УДК 536.2
Б.Окрепкий, І.Новосад
Тернопільський національний економічний університет

ОСЕСИМЕТРИЧНА ТЕМПЕРАТУРНА ЗАДАЧА ДЛЯ СИСТЕМ ДВОХ КОНТАКТУЮЧИХ КРУГОВИХ ЦИЛІНДРІВ

Побудовано розв'язок осесиметричної температурної задачі для системи двох контактуючих кругових циліндрів при неідеальному тепловому контакті. Матеріали тіл припускаються ізотропними. Одержано формули для визначення температури при різних варіантах температурних умов на бічних поверхнях і основах циліндра. Досліджено вплив контактної провідності і коефіцієнтів теплообміну на розподіл температури в зоні контакту двох тіл, а також розподіл температури по висоті циліндра.

Ключові слова: *осесиметричні задачі, ізотропні матеріали , циліндр, неідеальний тепловий контакт, контактна провідність, коефіцієнт теплопровідності, коефіцієнт теплообміну.*

Постановка проблеми. Визначення контактних деформацій і напружень, з врахуванням температурних полів, є важливою задачею для дослідження міцності деталей машин і елементів конструкцій в місцях їх взаємодії, при розрахунку конструкцій на пружній основі з метою раціонального використання конструкції і несучої здатності основи.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. В багатьох працях досліджується вплив температурних факторів на характер розподілу контактної взаємодії тіл [1-4].До заданих ускладнень при дослідженні контактних задач термопружності приводить припущення про неідеальний тепловий контакт між контактуючими тілами. Проте недостатньо вивченим є вплив умов неідеального теплового контакту ізотропних тіл на величину і характер розподілу температурних полів в двох контактуючих тілах.

Мета роботи. Побудувати розв'язок осесиметричної температурної задачі для системи двох контактуючих кругових циліндричних ізотропних тіл з врахуванням неідеального теплового контакту. Дослідити вплив контактної провідності і коефіцієнтів теплообміну на розподіл температурних полів в зоні контакту і по висоті циліндрів.

Постановка задачі. Нехай круговий циліндр радіусом R і довжиною L знаходиться в неідеальному тепловому контакті із другим круговим циліндром такого ж радіусу і довжиною L_1. На торці верхнього циліндра задана постійна температура T_0, а на не контактуючому торці нижнього циліндра задана нульова температура. На бічній поверхні верхнього циліндра проходить теплообмін із зовнішнім середовищем по закону Ньютона, а бічна поверхня нижнього циліндра теплоізольована.

Введемо циліндричну систему координат r, θ, z, центр якої лежить на поверхні контакту двох циліндрів, а вісь $0z$ спрямовано вздовж осі верхнього циліндра. Всі величини які позначені індексом "1" відносяться до нижнього циліндра , без індексу – до верхнього.

Граничні умови для температури мають вигляд:

$$T = T_0 \qquad \left(z = L; 0 \le r \le R\right) \tag{1}$$

$$\frac{\partial T}{\partial r} + H_1 T = 0 \quad \left(r = R; 0 \le z \le L\right) \tag{2}$$

$$\lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} = \lambda_z^1 \frac{\partial T^1}{\partial z}; \ \lambda_z \frac{\partial T}{\partial z} = h_0\left(T - T^1\right) \quad \left(z = 0; 0 \le r \le R\right) \tag{3}$$

$$\frac{\partial T^1}{\partial r} = 0 \qquad \left(r = R; -L_1 \le z \le 0\right) \tag{4}$$

$$T^1 = 0 \quad \left(z = -L_1; 0 \le r \le R\right) \tag{5}$$

Тут λ_z, λ_z^1 - коефіцієнти теплопровідності в напрямку $0z$, h_0 - контактна провідність; H_1- коефіцієнт теплообміну.

Розв'язування крайової задачі для рівняння теплопровідності.

