

УДК 621.881

О.Ф.Гордєєв, Р.М. Полінкевич.

Луцький національний технічний університет

**АВТОМАТИЗОВАНЕ ПРОГНОЗУВАННЯ НАДІЙНОСТІ З'ЄДНАНЬ ТА ВУЗЛІВ
МЕТАЛОРИЗАЛЬНИХ ВЕРСТАТІВ МЕТОДОМ СТАТИСТИЧНИХ ВИПРОБУВАНЬ**

Розглянутий метод статистичних випробувань та представлена розроблена програма для автоматизованого прогнозування надійності з'єднань та вузлів металорізальних верстатів.

Ключові слова: *прогнозування, випробування, шпиндель.*

Метод статистичних випробувань (метод Монте-Карло) – це числовий метод математичного моделювання випадкових величин, який передбачає безпосереднє включення випадкового фактора в процес моделювання і є його істотним елементом. Вплив випадкових факторів на систему моделюється за допомогою випадкових чисел. Результатом моделювання є випадкові процеси або величини, які характеризують систему, що моделюється. Щоб їх імовірнісні характеристики (імовірність деяких подій, математичне сподівання, дисперсія випадкових величин, імовірності попадання випадкової величини в задану область та ін.) співпадали з аналогічними параметрами реальної системи або процесу під час моделювання потрібно отримати велику кількість реалізацій випадкових величин або процесів. Таким чином, метод полягає в багатократному проведенні випробувань побудованої імовірнісної моделі і подальшій статистичній обробці результатів моделювання з метою визначення шуканих характеристик розглядуваного процесу у вигляді оцінок його параметрів. Точність оцінок цих параметрів визначає ступінь наближення розв'язку задачі до імовірнісних характеристик.

На практиці метод статистичних випробувань доцільно використовувати в таких випадках, коли:

- 1) розв'язувати задачу цим методом простіше, ніж будь-яким іншим;
- 2) досліджується система, функціонування якої визначається багатьма імовірнісними параметрами елементарних явищ;
- 3) важко або неможливо побудувати аналітичну імовірнісну модель системи.

Важливою властивістю цього методу є те, що для звичайних числових методів обсяг обчислень зростає в разі збільшення розмірності задачі приблизно як показникова функція розмірності задачі, а для методу статистичних випробувань — лише як лінійна функція розмірності.

Незалежно від типу досліджуваної моделі системи, застосовуючи метод статистичних випробувань, необхідно виконати такі кроки.

1. Визначити, що являтиме собою кожне випробування і зазначити, яке випробування буде успішним, а яке – ні.
2. Обчислити кількість випробувань, які необхідно провести, щоб отримати результати із заданою точністю, і провести ці випробування.
3. Виконати статистичну обробку результатів випробувань та обчислити оцінки необхідних статистичних характеристик.
4. Проаналізувати точність отриманих статистичних характеристик.

Така послідовність кроків є обов'язковою під час розв'язування будь-якої задачі за допомогою методу статистичних випробувань. Однак конкретний зміст цих кроків залежить від поставленого завдання та типу досліджуваної системи. У цьому разі метод завжди потребує використання генераторів випадкових чисел із заданим законом розподілу.

У методі статистичних випробувань особливе значення відіграють випадкові числа, рівномірно розподілені в інтервалі $[0, 1]$. Найважливіша їх властивість полягає в тому, що за їх допомогою можна отримати вибіркові значення, які мають будь-який інший розподіл, або промодельовати випадковий процес з різними статистичними властивостями.

Отже, для використання методу статистичних випробувань необхідні певні можливості, а саме:

- генерувати випадкові числа, рівномірно розподілені в інтервалі $[0, 1]$;
- описувати модельовані випадкові явища функціями розподілу ймовірностей та імовірнісними процесами;

- мати методи отримання випадкових величин функцій розподілу ймовірностей (дискретних і неперервних), які базуються на випадкових числах, рівномірно розподілених у інтервалі $[0, 1]$;

- оцінювати статистичні характеристики випадкових величин з отриманих за допомогою методу статистичних випробувань чисел вибіркової послідовності;

- визначати точність отриманих статистичних оцінок як функцій від числа випробувань.

Випадкові числа, рівномірно розподілені в інтервалі $[0, 1]$, мають дві основні властивості:

Якщо r_i ($i = 1, 2, 3, \dots$) – випадкові числа, рівномірно розподілені в інтервалі $[0, 1]$, то їх кумулятивний розподіл F (за визначенням $F(a) = P_i(r_i < a)$), задовольняє співвідношенням:

$$F(r_i) = \begin{cases} r_i, & 0 \leq r_i \leq 1, \forall i, \\ 0, & r_i < 0, \forall i, \\ 1, & r_i > 1, \forall i. \end{cases}$$

Слід зауважити, що теоретично ці випадкові числа повинні бути вибірковою значеннями неперервної величини з функцією щільності, визначеною

$$f(r_i) = \begin{cases} 1, & 0 \leq r_i \leq 1, \\ 0, & \text{інакше.} \end{cases}$$

Насправді ж під час комп'ютерного моделювання використовуються тільки дискретні значення, в яких після десяткової коми є фіксована кількість десяткових знаків.

Випадкові числа r_1, r_2, \dots, r_n є незалежними, якщо їх сумісний кумулятивний розподіл G можна подати як добуток окремих функцій розподілу:

$$G(r_1, r_2, \dots, r_n) = F(r_1)F(r_2)\dots F(r_n),$$

або, враховуючи, що n випадкових чисел мають однакові розподіли, можна записати:

$$G(r_1, r_2, \dots, r_n) = F^n(r).$$

Генерування випадкових чисел, рівномірно розподілених у інтервалі $[0, 1]$, підтримується практично усіма комп'ютерними системами програмування, наприклад в Object Pascal для цього є стандартна процедура `Random`.

