

УДК.519.718:004.052

Т.П.Маркова, К.В.Мельник, Н.В.Сахнюк

Луцький національний технічний університет

РОЗРАХУНОК ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ НА КІНЦЯХ ЛІНІЇ З УРАХУВАННЯМ ВТРАТ ТИСКУ НА ТЕРТЯ ПО ДОВЖИНІ ЛІНІЇ

В статті викладена методика приблизного розрахунку тиску P_1 і P_2 на кінцях лінії з врахуванням тертя газу всередині лінії.

Ключові слова: *перехідний процес, методика, лінія.*

Розглянемо лінію, на вході і виході якої стоять дроселі з коефіцієнтами витратних характеристик c_1 і c_2 .

Зосередимо розподілений по довжині опір лінії на її кінцях в виді опору що стоїть додатково на кінцях лінії зв'язку двох умовних дроселів з коефіцієнтами витратних характеристик c_y (рис. 1.1). Один із цих умовних дроселів стоїть за вхідним дроселем лінії, а другий – перед вихідним дроселем.

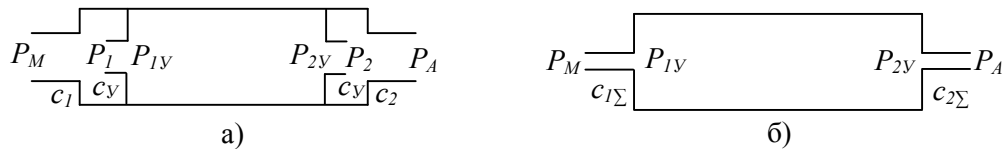


Рис. 1.1. Схема для розрахунку тиску на кінцях лінії з розрахунком втрат тиску по довжині

Сумарний опір двох умовних дроселів дорівнює опору лінії, а опір кожного із них дорівнює половині опору лінії. Тоді в середині такої лінії на її кінцях будуть умовні тиски P_{1y} і P_{2y} , а фактичні тиски P_1 і P_2 будуть визначатися тисками в січenni між умовними і фактичними дроселями які стоять на вході і виході (рис.1.1.а).

В результаті отримали розрахункову схему лінії (рис. 1.1.б), внутрішній опір якої рівний нулю, а на вході і виході стоять дроселі з коефіцієнтами витратних характеристик $c_{1\Sigma}$ і $c_{2\Sigma}$ відповідно, враховуючи опір реальних дроселів і розподілений по довжині опір лінії.

Таким чином, для розрахунку тисків P_1 і P_2 на кінцях лінії зв'язку з урахуванням втрат тиску по довжині лінії потрібно:

1) вичислити значення сумарних коефіцієнтів $c_{1\Sigma}$ і $c_{2\Sigma}$;

2) визначити умовні тиски на кінцях лінії P_{1y} і P_{2y} , використавши рішення, отримане раніше для відповідних початкових і граничних умов без урахування внутрішнього опору лінії. Для цього необхідно в використаному рішенні замінити коефіцієнти витратних характеристик c_1 і c_2 на відповідні сумарні коефіцієнти $c_{1\Sigma}$ і $c_{2\Sigma}$ і знайти значення P_{1y} і P_{2y} (рис.1.1,б).

3) вичислити фактичні значення тисків P_1 і P_2 в відповідності з розрахунковою схемою на рис.1.1,а.

Розглянемо виконання 1 і 3 пунктів запропонованої схеми розрахунку.

Визначити сумарні коефіцієнти витратних характеристик $c_{1\Sigma}$ і $c_{2\Sigma}$, які визначаються витратними характеристиками фактичних і умовних дроселів на вході і виході. Для цього знайдемо спочатку коефіцієнти витратних характеристик c_y умовних дроселів, виразивши їх через коефіцієнти витратної характеристики лінії c_L . Маючи на увазі, що коефіцієнт витратної характеристики обернено пропорційний опору, у відповідності з розрахунковою схемою отримаємо:

$$c_y = 2c_L$$

Коефіцієнт витратної характеристики лінії c_L визначається за формулою [1]:

$$c_L = \frac{f^2}{8\pi g l}$$

Тоді коефіцієнти витратних характеристик умовних дроселів будуть рівні:

