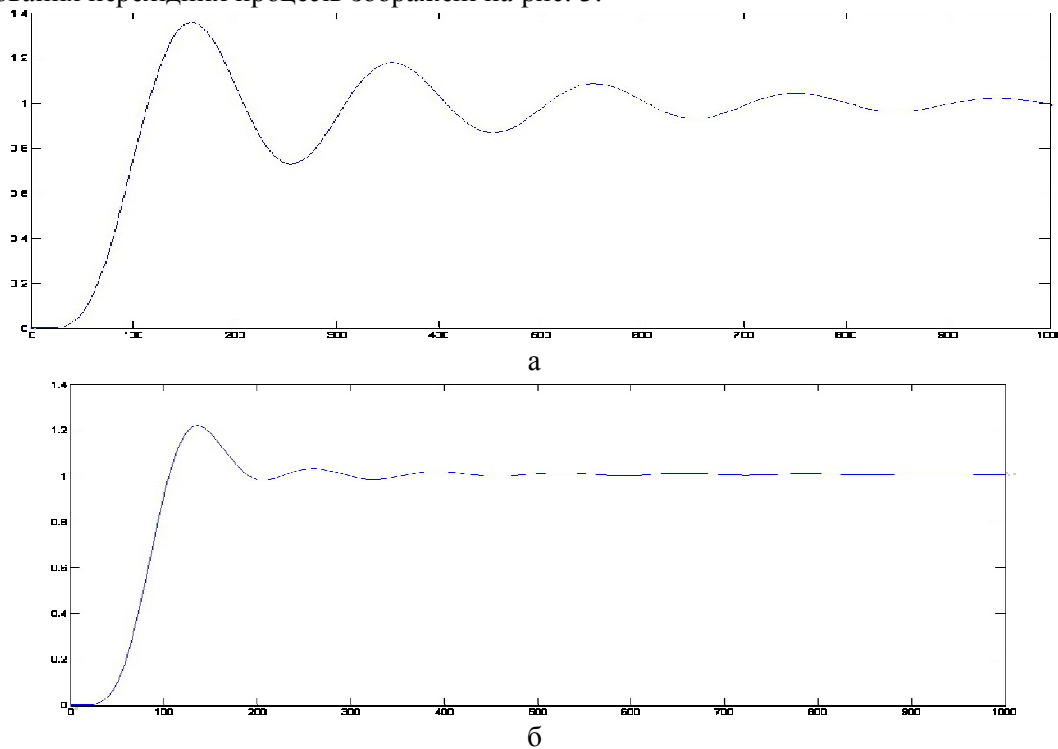


Рис. 3. Перехідні процеси з ПД(а) та ПДД2ДЗ(б) регуляторами

Як свідчать дані рис. 3, багатопараметричний регулятор у порівнянні з ПД-регулятором має помітно меншу площу під перехідним процесом, а також динамічну помилку регулювання, при цьому час регулювання стає меншим. Розглянемо стійкість замкненої системи з ПД та ПДД2ДЗ регуляторами за умови відсутності шумів на основі частотних характеристик системи. Зробимо аналіз переваг та недоліків якісних характеристик системи з багатопараметричним регулятором в порівнянні з ПД-регулятором. Розглядаючи діаграму Бодє (рис.4.) очевидно, що ПДД2ДЗ-регулятор має більшу асимптотичну приналежність, що вказує на більшу чутливість системи, а стрімкіший скат годографа означає більш високу швидкодію в порівнянні з ПД-регулятором.

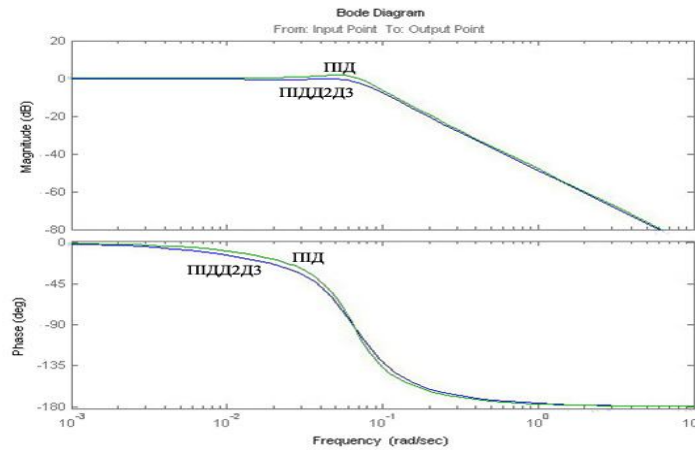


Рис. 4. Діаграма Бode

Доповненням до діаграми Бode слугує карта розміщення нулів та полюсів. Рис.5 свідчить, що розміщення ПДД2Д3 в лівій півплощині та правіше системи з ПД-регулятором попередньо вказує на більший запас стійкості.