За допомогою методу статистичних випробувань можна обчислити будь-які характеристики випадкових величин і процесів. Крім того, цей метод можна застосовувати для розв'язування не тільки імовірнісних, а й детермінованих задач. Але під час його застосування слід пам'ятати, що для отримання результату з наперед заданою точністю необхідно провести велику кількість випробувань, для чого потрібні довгі послідовності випадкових чисел.

Без комп'ютера використання випадкових чисел, передбачене методом статистичних випробувань, не має сенсу, тому генератори випадкових чисел повинні бути безпосередньо з'єднані з комп'ютером. Це можна зробити за допомогою апаратних приставок до комп'ютера (апаратні методи) або спеціальних програм (програмні методи). Генерування випадкових чисел, рівномірно розподілених у інтервалі $[0, 1]$, підтримується практично усіма комп'ютерними системами програмування, наприклад в Object Pascal для цього є стандартна процедура `Random`. Крім того, під час моделювання можна використати готові таблиці випадкових чисел, які слід розміщати в пам'яті комп'ютера або на зовнішньому накопичуванні.

Для прогнозування параметричної надійності (ППН) із врахуванням тільки конструкторсько-технологічного аспекту розроблено процедуру STAMOD розрахунків імовірнісних характеристик шпindelних вузлів, з'єднаних з натягом і підшипників ковзання методом статистичних прогонів, яка використовує вхідні дані розрахунків, які обираються згідно моделі вузла із текстового файлу з розширенням «.txt». Робочі вікна цих процедур наведені на рисунках відповідно.

На рис. 1 надано робоче вікно програми STAMOD для розрахунку параметричної надійності двохопороного шпінделя.

На рис. 1-7 надані результати роботи процедури STAMOD у вигляді гістограм розподілу та імовірнісних інтервальних характеристик статичної жорсткості і коефіцієнту демпфування, які обчислюються за звісною методикою статистичного аналізу [1, 2, 3, 4, 5], на рис. 8-10 – теж саме

для запасу міцності зчеплення з'єднання з натягом. Розрахунки виконувалися для розрахунку двохопорного шпинделя і з'єднання з натягом за процедурою STAMOD при 400 прогонах із симетричним 5% відхиленням деяких параметрів шпинделя за нормальним законом розподілу. Процедура STAMOD має можливість викликання інструкції по уведенню вхідних даних розрахунку, редагувати дані. Програма працює у двох основних режимах: побудова гістограм і полігонів розподілу за заданим законом і заданим і відхиленнями параметрів X об'єкту; побудова інтервальних графіків на заданому рівні достовірності при зміні в заданому діапазоні одного із параметрів X, при цьому виводяться графіки: Y_{cp} – середнє значення характеристики, Y_{min} – мінімальне значення характеристики, Y_{max} – максимальне значення характеристики, $DovY_{min}$ – нижча границя довірчого інтервалу, $DovY_{max}$ – верхня границя довірчого інтервалу.

Програма STAMOD забезпечує отримання інструкції по уведенню вхідних даних (рис. 1).

Програма STAMOD надає можливість зберігати протокол роботи з нею у файлі Protocol.txt, в який копіюється зміст компоненту Memo1, який розташований справу на закладці «Процедура» (див. рис. 1).

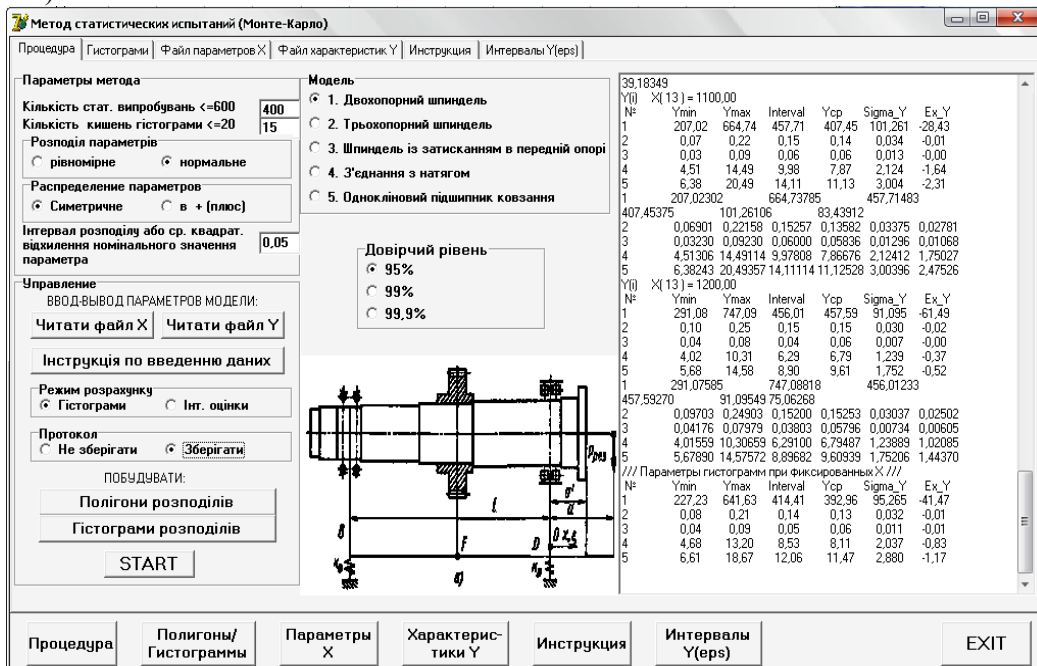


Рис. 1. Головне робоче вікно програми STAMOD уведення вхідних даних для розрахунку двохопорного шпинделя