$$c_v = \frac{f^2}{4\pi g l} \quad (1.1)$$

Сумарні коефіцієнти витратних характеристик $c_{1\Sigma}$ і $c_{2\Sigma}$ на вході і виході лінії знайдемо із рівняння рівності тисків (рис. 1.1,а):

$$P_M - P_{1V} = (P_M - P_1) + (P_1 + P_{1V}),$$

$$P_{2V} - P_A = (P_{2V} - P_2) + (P_2 + P_A).$$

Виразимо кожну різницю тисків в цих рівняння через відповідну витрату і коефіцієнт витратної характеристики:

$$P_M - P_{1V} = G_1 / c_{1\Sigma},$$

$$P_M - P_1 = G_1 / c_1,$$

$$P_1 - P_{1V} = G_1 / c_v,$$

$$P_{2V} - P_A = G_2 / c_{2\Sigma},$$

$$P_{2V} - P_2 = G_2 / c_v,$$

$$P_2 - P_A = G_2 / c_2.$$

Підставимо ці вирази у вихідні рівняння, отримаємо:

$$\frac{G_1}{c_{1\Sigma}} = \frac{G_1}{c_1} + \frac{G_1}{c_v},$$

$$\frac{G_2}{c_{2\Sigma}} = \frac{G_2}{c_2} + \frac{G_2}{c_v}.$$

Звідси знайдемо сумарні витратні характеристики дроселів на вході і виході з лінії, які враховують опори пневмоапаратури на вході і виході, а також втрати по довжині лінії:

$$c_{1\Sigma} = \frac{2c_v c_1}{2c_v + c_1}, \quad (1.2)$$

$$c_{2\Sigma} = \frac{2c_v c_2}{2c_v + c_2}, \quad (1.3)$$

Виведемо розрахункові залежності для виконання пункту розрахунку – для визначення P_1 і P_2 .

Запишемо рівняння витрат на кінцях лінії. На вході лінії зв'язку маємо:

$$G_1 = c_1(P_M - P_1) = c_v(P_1 - P_{1V}).$$

Звідси знайдемо тиск на початку лінії:

$$P_1 = \frac{c_1 P_M + c_v P_{1V}}{c_1 + c_v}.$$

Остаточо з врахуванням (1.1) отримаємо:

$$P_1 = \frac{P_{1V} + (4\pi g l c_1 / f^2) P_M}{1 + 4\pi g l c_1 / f^2}. \quad (1.4)$$

Для виходу з лінії можемо записати:

$$G_2 = c_v(P_{2V} - P_2) = c_2(P_2 - P_A).$$

Звідси з врахуванням аналогічних підстановок отримаємо:

$$P_2 = \frac{P_{2V} + (4\pi g l c_2 / f^2) P_A}{1 + 4\pi g l c_2 / f^2}. \quad (1.5)$$

В якості приклада знайдемо зміни надлишкового тиску P_2 на кінці проточної лінії з врахуванням втрат тиску по довжині для наступних умов. Тиск на вході змінюється стрибкоподібно. Тиск на виході постійний. Початкова витрата в лінії рівна нулю, початковий тиск рівний тиску на виході P_A .

По формулам (1.2) і (1.3) визначаємо коефіцієнти $c_{1\Sigma}$ і $c_{2\Sigma}$.

Для заданих умов використовуємо рівняння, з якого найдемо тиск P_{2V} . Попередньо перетворимо це рівняння, зробивши наступні очевидні перетворення:

$$E\left(\frac{t-l/c}{2l/c}\right)+1 = E\left(\frac{t-l/c}{2l/c}+1\right) = E\left(\frac{t+l/c}{2l/c}\right).$$

В результаті рівняння будемо мати вигляд:

$$P_{2V} = P_M \frac{c_{1\Sigma}}{(c_{1\Sigma} + c_{2\Sigma})} [1 - \alpha^{E\left(\frac{t+l/c}{2l/c}\right)}], \quad (1.6)$$

$$\alpha = \frac{(K - c_{1\Sigma})(K - c_{2\Sigma})}{(K + c_{1\Sigma})(K + c_{2\Sigma})}, \quad K = \frac{f}{c}.$$