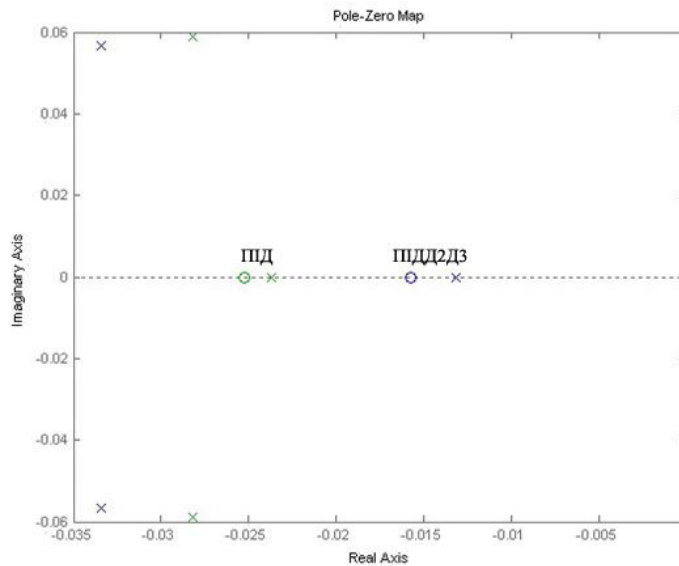


Рис. 5. Карта розміщення нулів та полюсів

Порівняльний аналіз стійкості систем з різними регуляторами доцільно робити за допомогою критерію Найквіста. В роботі [8] пропонується в структурну схему досліджуваної системи додати тестову ланку  $Aexr(-j\omega)$ , щоб зробити даний метод більш зручним для практичних впроваджень систем з ПД-регуляторами. Нами пропонується використати дану ідею, проте для проведення порівняльного аналізу однакових об'єктів з різними регуляторами (ПД та ПДД2Д3). Варто зазначити, що даний метод можливо використовувати, як для «простих» годографів Найквіста, так і для «складних», тобто таких, що мають складну форму (кількакратний перетин від'ємної реальної осі або одиничної окружності).

В роботі [8] пропонується на площині ПД та ПДД2Д3 параметрів проаналізувати криву, для всіх точок якої частота зрізу є постійною величиною. Використання методу ускладнюється наявністю поліному в чисельнику передаточної функції об'єкта. Цю проблему пропонують коригувати представивши передаточну функцію розімкненої системи таким чином:

$$L_{ПД}(s) = \frac{k_1 + k_p s + k_D s^2}{Q(s)} \quad (1)$$

$$L_{\text{ПДД2Д3}}(s) = \frac{k_1 + k_p s + k_D s^2 + k_{D2} s^3 + k_{D3} s^4}{Q(s)}, \quad (2)$$

$$Q(s) = \frac{sd(s)}{c(s)} = \frac{s(d_0 + d_1 s + \dots + d_{n-1} s^{n-1})}{c + c_1 s + \dots + c_{m-2} s^{m-2}}, \quad (3)$$

$L(s)$ -передаточна функція розімкненої системи;

$Q(s)$ -перетворена передаточна функція об'єкта;

$d(s)$ ,  $c(s)$  – знаменник та чисельник передаточної функції об'єкта відповідно.

При цьому в чисельнику(1,2) після перетворення залишиться лише один поліном  $k(s) = k_1 + k_p s + k_D s^2$  для ПД та  $k(s) = k_1 + k_p s + k_D s^2 + k_{D2} s^3 + k_{D3} s^4$ .

Для подальшого аналізу було створено дві системи з однаковим об'єктом та аналізованими регуляторами(рис.1,2).