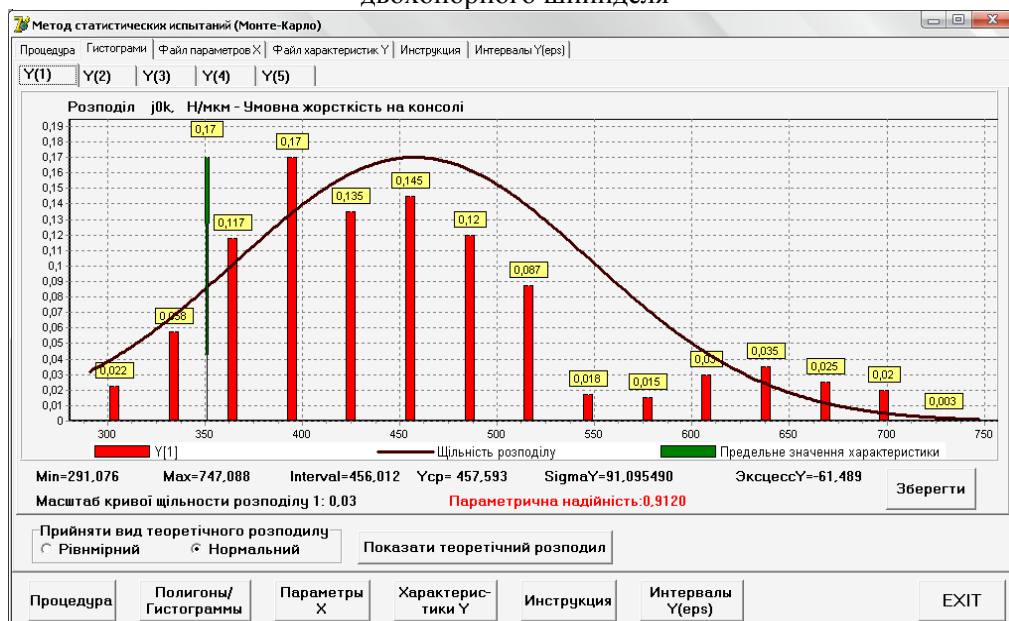


Рис. 2. Гістограма і крива щільності нормального розподілу умовної жорсткості шпинделя на консолі, Н·мкм⁻¹

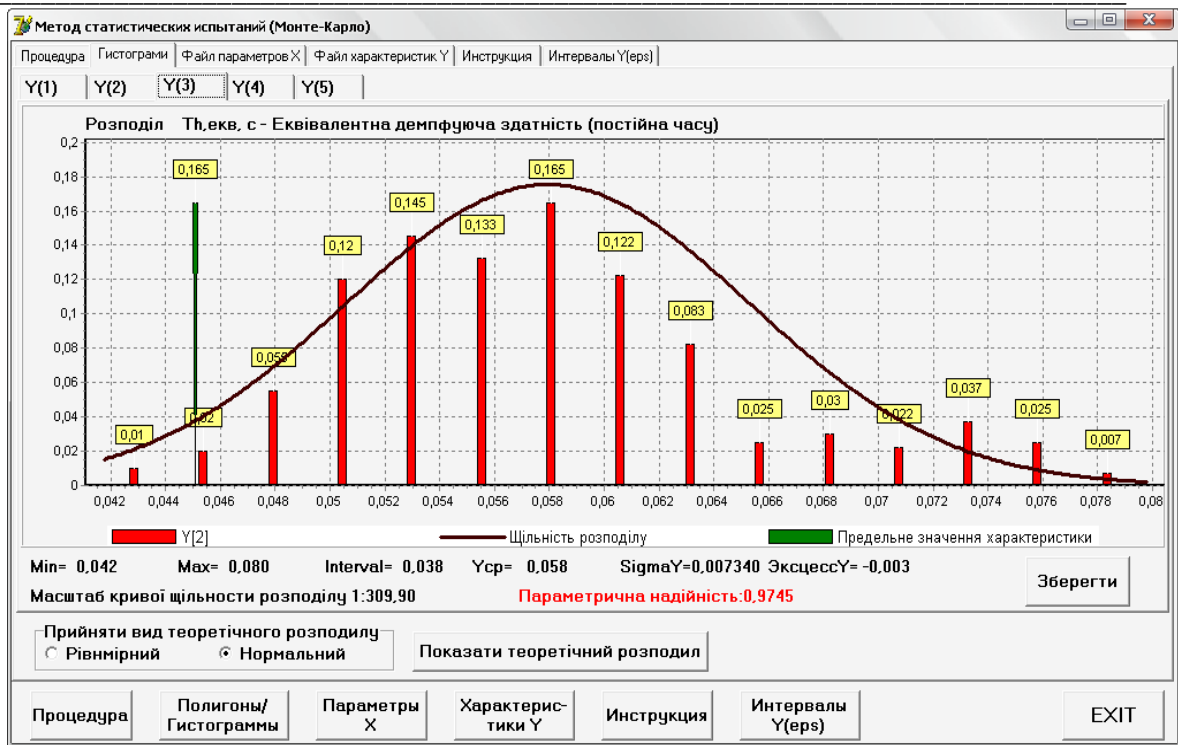


Рис. 3. Гістограма і крива щільності нормального розподілу еквівалентної демпфуючої здатності, с