Відомо [2], що в осесиметричному випадку температурне поле T для ізотропного тіла визначається із рівняння

$$\nabla^2 T = 0. \tag{6}$$

За допомогою методу Фур'є загальний розв'язок рівняння (6) для циліндра зобразиться так:

$$T(r,z) = A_0 z + B_0 + D_0\left(r^2 - 2z^2\right) + \\ + \sum_{k=1}^{\infty} J_0(\beta_k r)\left(A_k sh\beta_k z + B_k ch\beta_k z\right) + \sum_{k=1}^{\infty} I_0(\gamma_k r)\left(C_k \sin\gamma_k z + D_k \cos\gamma_k z\right) \tag{7}$$

де $A_k, B_k, \tilde{N}_k, D_k$ - довільні постійні; $J_0(\beta_k r)$ - функція Бесселя першого роду дійсного аргументу; $I_0(\gamma_k r)$ - функція Бесселя першого роду уявного аргументу, β_k, γ_k - власні значення, які визначаються із граничних умов. В нашому випадку значення $\beta_k = \dfrac{\mu_k}{R}$, $\gamma_k = \dfrac{k\pi}{L}$, які визначені із рівнянь:

$$\sin\gamma_k L = 0,\ J_1(\beta_k R) = 0 \tag{8}$$

Тоді температура для циліндрів буде мати вигляд:

$$T(\rho,z) = A_0 R\zeta + B_0 + D_0 R^2\left(\rho^2 - 2\zeta^2\right) + \sum_{k=1}^{\infty} J_0(\mu_k\rho)\left(A_k sh\mu_k\zeta + B_k ch\mu_k\zeta\right) + \\ + \sum_{k=1}^{\infty} I_0\left(\frac{k\pi}{l}\rho\right)\cos\frac{k\pi}{l}\zeta\ D_k. \tag{9}$$

$$\rho = \frac{r}{R},\ \zeta = \frac{z}{R},\ l = \frac{L}{R}.$$

$$T^1(\rho_1\zeta) = A_0^1\zeta R + B_0^1 + \sum_{k=1}^{\infty} J_0(\mu_k\rho)\left(A_k^1 \sin\mu_k\zeta + B_k^1 ch\mu_k\zeta\right) \tag{10}$$

Задовільнивши граничну умову (1), одержимо:

$$A_0 lR + B_0 + D_0 R^2\left(\rho^2 - 2l^2\right) + \sum_{k=1}^{\infty} J_0(\mu_k\rho)\left(A_k sh\mu_k l + B_k ch\mu_k l\right) + \sum_{k=1}^{\infty}(-1)^k I_0\left(\frac{k\pi}{l}\rho\right)D_k = T_0 \tag{11}$$

Помноживши обидві частини рівності (11) на ρ, $\rho J_0(\mu_n\rho)$ і проінтегрувавши по ρ в межах від 0 до 1, з врахуванням ортогональності функцій Бесселя:

а) $\int \rho J_0(\mu_n\rho)\,d\rho = 0$;

б) $$\int_0^1 \rho J_0(\mu_n\rho) J_0(\mu_k\rho)\,d\rho = \begin{cases} 0 & ,\mu_n \neq \mu_k \\ \dfrac{1}{2}J_0^2(\mu_n) & ,\mu_n = \mu_k \end{cases}$$

і значень інтегралів

в) $$\int_0^1 \rho I_0\left(\frac{k\pi}{l}\rho\right)d\rho = \frac{l}{k\pi} I_1\left(\frac{k\pi}{l}\right),$$

г) $$\int_0^1 \rho J_0(\mu_n\rho) I_0\left(\frac{k\pi}{l}\rho\right)d\rho = \frac{k\pi}{l} J_0(\mu_n)\frac{I_1\left(\frac{k\pi}{l}\right)}{\mu_n^2 + \left(\frac{k\pi}{l}\right)^2},$$