Найдемо фактичний тиск P_2 на кінці лінії, підставивши вираз (1.6) в (1.5). При цьому, для випадку розрахунку надлишкового тиску у виразі (1.5) приймаємо $P_A=0$. Після не тяжких перетворень отримаємо рівняння зміни тиску на кінці лінії з врахуванням тиску по її довжині:

$$P_2 = P_M \frac{c_{1\Sigma} c_{2\Sigma}}{(c_{1\Sigma} + c_{2\Sigma}) c_2} [1 - \alpha^{E\left(\frac{t+l/c}{2l/c}\right)}]. \quad (1.7)$$

Підтвердимо правомірність запропонованого метода розрахунку динаміки лінії зв'язку на її кінцях з врахуванням втрат тиску по довжині лінії зв'язку. Для цього покажемо, що результати розрахунку по розробленій методиці:

- відповідають реальним результатам при розрахунку перехідних процесів при граничних значеннях параметрів лінії і газу;
- відповідають відомому в класичній теорії газової динаміки точному розв'язку [2] при розрахунку тиску фронту головної хвилі;
- відповідають реальним процесам при розрахунку установлених режимів при граничних значеннях параметрів лінії і газу;
- співпадають з відомим розв'язком [3], отриманим для заглушеної на кінці лінії з відкритим входом.

Покажемо, що при розрахунку перехідних процесів для граничних значень параметрів лінії і підключених дроселів отримане рівняння (1.7) дає очевидні результати, які відповідають фізиці процесу:

- при збільшенні довжини лінії ($l \rightarrow \infty$) чи зменшенні її прохідного січення ($f \rightarrow \infty$) в відповідності з фізикою процесу внаслідок втрат тиску всередині лінії надлишкового тиску на її кінець повинно бути рівним нулю. Дійсно, як впливає із рівнянь (1.1) – (1.3), сумарні коефіцієнти $c_{1\Sigma} \rightarrow 0$ і $c_{2\Sigma} \rightarrow 0$, тому $\alpha \rightarrow 1$ і, як впливає із рівняння (1.7), $P_2 \rightarrow 0$;
- при відсутності дроселя на виході, тобто при $c_2 \rightarrow 0$, із рівняння (1.7) отримаємо очевидний результат: $P_2 \rightarrow 0$.

Покажемо, що за допомогою виведеного рівняння (1.7) практично без похибки можна обчислити тиск фронту головної хвилі, для відкритої на вході лінії відомо аналітичне вирішення системи диференціальних рівнянь з врахуванням тертя газу всередині лінії. При цьому тиск фронту головної хвилі в кінці лінії зв'язку з заглушеним виходом визначається по формулі 6:

$$P = 2P_M e^{-\frac{4\pi\vartheta l}{fc}}.$$

Розклавши співмножники $e^{-\frac{4\pi\vartheta l}{fc}}$ в ряд Тейлора, для промислових систем з лінією зв'язку від 0 до 10 мм і діаметром 0,0025 – 0,01 м з похибкою $\ll 1\%$ отримаємо:

$$P = 2P_M e^{-\frac{4\pi\vartheta l}{fc}} \approx 2P_M \left(1 - \frac{4\pi\vartheta l}{fc}\right). \quad (1.8)$$

В відповідності з розробленою методикою тиску фронту головної хвилі на кінці лінії можемо визначити за формулою (1.7), підставивши значення $t=l/c$:

$$P = 2P_M \frac{1}{1 + \frac{4\pi\vartheta l}{fc}}.$$

Отриманий вираз при розкладі в ряд Тейлора з похибкою $\ll 1\%$ дає результат, співпадаючий з класичним розв'язком (1.8), і ще раз підтверджуючий справедливість розробленої методики:

$$P = 2P_M \frac{1}{1 + \frac{4\pi g l}{fc}} \approx 2P_M \left(1 - \frac{4\pi g l}{fc} \right).$$

Виконаємо аналіз розв'язку (1.7) для встановленого тиску в кінці лінії зв'язку, яке після нескладних перетворень приведемо до виду:

$$P_{2y} = \frac{P_M}{\left(\frac{c_2}{c_1} + \frac{f^2 + 8\pi g l c_2}{f^2} \right)}. \quad (1.9)$$

Не важко впевнитися, що для граничних значень всіх параметрів лінії зв'язку отримаємо очевидні результати, які відповідають фізиці газодинамічних процесів:

