

УДК 629.113

В.А.Макаров, О.С.Волохов, А.В.Куплінов

Донецька академія автомобільного транспорту

ДО ПИТАННЯ ВИБОРУ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ КУРСОВОЇ СТІЙКОСТІ РУХУ ЛЕГКОВОГО АВТОМОБІЛЯ

В роботі розглянута низька математичних моделей різної складності, що ураховують впливи основних факторів на переміщення автотранспортного засобу. Проведений вибір математичної моделі, дослідження якої дозволить поліпшити курсову стійкість руху легкового автомобіля. Раціональна модель не є занадто складною й дозволяє працювати в широкому діапазоні значень показників курсової стійкості руху.

Ключові слова: курсова стійкість руху легкового автомобіля математична модель, аналіз.

Постановка проблеми. Автомобілізація є однією з головних рис розвитку сучасного суспільства і потрібна для своєчасної та достатньої роботи продуктивних сил й системи розподілу, а також для задоволення потреби населення в пасажирських перевезеннях. Чим скоріше і безпечніше працюють автомобілі, тим більше задовольняються потреби суспільства. Висока швидкість і раціональна курсова стійкість руху (КСР) забезпечать також такі докорінні властивості АТЗ, як керованість й маневреність.

Оскільки недостатньо досліджений вплив на КСР такого важливого елемента автомобіля як шина, а окремо її властивості вивчаються й розвиваються, то проблемою є розробка теоретичних основ покращання КСР легкового автомобіля з урахуванням змінної та нерівномірної жорсткості його шин.

Аналіз останніх досліджень. Питання поліпшення КСР легкового автомобіля шляхом зміни властивостей його шин вирішувалося в наукових роботах, виконаних за два останніх роки [1,2]. Пропонувалися конкретні зміни конструктивних елементів шини, її матеріала та технології виготовлення. Успішне продовження в Україні робіт означеного напрямку обумовили розроблені Лобосом Л.Г. та Вербицьким В.Г. академічні моделі та методи визначення параметрів стійкості руху [3,4].

Мета статті: вибір математичної моделі легкового автомобіля, дослідження якої дозволить поліпшити КСР і працювати в широкому діапазоні значень параметрів КСР.

Основний розділ

Для аналізуємих моделей, з використанням методів чисельного і біфуркаційного аналізів, отримані показники КСР, які порівнювалися між собою з метою пошуку раціональної ММ. Показники курсової стійкості визначені для стаціонарних режимів руху. Для кожного з цих СРР розв'язані наступні задачі:

- визначені рівняння збурюючого руху в околі даного стаціонарного режиму руху;
- отримані характеристичні рівняння;
- визначені корені характеристичного рівняння, що характеризують умови курсової стійкості відповідного СРР.

Рішення означених задач дозволяють виявити особливості конструкції шин і автомобіля, які впливають на КСР.

В якості вихідної ММ прийнята велосипедна модель з закріпленим керуючим модулем, в якій дорівнюють нулю значення низки параметрів: колії ($2H$), поздовжнього зчеплення (φ_x), різниці навантажування по бортах (ΔN); але існує винос керуючого модуля ($\lambda \neq 0$).

Другою розглядалася модель (рис. 1а), в якій існує пружній зв'язок вісі з інерційним корпусом (ІК).

Наступною розглянута узагальнена ММ легкового автомобіля (рис. 1б), що враховує вплив перерозподілу вертикальних реакцій по бортах АТЗ.