д) $$\int_0^1 \rho^3 J_0(\mu_n\rho)\,d\rho = -\frac{2J_2(\mu_n)}{\mu_n^2},$$

одержимо співвідношення між невідомими $B_k\left(k=\overline{0,\infty}\right)$ і $A_k, D_k\left(k=\overline{0,\infty}\right)$

$$B_0=T_0-A_0Rl-D_0R^2\left(\frac{1}{2}-2l^2\right)-\frac{2l}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^k I_1\left(\frac{k\pi}{l}\right)}{k}D_k,$$

$$B_n=-A_n th\mu_n l+\frac{4R^2J_2(\mu_n)}{\mu_n^2J_0^2(\mu_n)ch\mu_n l}D_0-\frac{2\pi}{lJ_0(\mu_n)ch\mu_n l}\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^k k\, t_{n,k}I_1\left(\frac{k\pi}{l}\right)D_k, \tag{12}$$

де $t_{n,k}=\dfrac{1}{\mu_n^2+\left(\frac{k\pi}{l}\right)^2}$.

Задовільнивши граничну умову (2) маємо:

$$2D_0R+\frac{\pi}{lR}\sum_{k=1}^{\infty}kI_1\left(\frac{k\pi}{l}\right)\cos\left(\frac{k\pi}{l}\zeta\right)D_k+H_1[A_0R\zeta+B_0+D_0R^2\left(1-2\zeta^2\right)+$$
$$+\sum_{k=1}^{\infty}J_0(\mu_k)\left(A_k sh\mu_k\zeta+B_k ch\mu_k\zeta\right)+\sum_{k=1}^{\infty}I_0\left(\frac{k\pi}{l}\right)\cos\left(\frac{k\pi}{l}\zeta\right)D_k]=0 \tag{13}$$

Помноживши рівність (13) на $\cos\frac{\pi\, n}{l}\zeta\,(n=0,1,...)$ і проінтегрувавши від 0 до l, з врахуванням ортогональності тригонометричних функцій і формул (12), одержимо співвідношення, які зв'язують невідомі A_k і D_k $\left(k=\overline{0,\infty}\right)$.

$$e_{0,0}D_0R^2-\frac{2l^2}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^k I_1\left(\frac{k\pi}{l}\right)}{k}D_k-\frac{2\pi}{l}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{th\mu_k l}{\mu_k}\sum_{m=1}^{\infty}(-1)^m I_1\left(\frac{m\pi}{l}\right)t_{k,m}D_m-\frac{1}{2}A_0Rl^2-$$
$$-\sum_{k=1}^{\infty}\frac{J_0(\mu_k)}{\mu_k}\left(1-\frac{1}{ch\mu_k l}\right)A_k=-lT_0$$

$$e_{n,0}R^2D_0+\left[\frac{\pi}{2k_1}nI_1\left(\frac{\pi n}{l}\right)+\frac{l}{2}I_0\left(\frac{\pi n}{l}\right)\right]D_n-\frac{2\pi}{l}(-1)^n\sum_{k=1}^{\infty}\mu_k th\mu_k l\ t_{k,n}\sum_{m=1}^{\infty}(-1)^m mI_1\left(\frac{m\pi}{l}\right)t_{k,m}D_m+$$
$$+A_0R\frac{l^2}{\pi^2n^2}\left[(-1)^n-1\right]-\sum_{k=1}^{\infty}\left[1-\frac{(-1)^n}{ch\mu_k l}\right]\mu_k t_{k,n}J_0(\mu_k)A_k=0 \tag{14}$$

де $k_1=H_1R;\ e_{0,0}=\dfrac{2l}{k_1}+\dfrac{1}{2}l+\dfrac{4}{3}l^3-4\sum_{k=1}^{\infty}\dfrac{th\mu_k l}{\mu_k^3}$.

$$e_{n,0}=-\frac{4l^3(-1)^n}{\pi^2n^2}-4(-1)^n\sum_{k=1}^{\infty}\frac{th\mu_k l}{\mu_k}t_{k,n}.$$