- при повністю задросельованому виході ($c_2=0$): $P_{2y} = P_M$;
- при незадросельованому виході ($c_2=\infty$): $P_{2y} = 0$;
- при заглушеному вході ($c_1=0$): $P_{2y} = 0$;
- для безкінечно довгої лінії ($l \rightarrow \infty$): $P_{2y} \rightarrow 0$;
- при збільшенні в'язкості газу ($g \rightarrow \infty$): $P_{2y} \rightarrow 0$;
- при зменшенні в'язкості газу ($g \rightarrow 0$) величина встановленого тиску не буде залежати від довжини лінії зв'язку і визначається тільки коефіцієнтами витратних характеристик дроселів c_1 і c_2 ;
- у випадку гранично малого прохідного січення лінії зв'язку, тобто при $f \rightarrow 0$, $P_{2y} \rightarrow 0$;
- для випадку, коли параметри лінії зв'язку близькі до параметрів камери, тобто коли $1/f(c_1 + c_2) \rightarrow 0$, отримаємо

$$P_{2y} = \frac{c_1}{(c_1 + c_2)} P_M,$$

що відповідає тиску в поточній камері при встановленому режимі течії і повністю співпадають з рішенням відомого рівняння (1.8)[41] написаного для надлишкового тиску.

Таким, чином, розроблена математична модель адекватно відображає реальні процеси і на статичних режимах для будь-яких значень геометричних параметрів лінії зв'язку.

В додаток до обґрунтування правомірності розробленої методики розрахунку лінії з врахуванням тертя всередині лінії зв'язку зрівняємо отримане рішення (1.7) з відомим в літературі [4], розв'язком який отриманий методом операційного розрахунку для випадку незадросельованої на вході лінії з заглушеним виходом і має вигляд:

$$P = P_M \left\{ 1 + \frac{4}{\pi} e^{-\beta t} \sum_{s=1}^{\infty} \frac{(-1)^s \cos(\xi_s t - \theta_s)}{2s-1 \sqrt{1 - \frac{2\beta l}{(2s-1)c\pi}}} \right\} \quad (1.10)$$

де

$$\beta = \frac{4\pi g}{f}; \quad \xi_s = \sqrt{c^2 \left(\frac{2s-1}{2l} \pi \right)^2 - \beta^2}; \quad \text{tg}(\theta_s) = \frac{\beta}{\xi_s}.$$

На рис.1.2 представлені графіки перехідного процесу на кінці лінії, побудовані по приведеній залежності (1.7) (крива 1) і по приведеній формулі (1.10) (крива 2) для лінії довжиною 2 м і діаметром 0,006 м (криві практично співпадають). Як слідує із графіків, результати розв'язків, отримані по розробленій методиці достатньо близькі до точного розв'язку.

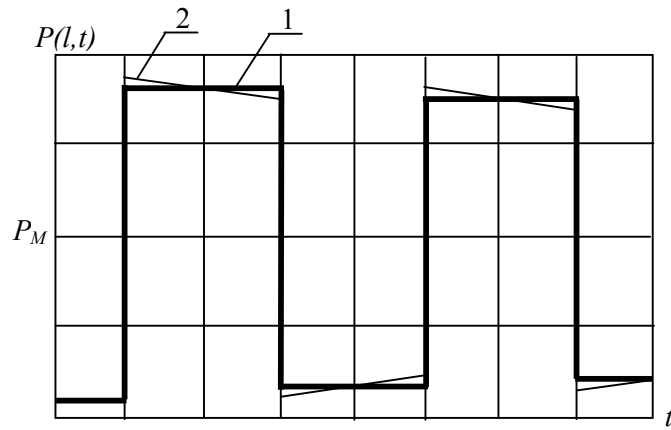


Рис.1.2. Зміна тиску на кінці лінії з врахуванням втрат тиску по довжині

Таким чином, отримане рівняння можна рекомендувати для проведення подальших досліджень і для практичного застосування.

1. Залманзон Л.А. Теория элементов пневматики. – М.: Наука, 1969 – 507с.
2. Чарный И.А. Неустановившееся движения реальной жидкости в трубах. – М.: Недра, 1975 – 259 с.
3. Бронштейн И.Н., Семендяев И.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся ВТУЗов, М.: Наука, 1986 – 544с.
4. Елимемц И.М., Сидоркин Ю.Г. Струйная автоматика (пневматика) – Л.: Лениздат, 1972 – 212с.