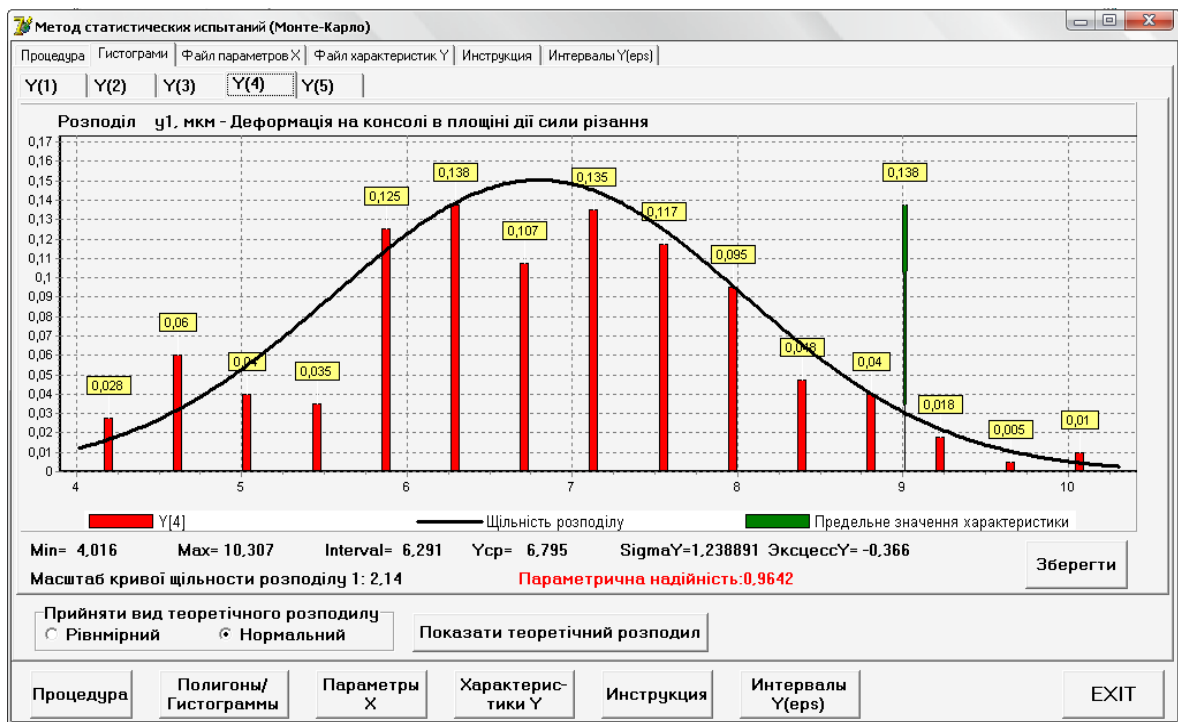


Рис. 4. Гістограма і крива щільності нормального розподілу деформації на консолі шпинделя в площині дії сили різання, мкм

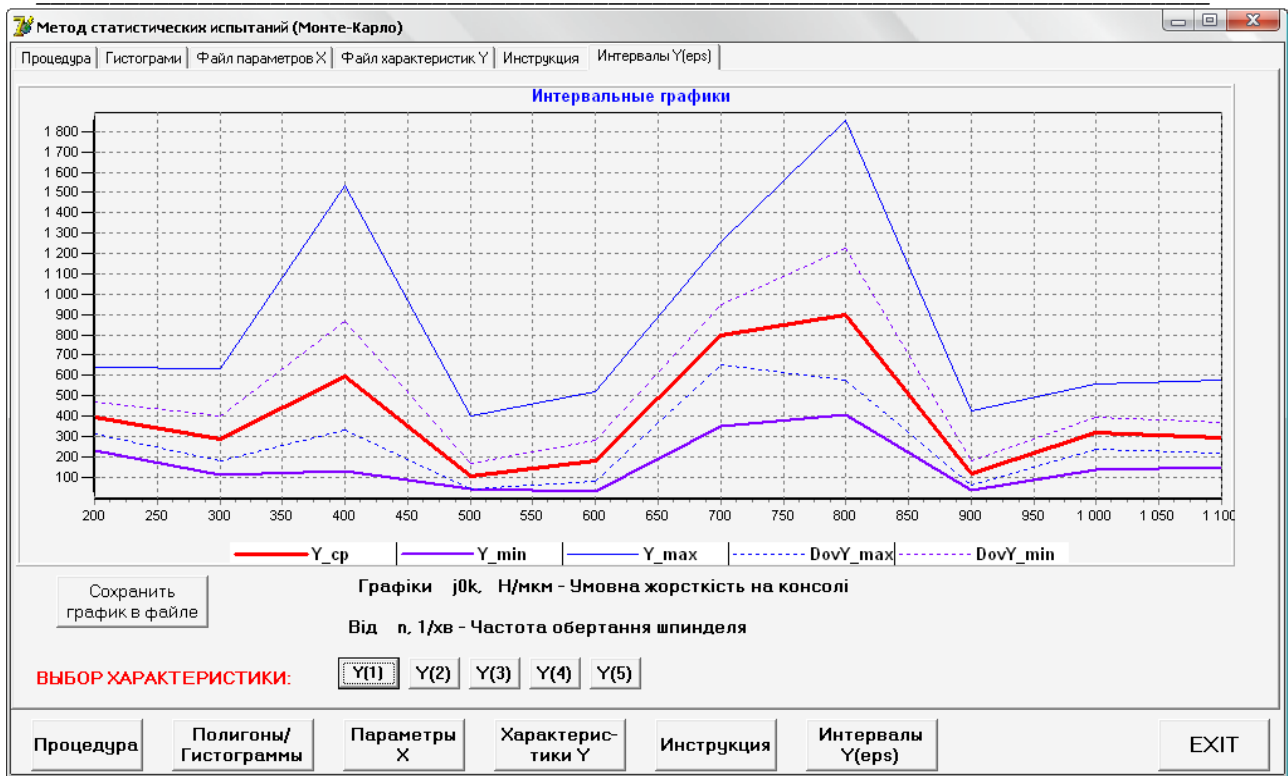


Рис. 5. Интервальные графики для условной жорсткості шпинделя на консолі, Н·мкм⁻¹