Задовільнивши умову (5), з врахуванням ортогональності функції Бесселя $J_0(\mu_k\rho)$ на інтервалі (0;1), одержимо формулу для знаходження температури:

$$T^1(\rho,\zeta)=A_0^1R(\zeta+l_1)+\sum_{k=1}^{\infty}J_0(\mu_k\rho)\frac{sh\mu_k(l_1+\zeta)}{ch\mu_k l_1}A_k^1,\quad l_1=\frac{L_1}{R}. \tag{15}$$

Температура $T(\rho,\zeta)$, згідно формул (9) і (12) матиме вигляд:

$$T(\rho,\zeta)=T_0+A_0R(\zeta-l)+\sum_{k=1}^{\infty}J_0(\mu_k\rho)\frac{sh\mu_k(\zeta-l)}{ch\mu_k l}A_k+$$
$$+D_0R^2\left(\rho^2-2\zeta^2-\frac{1}{2}+2l^2-4\sum_{k=1}^{\infty}\frac{J_0(\mu_k\rho)ch\mu_k\zeta}{\mu_k^2ch\mu_k lJ_0(\mu_k)}\right)+\sum_{k=1}^{\infty}I_0\left(\frac{k\pi}{l}\rho\right)\cos\left(\frac{k\pi}{l}\zeta\right)D_k-$$

$$-\frac{2l}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^k I_1\left(\frac{k\pi}{l}\right)}{k}D_k-\frac{2\pi}{l}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{ch\mu_k\zeta\ J_0(\mu_k\rho)}{J_0(\mu_k)ch\mu_k l}\sum_{m=1}^{\infty}(-1)^m mt_{k,m}I_1\left(\frac{m\pi}{l}\right)D_m. \qquad (16)$$

Перша гранична умова (3), з врахуванням ортогональності функцій Бесселя $J_0(\mu_n\rho)$, приводить до співвідношень: $A_0^1=\frac{\lambda_z}{\lambda_z^1}A_0$; $A_n^1=A_n\frac{\lambda_z}{\lambda_z^1}$.

Тоді формула (15) прийме вигляд:

$$T^1(\rho,\zeta)=\frac{\lambda_z}{\lambda_z^1}A_0R(\zeta+l_1)+\frac{\lambda_z}{\lambda_z^1}\sum_{k=1}^{\infty}J_0(\mu_k\rho)\frac{sh\mu_k(l_1+\zeta)}{ch\mu_k l_1}A_k \qquad (17)$$

Задовільнивши другу граничну умову (3), одержимо:

$$\frac{\lambda_z}{R}\left(A_0R+\sum_{k=1}^{\infty}\mu_k J_0(\mu_k\rho)A_k\right)=h_0\left[T_0-A_0R\left(l+\frac{\lambda_z}{\lambda_z^1}l_1\right)+D_0R^2\left(\rho^2-\frac{1}{2}+2l^2-4\sum_{k=1}^{\infty}\frac{J_0(\mu_k\rho)}{ch\mu_k l\mu_k^2 J_0(\mu_k)}\right)\right]-$$

$$-\frac{2l}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^k I_1\left(\frac{k\pi}{l}\right)}{k}D_k-\frac{2\pi}{l}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{J_0(\mu_k\rho)}{J_0(\mu_k)}\frac{1}{ch\mu_k l}\sum_{m=1}^{\infty}(-1)^m mI_1\left(\frac{m\pi}{l}\right)t_{k,m}D_m- \qquad (18)$$

$$-\sum_{k=1}^{\infty}\left(\frac{\lambda_z}{\lambda_z^1}th\mu_k l_1+th\mu_k l\right)J_0(\mu_k\rho)A_k\Big] \quad (\rho<1)$$