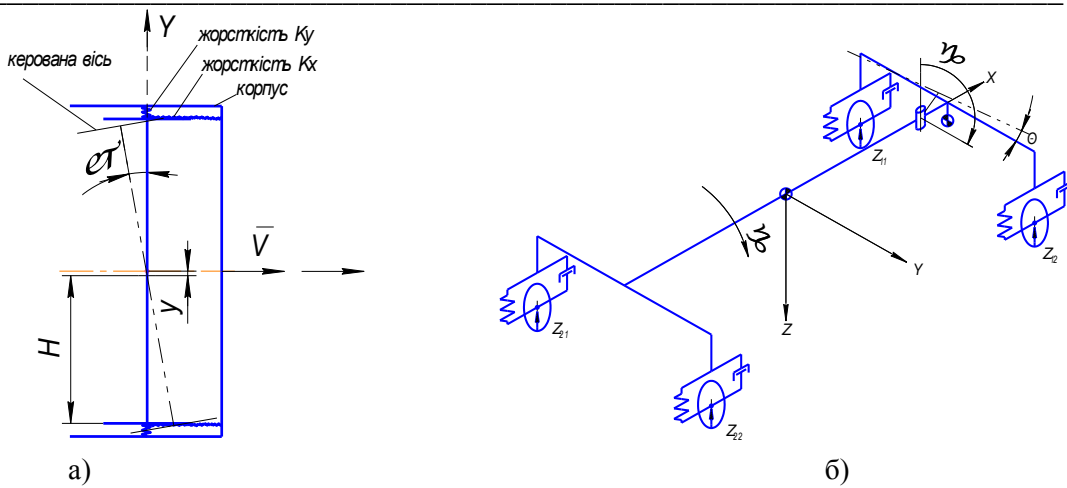


Рис. 1. Схеми математичних моделей: а – з пружним зв'язком; б – просторової

Означена модель повно характеризує рух ЛА по колу. Система складається з корпусу і керуючого модуля, з'єднаних за допомогою вертикального циліндричного шарніра.

Нижче наведена площинна модель (рис. 2), яка зберігає основні інерційно-масово-геометричні характеристики узагальненої моделі, що дозволяє виконати аналіз умов, де можна використовувати спрощену модель.

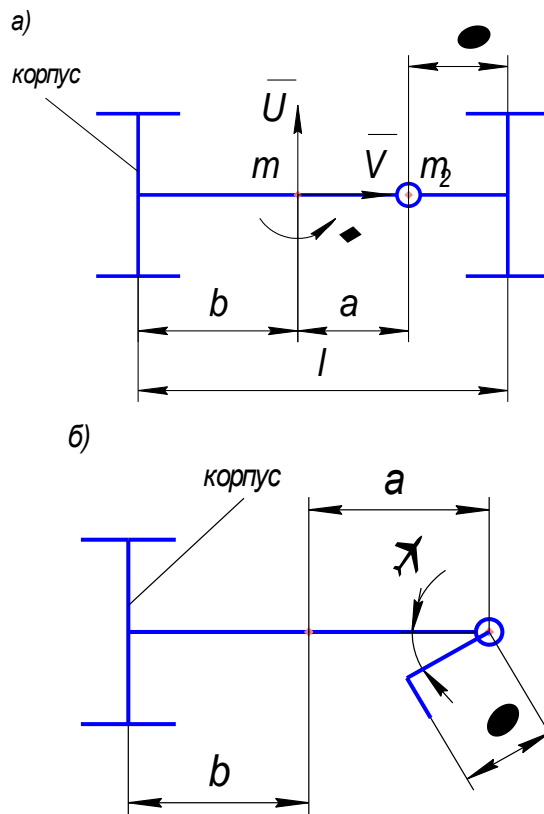


Рис. 2. Площинна модель автомобіля: а – з виносом уперед керуючого модуля; б – з виносом назад керуючого модуля

Фазові змінні: $u, \omega, \theta, \dot{\theta}$:

$$\dot{u} = f_1(\dot{e}, \omega, \theta, \dot{\theta}); \dot{\omega} = f_2(\dot{e}, \omega, \theta, \dot{\theta}); \ddot{\theta} = f_3(\dot{e}, \omega, \theta, \dot{\theta}). \tag{1}$$

Наступною розглядається площинна модель (рис. 3) для дослідження вертикальної динаміки. Узагальнені наступні координати: z – апліката центру мас та γ – кут крену.

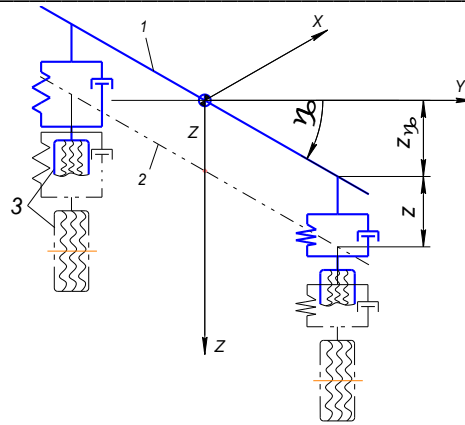


Рис. 3. Площинна модель автомобіля: 1 – кузов, що має тільки крен; 2 – кузов, що має крен та вертикальне переміщення z центру мас; 3 – колесо

Спочатку розглянута ММ, в якій існує пружний зв'язок вісі з ІК та перевірені вагомості впливів пружних властивостей еластичних коліс на коливальну нестійкість усієї вісі (див. рис. 2). Підбираються властивості системи щодо нестійкості, вибираються обмеження, зручні для аналізу математичної моделі.