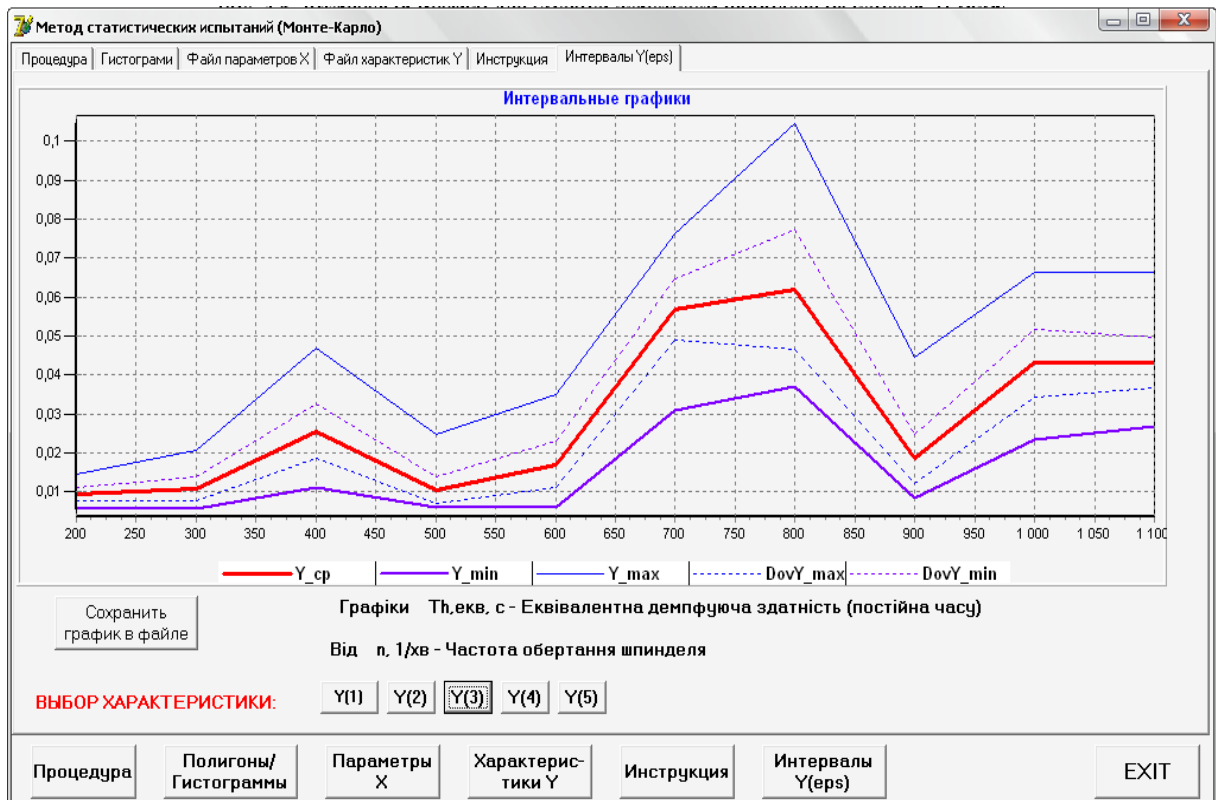


Рис. 6. Интервальные графики для эквивалентной демпфующей способности, с

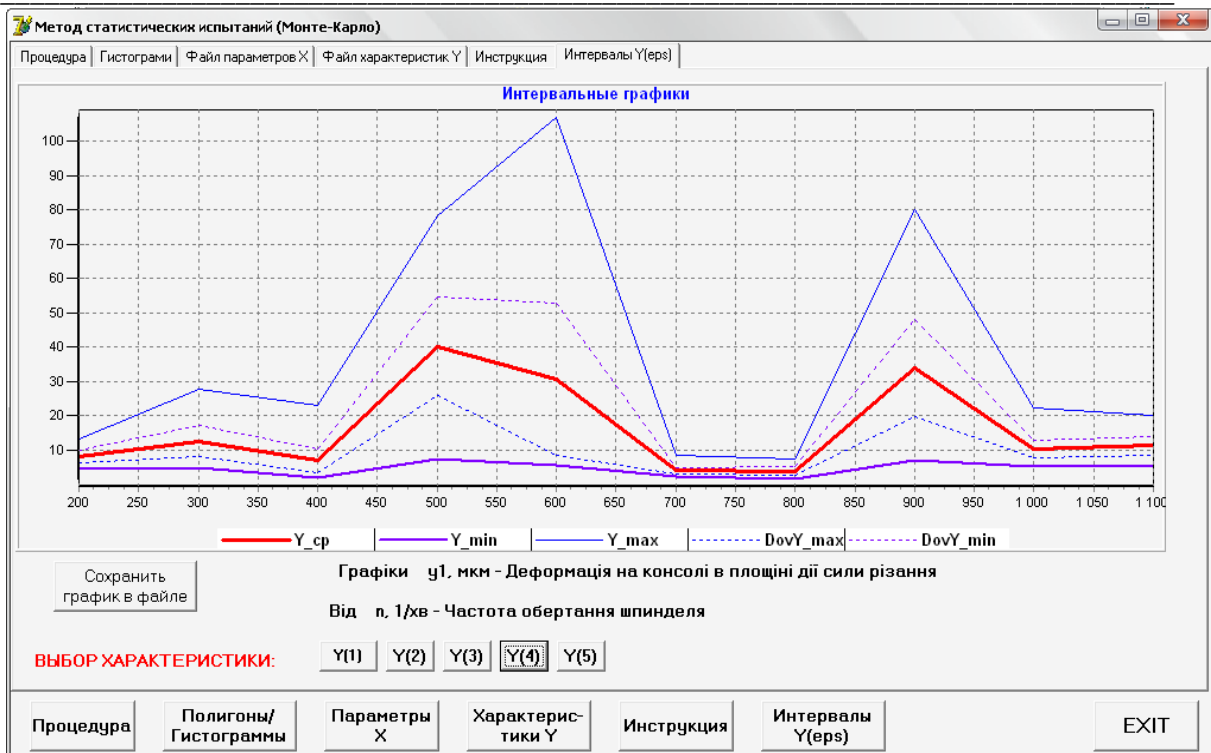


Рис. 7. Інтервальні графіки для деформації на консолі шпинделя в площині дії сили різання, мкм

Y(i)	X(4)	912,64812	269,73091	222,25827
1	0,45065	1,15968	0,70902	0,74275
2	1,59661	2,54228	0,94567	2,10926
3	51,86518	82,58484	30,71966	63,14705
4	228,14201	363,27014	135,12813	
5	277,76813	28,35736	23,36646	
1	0,39133	1,40597	1,01465	0,86581
2	1,32580	2,48660	1,16080	1,68411
3	53,02656	99,45365	46,42709	79,77201
4	233,25062	437,47180	204,22118	
5	350,89718	46,21819	38,08379	
1	0,55113	1,41113	1,13751	0,85984
2	1,99822	2,05705	1,16912	1,26384