Помноживши обидві частини рівності (18) на $\rho,\ \rho J_0(\mu_n\rho)$ і про інтегрувавши в межах від 0 до 1, з врахуванням ортогональності функцій Бесселя $J_0(\mu_n\rho)$, одержимо співвідношення між коефіцієнтами: $A_k,\ D_k,\ \left(k=\overline{0,\infty}\right)$

$$\text{а)}\quad \left(\frac{1}{h_0^1}+l+\frac{\lambda_z}{\lambda_z^1}l_1\right)A_0R-2l^2D_0R^2+\frac{2l}{\pi}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\left[(-1)^k-1\right]I_1\left(\frac{k\pi}{l}\right)}{k}D_k=T_0 \qquad (19)$$

$$\text{б)}\quad \left(\frac{\mu_n}{h_0^1}+th\mu_n l+\frac{\lambda_z}{\lambda_z^1}th\mu_n l_1\right)A_n-\frac{4D_0R^2}{\mu_n^2J_0(\mu_n)}\left(1-\frac{1}{ch\mu_n l}\right)+$$

$$+\frac{2\pi}{lJ_0(\mu_n)}\sum_{m=1}^{\infty}\left[\frac{(-1)^m}{ch\mu_n l}-1\right]m\ t_{n,m}I_1\left(\frac{m\pi}{l}\right)D_m=0$$

де $h_0^1=h_0\frac{R}{\lambda_z}$.

Ввівши позначення

$$A_0R=\frac{\lambda_z^1}{\lambda_z}C^{(1)}T_0,\quad A_n=\frac{\lambda_z^1}{\lambda_z}T_0C_n^1,\quad D_k=\frac{C_k^{(2)}T_0}{kI_1\left(\frac{k\pi}{l}\right)},\quad D_0R^2=C_0^{(2)}T_0, \qquad (20)$$

безмежні системи рівнянь (14) і (19) матимуть вигляд:

$$\alpha_{0,0}^{(1)}C_0^{(1)}+\alpha_{0,0}^{(2)}C_0^{(2)}+\sum_{k=1}^{\infty}\alpha_{0,k}^{(2)}C_k^{(2)}=1$$

$$\alpha_{n,n}^{(1)}C_n^{(1)}+\alpha_{n,0}^{(2)}C_0^{(2)}+\sum_{k=1}^{\infty}\alpha_{n,k}^{(2)}C_k^{(2)}=0$$

$$\beta_{0,0}^{(1)}C_0^{(1)}+\sum_{k=1}^{\infty}\beta_{0,k}^{(1)}C_k^{(1)}+\beta_{0,0}^{(2)}C_0^{(2)}+\sum_{k=1}^{\infty}\beta_{0,k}^{(2)}C_k^{(2)}=1 \tag{21}$$

$$\beta_{n,0}^{(1)}C_0^{(1)}+\sum_{k=1}^{\infty}\beta_{n,k}^{(1)}C_k^{(1)}+\beta_{n,n}^{(2)}C_n^{(2)}+\sum_{k=1}^{\infty}\beta_{n,k}^{(2)}C_k^{(2)}=0$$

де $\alpha_{0,0}^{(1)}=\frac{\lambda_z^1}{\lambda_z h_0^1}+\frac{\lambda_z^1}{\lambda_z}l+l_1;\ \alpha_{0,0}^{(2)}=-2l^2;\ \alpha_{0,k}^{(2)}=\frac{2l}{\pi}\left[(-1)^k-1\right]\frac{1}{k^2};$

$$\alpha_{n,n}^{(1)}=\frac{\lambda_z^1}{\lambda_z h_0^1}\mu_n+\frac{\lambda_z^1}{\lambda_z}th\mu_n l+th\mu_n l_1; \tag{22}$$

$$\alpha_{n,0}^{(2)}=-\frac{4}{\mu_n^2 J_0(\mu_n)}\left(1-\frac{1}{ch\mu_n l}\right),\ \alpha_{n,k}^{(2)}=\frac{2\pi}{lJ_0(\mu_n)}\left[\frac{(-1)^k}{ch\mu_n l}-1\right]t_{n,k};$$