Система має два ступені вільності: бічне зміщення у та кут «рискання» φ . Колісна вісь зв'язана з ІК поздовжніми і поперечними пружними зв'язками, що мають коефіцієнти жорсткості, відповідно k_x та k_y . Якщо авто рухається з лінійною швидкістю \bar{V} , то при виникненні автоколивань, визначаються також інтервал швидкостей і його граничні значення (в залежності від пружних властивостей еластичного колеса, кутів установки керованих коліс та моменту інерції).

Лінеалізовані рівняння руху моделі автомобіля, що розглядається, в околі незбуреного прямолінійного руху мають вигляд:

$$m \ddot{y} = -2k_y y + 2\chi_\delta \left(\frac{y}{V} \right); J \ddot{\varphi} = -2Hk_x \varphi - 2\mu_\delta \left(\varphi - \frac{y}{V} \right), \quad (2)$$

де χ_δ – коефіцієнт опору відведенню; μ_δ – коефіцієнт моменту відведення; m – маса вісі у зборі (два колеса та вісь); J – центральний вертикальний момент інерції вісі; $Y_\delta = \chi_\delta \delta$ – сила відведення; $M_\delta = \mu_\delta \delta$ – момент відведення.

Конструктивні параметри k_x, k_y можна підібрати так, щоб виконались умови

$$\frac{2H^2 k_x}{J} = \tau; \frac{2k_y}{m} = \tau; \frac{2\chi_\delta}{m} = t_1; \frac{2\mu_\delta}{J} = t_2, \quad (3)$$

де τ, t_1, t_2 – нові похідні параметри.

Підбираються властивості системи по нестійкості за рахунок визначення параметра τ (який наведений нижче); з його допомогою обумовлюється можливість зміщення моменту настання нестійкості. Крім того, ця обставина сприяє аналізу математичної моделі (сприятливі обмеження).

Побудова характеристичного рівняння наступна:

$$\left(\lambda^2 + \frac{t_1}{V} \lambda + \tau \right) \left(\lambda^2 + \lambda + t_2 \right) - \frac{t_1 t_2}{V} \lambda = 0. \quad (4)$$

Характеристичне рівняння в загальному виді наведене нижче

$$\lambda^4 + \dot{a}_1 \lambda^3 + a_2 \lambda^2 + \dot{a}_3 \lambda + \dot{a}_4 = 0. \quad (5)$$

Умови стійкості:

– всі коефіцієнти характеристичного рівняння позитивні (необхідна умова), $a_i > 0$;

– достатня умова: $\Delta_1 > 0, \Delta_2 > 0, \Delta_3 > 0$.

Дивергентна втрата стійкості, відповідає одному нульовому кореню характеристичного рівняння ($a_4 = 0$).

Проведене рішення матриці Рауса-Гурвица і отримані наступні результати. Величини Δ_1 та Δ_2 завжди більше нуля. Величина Δ_3 , розрахована за формулою

$$\Delta_3 = -\frac{\tau t_1(-v + t_2 v - t_1 - \tau v + t_1 t_2)}{v^2} \quad (6)$$

може бути меншою за нуль. Тому границя втрати флатерної стійкості визначається виразом $v > \frac{t_1(t_2 - 1)}{\tau + 1 - t_2}$ - в площині параметрів (v, τ) . Характеризує граничне значення коливальної нестійкості.

Таким чином, значення критичної швидкості для ММ, що розглянута на рис. 2, може корегуватися за рахунок вибору конструктивного параметру τ . Тому, з точки зору $v_{кр}$, велосипедна схема з закріпленим керуючим модулем й виносом ($\lambda \neq 0$) та ММ вісі, що пружньо зв'язана з інерційним корпусом ($\lambda = 0$) можуть бути ототожені по стійкості, після відповідних конструктивних дій.

В узагальненій моделі (див. рис. 3) додається ще одна ступінь вільності по крену.

Вона використовується для уточнення моделі автомобіля, що ураховує два важливих фактори:

- перерозподіл навантажень по бортах - як наслідок уточнення величини коефіцієнту опору відведення $\chi_\delta(N)$;
- взаємодію поздовжніх і поперечних складових сил у плямі контакту на основі поняття еліпсу тертя.

$$\left(\frac{Y}{Y_{\max}}\right)^2 + \left(\frac{F}{F_{\max}}\right)^2 \leq 1. \quad (7)$$

Схема, що характеризує взаємовплив поздовжніх і поперечних сил у плямі контакту наведена на рис. 4.