3	63,22242	100,70540	46,50125	85,50125
4	277,76813	363,27014	135,12813	
5	277,76813	28,35736	23,36646	
1	0,10685	5,97774	4,90921	3,28616
2	0,55589	1,71323	1,15734	0,92711
3	76,96338	237,19926	160,23587	155,61216
4	43,04157	35,46625	1043,38038	704,83765
5	684,49907	189,32914	156,00721	
1	0,13913	3,8614	7,50665	6,11527
2	4,17417	1,7946	1,80211	1,888
3	4174,17946	1802,11888	1484,94596	
4	363,61664	46,83293	38,59033	
5	1230,56213	3362,28298	2131,72085	
1	2119,57672	468,48078	386,02816	

Рис. 8. Головне робоче вікно програми STAMOD введення вхідних даних для розрахунку з'єднання з натягом

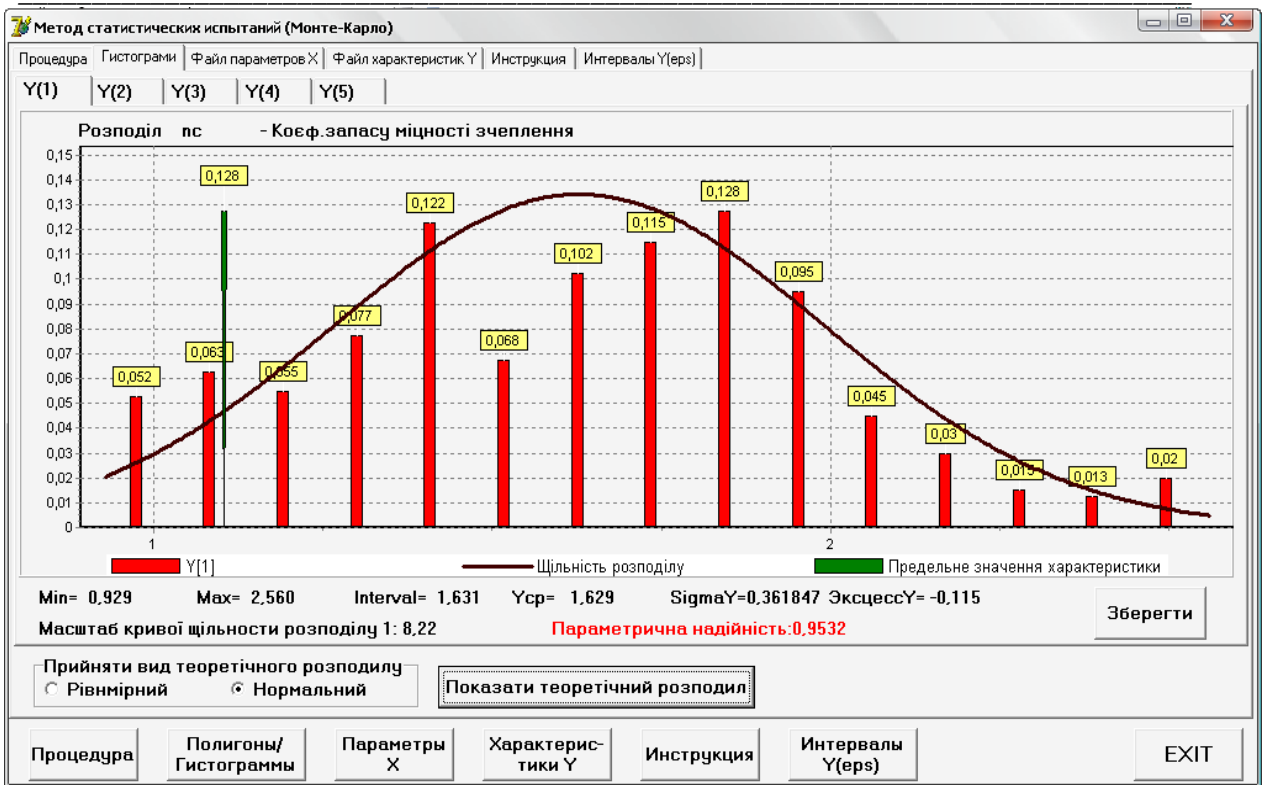


Рис. 9. Гістограма і крива щільності нормального розподілу коефіцієнту запасу по міцності зчеплення