$$\beta_{0,0}^{(1)}=\frac{1}{2}l\frac{\lambda_z^1}{\lambda_z};\ \beta_{0,k}^{(1)}=\frac{\lambda_z^1}{l\lambda_z}\left(1-\frac{1}{ch\mu_k l}\right)\frac{J_0(\mu_k)}{\mu_k};\qquad \beta_{0,0}^{(2)}=-\frac{e_{0,0}}{l};$$

$$\beta_{0,k}^{(2)}=\frac{2l}{\pi}\frac{(-1)^k}{k^2}+\frac{2\pi}{l^2}(-1)^k\sum_{m=1}^{\infty}\frac{th\mu_m l}{\mu_m}t_{m,k}$$

$$\beta_{n,0}^{(1)}=\frac{l^2}{\pi^2 n^2}\left[(-1)^n-1\right]\frac{\lambda_z^1}{\lambda_z};\ \ \beta_{n,k}^{(1)}=\frac{\lambda_z^1}{\lambda_z}\left[\frac{(-1)^n}{ch\mu_k l}-1\right]\mu_k t_{k,n}J_0(\mu_k)$$

$$\beta_{n,0}^{(2)}=e_{n,0},\qquad \beta_{n,n}^{(2)}=\frac{\pi}{2k_1}+\frac{l}{2}\frac{I_0\left(\frac{\pi n}{l}\right)}{nI_1\left(\frac{\pi n}{l}\right)};$$

$$\beta_{n,k}^{(2)}=-\frac{2\pi}{l}(-1)^{n+k}\sum_{m=1}^{\infty}\mu_m t_{m,n}t_{m,k}th\mu_m l.$$

Формули (16, 17) для знаходження температури в циліндрах , згідно позначень (20), матимуть вигляд:

$$T(\rho,\zeta)=T_0\left\{1+\frac{\lambda_z^1}{\lambda_z}C_0^{(1)}(\zeta-l)+\frac{\lambda_z^1}{\lambda_z}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{sh\mu_k(\zeta-l)}{ch\mu_k l}J_0(\mu_{k,\rho})C_k^{(1)}+\tilde{N}_0^{(2)}\left(\rho^2-2\zeta^2-\frac{1}{2}+2l^2-\right.\right.$$

$$-4\sum_{k=1}^{\infty}\frac{J_0(\mu_k\rho)ch\mu_k\zeta}{\mu_k^2 ch\mu_k lJ_0(\mu_k)}\ \Bigg)+\sum_{k=1}^{\infty}\left[\frac{I_0\left(\frac{k\pi}{l}\rho\right)}{kI_1\left(\frac{k\pi}{l}\right)}\cos\frac{k\pi}{l}\zeta-\frac{2l}{\pi}\frac{(-1)^k}{k^2}-\right.$$

$$\left.\left.-\frac{2\pi}{l}(-1)^k\sum_{m=1}^{\infty}\frac{ch\mu_m\zeta\ J_0(\mu_m\rho)}{ch\mu_m lJ_0(\mu_m)}t_{m,k}\ \right]C_k^{(2)}\right\}\qquad (\rho<1) \tag{23}$$

$$T^1(\rho,\zeta)=C_0^{(1)}(\zeta+l_1)+\sum_{k=1}^{\infty}J_0(\mu_k\rho)\frac{sh\mu_k(l_1+\zeta)}{ch\mu_k l_1}C_k^{(1)}\quad(\rho<1) \tag{24}$$

Якщо контактна провідність $h_0^1 \Rightarrow \infty$, то одержимо розв’язок задачі у випадку ідеального теплового контакту.