Першим кроком було знайдено оптимальні настройки для обох регуляторів за допомогою алгоритму NCD-оптимізації. Після цього за методом Шейні пропонується попарно розбивати площини згідно до кількості параметрів регулятора, тобто для ПД:  $k_p$  та  $k_i$ ;  $k_p$  та  $k_D$ ;  $k_i$  та  $k_D$ , і відповідно для ПДД2Д3:  $k_p$  та  $k_i$ ;  $k_p$  та  $k_D$ ;  $k_p$  та  $k_{D2}$ ;  $k_p$  та  $k_{D3}$ ;  $k_i$  та  $k_D$ ;  $k_i$  та  $k_{D2}$ ;  $k_i$  та  $k_{D3}$ ;  $k_D$  та  $k_{D2}$ ;  $k_D$  та  $k_{D3}$ . Однак за великої кількості пар та подальшої складної процедури імплікації цей метод є важким в реалізації, тому доцільно піти на спрощення та використати прийом запропонований Ніколаєвим Ю.П.[8] та «заморозити» Д, Д2 та Д3 складові. При цьому для розрахунків підставити попередньо знайдені оптимальні параметри цих складових. Така операція значно спростить алгоритм та врахує на  $k_p/k_i$ -площині вплив Д, Д2 та Д3 параметрів на стійкість системи.

Таким чином, геометричним місцем точок на  $k_p/k_i$ -площині буде еліпс:

-для ПД:

$$\frac{(k_i - k_D w^2)^2}{R_0^2} + \frac{k_p^2}{R_1^2} = 1, \quad (4)$$

-для ПДД2Д3:

$$\frac{(k_i - k_D w^2 + k_{D2} w^3 - k_{D3} w^4)^2}{R_0^2} + \frac{k_p^2}{R_1^2} = 1. \quad (5)$$

Радіуси напіввісей еліпса знаходимо з формул(6,7):

$$R_0^2 = \text{Re}^2 Q(jw) + \text{Im}^2 Q(jw), \quad (6)$$

$$R_1^2 = \frac{R_0^2}{w^2}. \quad (7)$$

При переході до одиничного критичного кола  $|L(jw)|=1$  на основі формул (4,5,6,7) маємо:

-для ПД:

$$\frac{\sqrt{(k_i - k_D w^2)^2 + k_p^2 w^2}}{\sqrt{\text{Re}^2 Q(jw) + \text{Im}^2 Q(jw)}} = 1; \quad (8)$$

-для ПДД2Д3:

$$\frac{\sqrt{(k_i - k_D w^2 + k_{D2} w^3 - k_{D3} w^4)^2 + k_p^2 w^2}}{\sqrt{\text{Re}^2 Q(jw) + \text{Im}^2 Q(jw)}} = 1. \quad (9)$$

Сформувавши необхідні дані побудуємо ці еліпси на  $k_p/k_i$ -площині(рис.6):

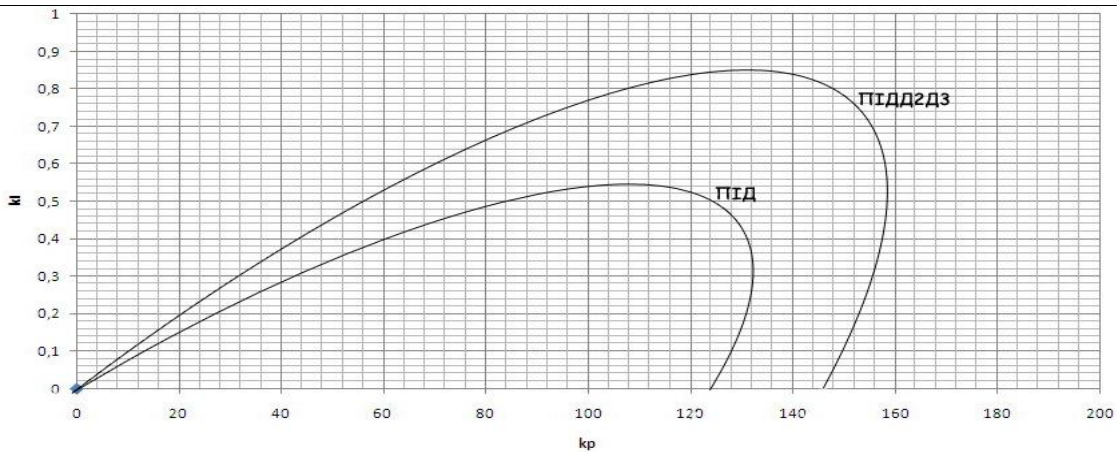


Рис.6. Критичні еліпси для ПІД- та ПІДД2ДЗ-регуляторів

Як свідчать еліпси на рис.6. ПІД-регулятор охоплює меншу площу ніж ПІДД2ДЗ, що вказує на те, що стійкість створеної з багатопараметричним регулятором системи є більшою ніж аналогічна система з використанням ПІД-регулятора.