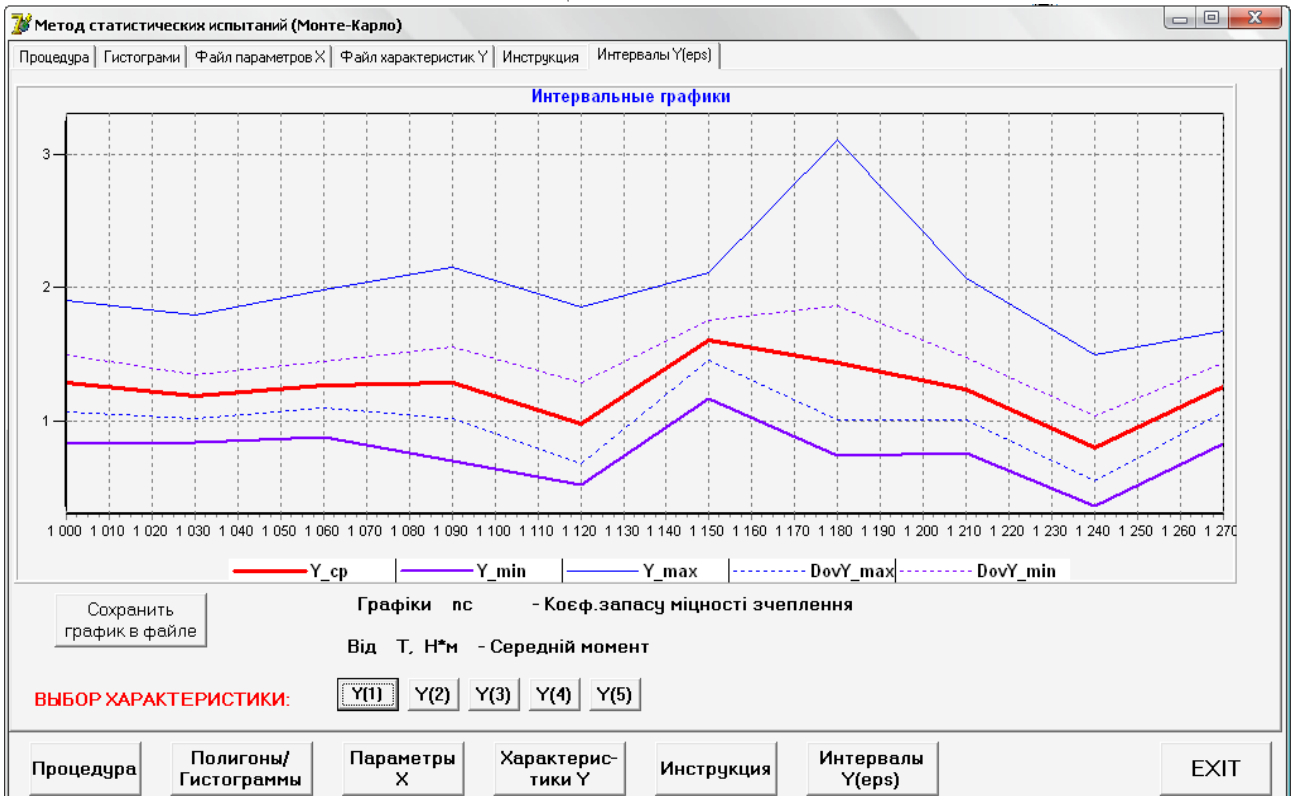


Рис. 10. Інтервальні графіки для коефіцієнту запасу по міцності зчеплення

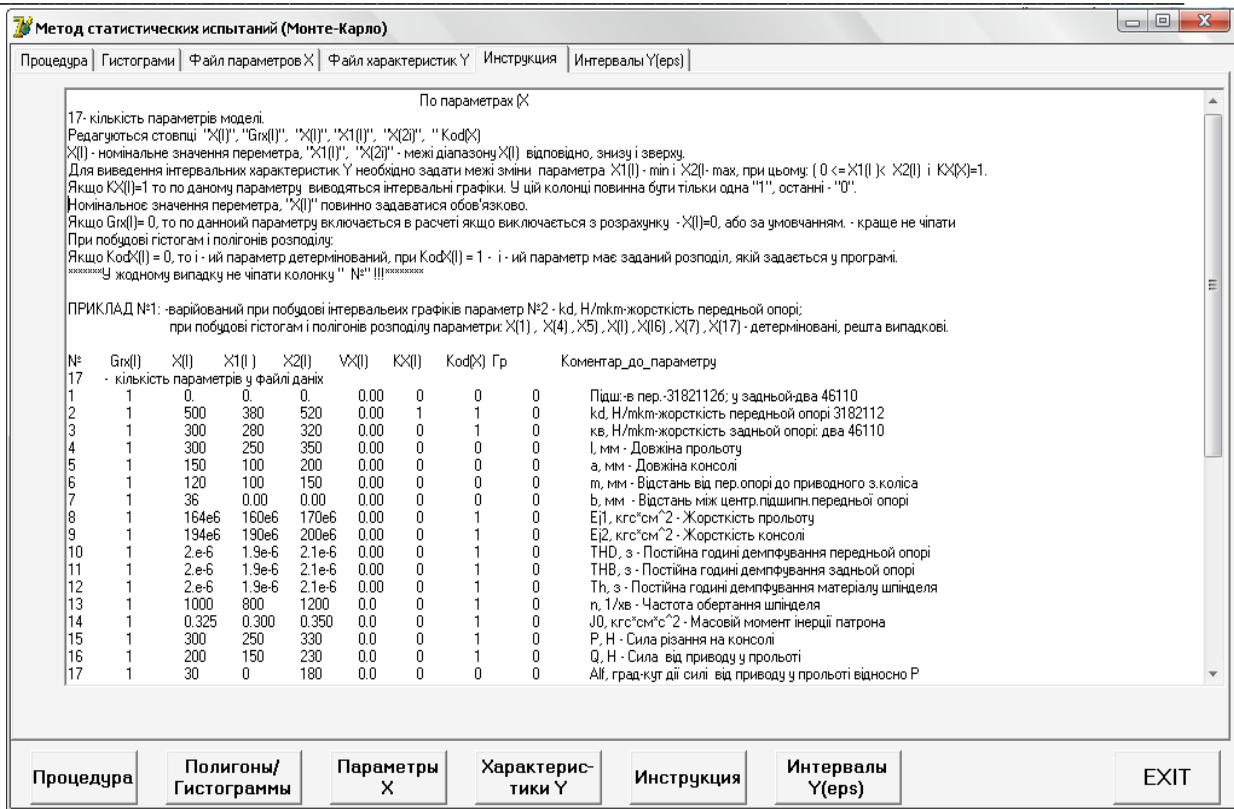


Рис. 11. Вікно інструкції по уведенню даних

При побудові загальної моделі прогнозування приймемо наступні припущення й міркування, які є характерними:

- 1) прогноз виконується тільки методом статистичного моделювання, оскільки моделі об'єктів прогнозу не можна уявити в аналітичному вигляді;
- 2) розподіл кожного із параметрів x_i ММ об'єкту є незалежним;
- 3) раптові відмови мають рівні інтенсивності λ для усіх параметрів x_i ММ об'єкту, тобто раптова відмова відноситься до усього об'єкту в цілому;
- 4) імовірність $P_p(t)$ раптових відмов підкоряється пуассонівському закону розподілу з інтенсивністю λ ;
- 5) імовірність $P_n(t)$ поступових відмов обчислюються для усього об'єкту в цілому;
- 5) тренди окремих параметрів x_i у часі t є лінійними і незалежними.

У цих умовах імовірність безвідмовної роботи нового вузла [4]:

$$P_{\overline{AVI}}(t) = e^{-\lambda t} P_n(t).$$

Практика попередніх розрахунків статистичного моделювання характеристик y_j вузлів МРВ з використанням процедури STAMOD показала, що їх розподіл підкоряється нормальному закону (див. рис. 9). При цьому нижня $y_j^-(\alpha)$ й верхня $y_j^+(\alpha)$ границі на заданому довірчому рівні α визначаються по квантілю $u_p(\alpha)$ нормального розподілу і значенням m_j і σ_j , де m_j і σ_j – відповідно вибіркове середнє і оцінка середнього квадратичного відхилення характеристики y_j , які узяті по обраної кількості прогонів статистичного моделювання. Характеристики y_j можуть бути такими, які треба збільшувати (жорсткість, демпфування) – y_j^+ і такими, які треба зменшувати (втрати тертя) – y_j^- . Далі розглянемо випадок y_j^+ , який визначає роботоздатність у робочому просторі верстата. При цьому, якщо $[y_j]$ – припустиме значення (границя) y_j , то можливі дві ситуації:

- 1) $[y_j]$ не попадає в довірчий інтервал (див. рис. 10), тобто на обраному довірчому рівні α можна говорити о запасі на рівні α надійності $k_j = y_j(\alpha) / [y_j]$, а $P_{nj}(t) \cong 1$;
- 2) $[y_j]$ попадає в довірчий інтервал, тоді

$$P_{nj}(t) = 0,5 - \hat{O} \left(\frac{[y_j] - m_j}{\sigma_j} \right),$$

де Φ – функція Лапласа [3, 4].

На підставі проведених досліджень можна зробити наступні висновки:

1. Метод статистичних випробувань метод полягає в багатократному проведенні випробувань побудованої імовірнісної моделі і подальшій статистичній обробці результатів моделювання з метою визначення шуканих характеристик розглядуваного процесу у вигляді оцінок його параметрів.

2. Для прогнозування параметричної надійності із врахуванням конструкторсько-технологічного аспекту розроблено програму STAMOD розрахунків імовірнісних характеристик шпіндельних вузлів, з'єднань з натягом і підшипників ковзання методом статистичних прогонів.

3. Існуючі математичні моделі і методики розрахунку дозволяють автоматизувати процес прогнозування його параметричної надійності методом статистичних випробувань.

1. Болотин В. В. Методы теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений. – М.:, 1982.
2. Вагапов Р.Д. Статистическая теория рассеивания случайной координаты повреждения тела // Машиноведение. 1990. № 4. С. 23–26.
3. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. – М.:, 1969.
4. Гнеденко Б.В., Беляев Ю.О., Соловьев А.Д. Математические методы в теории надежности. – М.:, 1995.
5. Смирнов Я.В., Дунин-Барковский Я.В. Курс теории вероятностей и математической статистики. – М.:, 1969.