Результати досліджень

Приведемо результати чисельного аналізу температури по висоті циліндрів і в зоні контакту в залежності від різних значень контактної провідності h_0^1 і коефіцієнта теплообміну $k_1 = H_1 R$, в припущені, що: $\lambda_z = 2;\ \lambda_z^1 = 2;\ l = 1;\ l_1 = 2.$

Розв’язування температурної задачі зводиться до визначення постійних $C_k^1,\ C_k^{(2)}\ \left(k = 0,\infty\right)$ із двох взаємозв’язаних нескінченних систем лінійних алгебрагїчних рівнянь (21), через які знаходимо температурні поля і градієнти в будь-якій точці циліндра. Дана система рівнянь є квазірегулярною при будь-яких співвідношеннях теплофізичних характеристик тіл. Враховуючи це, розв’язок її знаходимо методом редукції із урізаних систем. Для числових підрахунків розв’язувались системи 30-40 порядку, що забезпечувало точність до 5%.

На рис.1 наведені графіки розподілу температури вздовж безрозмірної координати ρ при $k_1 = 0$ і різних значеннях контактної провідності $h_0^{(1)}$ в зоні контакту двох тіл. Криві 1, 2, 3 побудовані по результатах обчислень температури у верхньому циліндрі в залежності від контактної провідності $h_0^{(1)}$, а криві 4, 5, в нижньому циліндрі(позначені на графіку штрих пунктирними лініями).

На рис.2 наведені графіки розподілу температури в зоні контакту у випадку ідеального теплового контакту двох тіл $\left(h_0^1 \Rightarrow \infty\right)$ при різних значеннях коефіцієнтів теплообміну $K_1 = H_1 R\left(0\ ;\ 1\ ;\ 5\ ;\infty\right)$.

На рис.3 наведені графіки розподілу температури по відносній висоті циліндра $\zeta = \dfrac{z}{R}$ при різних значеннях контактної провідності h_0^1.

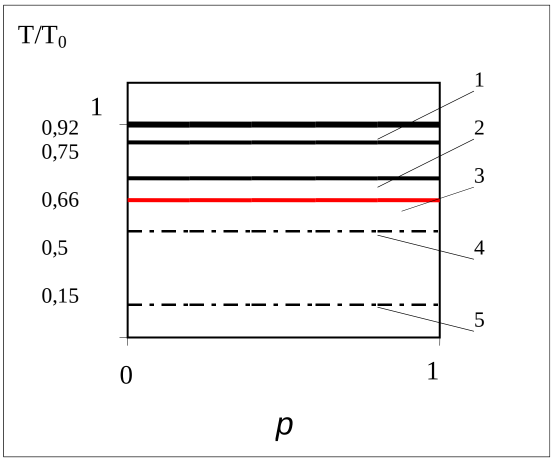

Рис.1. Графік розподілу температури в зоні контакту при різних значеннях контактної провідності h_0^1: 1-$h_0^{(1)}$=0,1; 2-$h_0^{(1)}$=1; 3-$h_0^{(1)}$=∞; 4-$h_0^{(1)}$=1; 5-$h_0^{(1)}$=0,1.

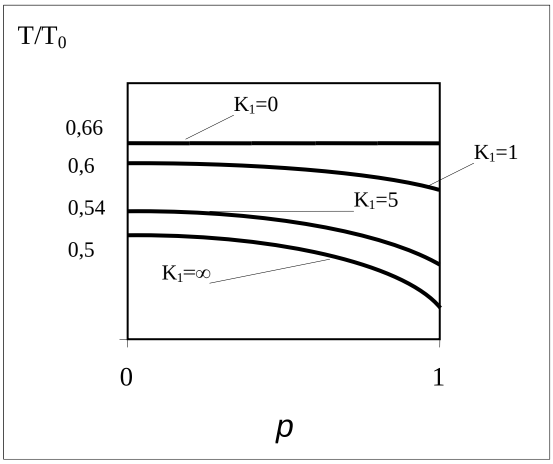

Рис.2. Графік розподілу температури в зоні контакту при різних значеннях коефіцієнта теплообміну $K_1=H_1R$

.