Однією з характеристик складних технологічних об'єктів є час запізнювання, який може мати як ємнісну, так і транспортну складову. Негативний вплив запізнення полягає в тому, що система автоматизації втрачає іманентність реального часу. Тобто, регулятор, виробляючи управління повинен чекати певний час для того, щоб зворотній зв'язок передав реакцію об'єкта на дане управління. Для усунення даного ефекту використовують предиктори (прогнозатори), такі як Ресквіка та Сміта. Якщо система автоматичного управління не має предикторів, то за певного співвідношення часу запізнення та сталої часу об'єкта, система втрачає спочатку якісні характеристики (збільшується динамічна похибка, час регулювання, ступінь затухання і т.д.) і за критичної межі система взагалі втрачає стійкість. Для дослідження цього впливу було вибрано об'єкт 2-го порядку з  $T_1=35c$  і  $T_2=20c$  з ПІД і ПІДД2ДЗ-регуляторами та час запізнення в діапазоні  $\tau_{zp} [10;100]$  (табл.1 та табл.2).

Таблиця 1

Залежність ступеня затухання від часу запізнення системи з ПІД та ПІДД2ДЗ-регуляторами.

Зап.,с \ $\Psi$	10	15	20	25	30	35	40	45	50	60	65	70	75	80	85	90	95	100
ПІД	0,95	0,93	0,9	0,87	0,82	0,77	0,68	0,6	0,51	0,4	0,25	0,11	0,05	0,02	а/к	н/с	н/с	н/с
ПІДД2ДЗ	0,99	0,97	0,95	0,92	0,89	0,85	0,81	0,75	0,7	0,62	0,56	0,45	0,38	0,24	0,16	0,08	0,02	а/к

Наведені в таблиці позначення : а/к-автоколивальний процес, н/с-нестійка система.

Таблиця 2

Залежність динамічної похибки від часу запізнення системи з ПІД та ПІДД2ДЗ регуляторами.

Час зап, с \ $A_1$	10	15	20	25	30	35	40	45	50	60	65	70	75	80
ПІД	1,05	1,07	1,1	1,13	1,18	1,23	1,32	1,4	1,49	1,6	1,75	1,89	1,95	2
ПІДД2ДЗ	1,01	1,03	1,05	1,08	1,11	1,15	1,19	1,25	1,3	1,38	1,44	1,55	1,62	1,7

Отже, як видно час запізнення негативно впливає на процес регулювання і система за відношення  $\tau_{zp}/T=2$  втрачає стійкість переходячи в режим автоколивань, а при ще збільшенні – йде «в рознос».

Проте варто відмітити, що система з багатопараметричним регулятором є менш чутливою до часу запізнення, тобто проявляє кращу стійкість у порівнянні з системою з ПІД-регулятором.

## Висновки

В роботі запропоновано порівняльну характеристику стійкості експериментальних систем з використанням ПД та ПДД2Д3-регуляторів. Був використаний новий підхід, що передбачав поєднання класичного методу годографу Найквіста та оцінки впливу всіх складових регулятора на площині лише двох з них. Наведені результати порівняльного аналізу впливу часу запізнення на стійкість систем, зокрема на ступінь затухання коливань та динамічну похибку. В усіх проведених дослідженнях системи з багатопараметричними ПДД2Д3 виявили більшу стійкість.

1. Ho M., Datta A., Bhattacharyya S. A linear programming characterization of all stabilizing PID controllers // Proc. Amer. Control Conf.- 1997.- P. 3922-3928.- Albuquerque, NM: IEEE.
2. Ackermann J., Kaesbauer D. Stateblle Polyhedra in parameter Space // Automatica.- 2003.- V. 39. P.- 937-943.
3. Cook R.P. Gain and Phase Boundary Routine for Two-Loop Feedback System // IEEE Trans. Automat. Control. 1966.- V. 11.- №3.- P. 573-577.
4. Chang C.H., Han K.W., Gain Margins and Phase Margins for Control System with Adjustable Parameters // J. Guidance control Dynamics.- 1990.- С.13.- №3.- P.404-408.
5. Бимбиреков Б.Л. Определение параметров регулятора дл линейной системы по частотным критериям // АиТ.- 1993.- №5.- С. 3-10.
6. Stenton A.T., Shafier Z. Relative Stability for Control System with Adjustable Parameters // J. Guidance control Dynamics.- 1994.- С.17.- №2.- P.304-310.
7. Солдатов В.В., Жиров М.В., Шаховской А.В. Приборы и средства автоматизации // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика.- 2002.- №6.- С. 19-24.
8. Николаев Ю.П. Построение и стратификация областей устойчивости линейных динамических систем с ПИД-регуляторами // АиТ.- 2007.- №8.- С. 180-190.