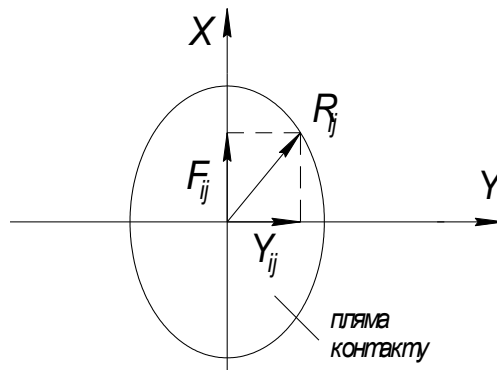


Рис. 4. Еліпс сил тертя: схема одночасної дії поздовжніх і поперечних сил у плямі контакту

Рівняння еліпсу

$$\left(\frac{Y_{ij}}{Y_{ij}^{\max}}\right)^2 + \left(\frac{F_{ij}^*}{F_{ij}^{\max}}\right)^2 = 1, \quad (8)$$

де F_{ij}^{\max} , Y_{ij}^{\max} - піввісі еліпсу тертя, які дорівнюють:

$$F_{ij}^{\max} = N_{ij} \varphi_x^{\max}; \quad Y_{ij}^{\max} = N_{ij} \varphi_y^{\max}. \quad (9)$$

Величина поздовжньої сили, що реалізується, вважається сталою

$$F_{ij}^* = N_{ij} \varphi_x. \quad (10)$$

Бічна сила, що реалізується, визначається за нелінійною гіпотезою Рокара

$$Y_{ij}^* = \frac{N_{ij} \overline{\chi_\delta} \delta_{ij}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\overline{\chi_\delta} \delta_{ij}}{\varphi_\delta} \right)^2}}, \quad (11)$$

де $\overline{\chi_\delta}$ - безрозмірний коефіцієнт опору відведення; задається як функція безрозмірного вертикального навантаження на колесо (ця залежність є близькою до лінійної відносно безрозмірного вертикального навантаження).

Величина вертикального переміщення (див. рис. 3) зведеного пружного елемента за наявності крену (при малому значенні кута крену) дорівнюється

$$Z_\gamma = \pm H\gamma. \quad (12)$$

Тоді загальні вертикальні переміщення верхнього ΔZ_B і нижнього ΔZ_f бортів розраховуються згідно формул $\Delta Z_B = Z - H\gamma$; $\Delta Z_f = Z + H\gamma$.

Згідно принципу Даламбера

$$\begin{aligned} m\ddot{Z} &= -\hat{E}_{z_E} (Z - H\gamma) - \tilde{N}_{z_E} (\dot{Z} - H\dot{\gamma}) - K_{z_i} (Z + H\gamma) - C_{z_i} (\dot{Z} + H\dot{\gamma}); \\ J_x \ddot{\gamma} &= -\hat{E}_{z_E} (Z - H\gamma) + \tilde{N}_{z_E} (\dot{Z} - H\dot{\gamma}) - K_{z_i} (Z + H\gamma) - C_{z_i} (\dot{Z} + H\dot{\gamma}) - F_i^y h, \\ m\ddot{Z} &= -K_z (Z - H\gamma) - K_z (Z + H\gamma); J\ddot{\gamma} = +K_{z_E} (Z - H\gamma)H - K_{z_i} (Z + H\gamma)H. \end{aligned} \quad (13)$$

Сумарна жорсткість колеса на передньої і задньої осях дорівнюється

$$K_{z_1} + K_{z_2} = K_z^* = K_{z_E}, \quad (14)$$

де K_{z_E}, K_{z_i} - сумарні жорсткості зведених пружних елементів, відповідно, лівого та правого бортів;

C_{z_E} та C_{z_i} - відповідно, коефіцієнти демпфування по лівому та правому бортах.

Під час усталеного колового режиму руху виконуються наступні умови:

$$Z = 0; \dot{Z} = 0; \ddot{Z} = 0; \dot{\gamma} = 0; \ddot{\gamma} = 0; \quad (15)$$

$$\gamma^* = \frac{F_i^y h}{2K_z^* H}, \quad (16)$$

де F_i^y - сила інерції, що діє вздовж вісі у.