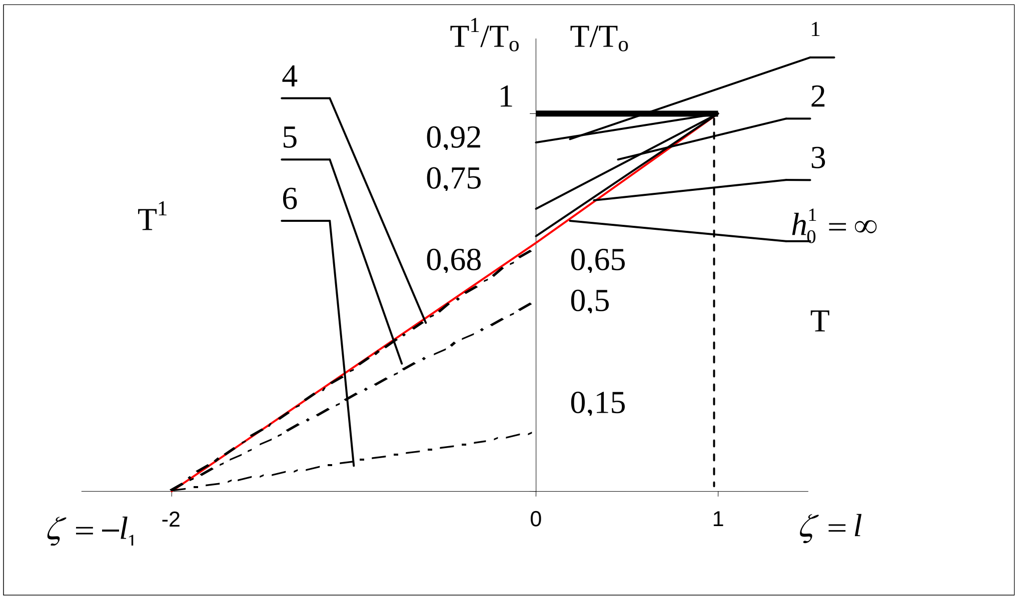

Рис.3.Графік розподілу температури в зоні контакту по відносній висоті циліндра при різних значеннях контактної провідності h_0^1.

а) " T "для верхнього циліндра: 1-$h_0^{(1)}$ =0,1; 2-$h_0^{(1)}$ =1; 3-$h_0^{(1)}$ =10;

б) " T^1 "для нижнього циліндра: 4-$h_0^{(1)}$ =10; 5-$h_0^{(1)}$ =1; 6-$h_0^{(1)}$ =0,1.

Висновок. Застосувавши метод Фур'є до рівняння Лапласа, розв'язок температурної задачі зведено до визначення деяких постійних із двох взаємозв'язаних нескінчених систем лінійних алгебраїчних рівнянь, через які знаходяться температурні поля і градієнти в будь-якій точці циліндра. Числовий приклад показує, що контактна провідність h_0^1 і коефіцієнт теплообміну $k_1 = H_1 R$ значно впливають на розподіл температури в зоні контакту двох контактуючих циліндрів.

1. Грилицкий Д.В. Осесимметричные контактные задачи теории упругости и термоупругости /Д.В.Грилицкий, Я.М.Кизыма. – Львов: Изд-во при Львов.ун.-те, 1981.-135с.
2. Коваленко А.Д. Основы термоупругости / – К: Наук.думка, 1970.-304с.
3. Кизыма Я.М. Осесимметричная температурная задача для систем тел цилиндр-полупространство / Ярослав Кизыма, Богдан Окрепкий // Прикладная механика.- 1975.- Т.11, вып.12.-С.37-44.
4. Окрепкий Б.С. Осесиметрична температурна задача для системи тіл циліндр-півпростір при неідеальному тепловому контакті / Б.С. Окрепкий, М.Я. Шелестовська// Вісник Тернопільського державного технічного університету.-2005.-№3.-С.23-27.