Сила інерції визначена згідно формулі $F_i^y = m\omega V$.

Тоді з рівняння (13) випливає умова

$$\hat{E}_{z_E} = \hat{E}_{z_i} = \hat{E}_z^*; \quad 2\hat{E}_z^* H\gamma^* = F_i^y h. \quad (17)$$

Додаткова сила перерозподілу навантаження, що довантажує або розвантажує борти автомобіля дорівнюється

$$N^* = \hat{E}_z^* \gamma^* H = \frac{F_i^y h}{2H} = \frac{m\omega^* v h}{2H}. \quad (18)$$

Для здійснення виконання наведених в розділі задач, розроблений програмний модуль щодо аналізу характеристик курсової стійкості руху легкового автомобіля. Створені програми дозволяють дослідити вплив характеристик відведення на КСР в площині керованих параметрів; запропоновано метод, що дозволяє оцінити вплив жорсткісної неоднорідності на поведінку керованої вісі автомобіля.

Основою для побудування біфуркаційних множин, що характеризують стійкість СРР різних моделей, були характеристики сил бічного відведення, отримані при проведенні експерименту в лабораторії кафедри „Автомобілі і приводи” Технічного університету Дрездена в 2004 році (згідно договору про співробітництво). Означені характеристики залежностей сил від кутів відведення були апроксимовані в параметричній формі.

Зрівняльний аналіз трьох видів ММ виконаний з використанням ДБМ, наведених на рис. 5.

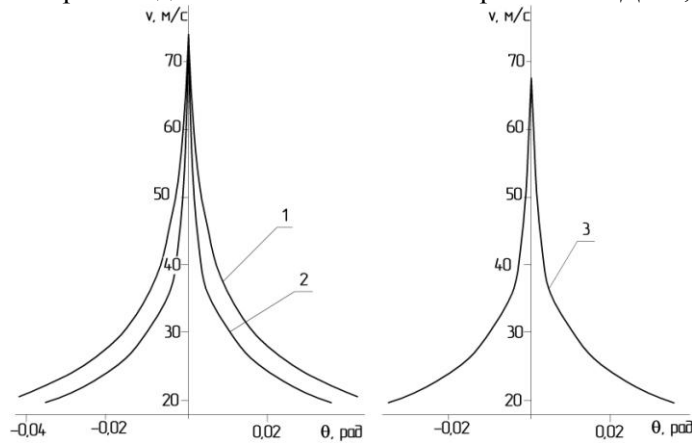


Рис. 5. Графіки біфуркаційних множин, що отримані для різних моделей

Він свідчить про те, що при використанні ВМ (графік 2) її БМ знаходиться в середині графіка 1 БМ 4-х колісної просторової моделі, а їх вершини співпадають. Таким чином, всі висновки про параметри стійкості, отримані для велосипедної моделі будуть вірними також для 4-х колісної просторової ММ. Але, в випадку урахування взаємовпливу бічних та поздовжніх сил (графік 3) результат інший: вершина БМ знижується, а її розмах – звужується.

Висновки. Зрівняльний аналіз п'яти видів моделей свідчить про те, що для процесів дослідження і поліпшення КСР, в цілому, достатньо використовувати велосипедну модель з закріпленим керуючим модулем, але обов'язково слід ураховувати взаємовплив бічних та поздовжніх сил. Для уточненого розв'язання деяких задач слід використовувати окремі ММ, з розглянутих в розділі.

1. Макаров В.А. До питання поліпшення курсової стійкості руху легкового автомобіля шляхом зміни властивостей його шин / В.А. Макаров // Автошляховик України. – 2009. – № 1. – С. 19–22.
2. Макаров В.А. До питання управління курсовою стійкістю руху автомобіля завдяки удосконалення конструкції шини / В.А. Макаров, Х. Брунер, Є.Ю. Черток // Автошляховик України. – 2010. – №1. – С. 13 – 17. (автору належать постановка задачі, узагальнення результатів і висновки).
3. Вербицкий В.Г. Бифуркации стационарных состояний в системах с качением при постоянных силовых возмущениях / В.Г. Вербицкий, Л.Г. Лобас // ПММ. – 1994. – Т.58. Вып. 5. – С. 165 – 170.
4. Лобас Л.Г. Качественные и аналитические методы в динамике колесных машин /Л.Г. Лобас, В.Г. Вербицкий. – К. : Наукова думка, 1990. – 232 с.