

УДК 621.9.048

В.Б.Струтинський*, Р.М.Пастернак**, В.П.Симонюк**

*Національний технічний університет України (КПІ),

**Луцький національний технічний університет

ТЕОРЕТИЧНІ ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСУ ВІБРООБРОБКИ З МАТЕМАТИЧНИМ АНАЛІЗОМ ЕЛЕМЕНТАРНОЇ МОДЕЛІ КОЛИВАЛЬНОЇ СИСТЕМИ

Описано процеси, що відбуваються під час обробки деталей при зміні інтенсивності вібрації, залежність руху робочого контейнера та робочої суміші, а також стан робочої суміші із оброблюваними деталями залежно від режимів роботи віброустановки. Проаналізовано два випадки стану робочого середовища які залежать від інтенсивності режимів обробки. Саме другий випадок проаналізовано і взято за основу для створення математичної моделі процесів, що відбуваються при віброобробці.

Ключові слова: віброобробка, процес, математична модель, робоча суміш.

При дії вібрації в середовищі сипучих тіл відбуваються перетворення, особливості яких обумовлюються інтенсивністю вібрацій. В міру зростання інтенсивності вібрацій, в межах амплітудних значень пришвидшень, які не перевищують пришвидшення вільного падіння, сипуче тіло набуває рухомості, псевдотекучості. Такий стан сипучого тіла називають станом псевдозрідження. В цьому стані зчеплення між частинками послаблюється, вони підходять одна до одної, зменшується кількість порожнин, досягається більш щільна укладка часток, сипуче тіло ущільнюється. Найбільше ущільнення досягається при амплітудних пришвидшеннях коливань, що близькі до пришвидшень вільного падіння.

При подальшому збільшенні інтенсивності вібрацій сипучі тіла починають втрачати контакт з віброуючим робочим органом, зменшуються і періодично порушуються зв'язки між частинками, сипуче тіло переходить в стан віброкипіння. Для цього стану характерна підвищена циркуляція складових частинок та розрихлення сипучого тіла. В стадії віброкипіння можна виділити два характерні стани: сегрегації часток та інтенсивного перемішування. Режим інтенсивного перемішування реалізується при більш інтенсивних режимах вібрацій.

Перехід від псевдозрідження до віброкипіння проходить при передачі сипучому тілу пришвидшень певного рівня або при досягненні певного енергетичного рівня. Перший критерій більш характерний для грубодисперсних систем, другий – для мікрогетерогенних. Перехід від стану псевдозрідження до віброкипіння здійснюється, як правило, при пришвидшеннях, що перевищують пришвидшення вільного падіння. Критичні пришвидшення та енергозатрати залежать від властивостей сипучого тіла, товщини шару, сил зчеплення між частинками та інших факторів.

Дисипація енергії в сипучих тілах є досить складним явищем і виникає внаслідок тертя сухих чи змочених поверхонь частинок між собою, опір руху твердих часток в рідкій чи газовій фазі, незворотних деформацій непружних фаз, наявністю різних сил зчеплення та ін. Як правило, одночасно діє декілька видів дисипації. Наявність дисипативних сил обумовлює появу нелінійних ефектів в сипучих тілах, що піддаються віброобробці. На практиці складні види опорів з достатньою для практичних цілей точністю, як правило, зводять до в'язких та сухих опорів.

Протікання масообмінних процесів в сипучих тілах в полі вібраційних впливів при переході від грубодисперсних систем до висококонцентрованих мікрогетерогенних суттєво залежить від поверхневих явищ на міжфазовій межі і сил зчеплення між частинками.

Властивості просторових структур висококонцентрованих мікрогетерогенних сипучих тіл визначаються поверхневими явищами на міжфазовій межі і типом контактів між частинками твердої фази. Найменш міцними є коагуляційні контакти. Вони утворюються між частинками твердої фази, розділеної прошарками рідкого дисперсійного контакту. Більш міцні контакти мають структури з безпосередніми точковими взаємодіями, що утворюються як правило в високодисперсних порошках. Найбільш міцні контакти в конденсаційних (кристалізаційних) структурах, справжні фазові контакти утворюються після зникнення прошарку між частинками

фази. На поведінку мілкодисперсних сипучих тіл великий вплив створюють також аеро- і гідродинамічні опори газової та рідинної фаз.

Під впливом вібрації в тілах розповсюджуються хвилі деформації. Моношар, що входить в контакт з джерелом вібрації, отримує від нього силові імпульси. Від нижнього моношару імпульси передаються тим моношарам, що знаходяться вище. Внаслідок інерційності, наявності сил тертя і незворотніх деформацій імпульси, по мірі передачі їх від моношару до моношару, поступово послаблюються, причому ступінь їх послаблення визначається властивостями середовища, а також характером і величиною силових імпульсів. Енергія джерела руху, джерела вібрацій в процесі проходження хвилі затрачується на пришвидшення оброблюваного середовища і відновлення втрат при незворотніх деформаціях.

При роботі вібропристрою вкрай важливо, чи суміш абразиву з оброблюваними деталями рухається разом з бункером, чи в певні моменти часу відбувається відрив її від дна контейнера.

При першому випадку відносно переміщення деталей і частинок абразиву не спостерігається. Тут проходить типово застійний процес. Єдине, що змінюється, це пришвидшення. Сила взаємодії частинок абразиву з поверхнею деталі пропорційна їх пришвидшенню, але для здійснення роботи потрібно ще й переміщення ріжучих виступів абразиву по поверхні деталі. В теорії, при періодично змінному пришвидшенні середовища (суміш абразиву і оброблюваних деталей) повинно так само періодично пружно стискатись. Оскільки середовище неоднорідне, ступінь стиску різних його частин різний, отже повинні бути відносні зміщення. Дряпання абразивом поверхні деталі, в принципі, може здійснюватись, але для цього потрібно до суміші додавати наповнювачі, що мають хороші пружні властивості. На практиці такий процес не застосовують.

Другий випадок має ті корисні особливості, завдяки яким процес віброабразивної обробки знайшов широке розповсюдження, а саме:

- перехідні процеси при втраті і поновленні контакту суміші з контейнером створюють екстремальні умови взаємодії абразиву з оброблюваною поверхнею деталі;
- відбувається перемішування суміші, внаслідок чого можлива всестороння обробка деталей, відвід від деталі стружки і спрацьованого абразиву.

Саме другий випадок проаналізовано і взято за основу для створення математичної моделі процесів, що відбуваються при віброобробці.

Для детального аналізу опис процесу руху контейнера і робочої суміші здійснено аналітично. Для кращого математичного відтворення приймається, що суміш рухається, як одне ціле. Не вдаючись в закон зміни вимушуючої сили вважається, що рух контейнера описується синусоїдою. Тертям між робочою сумішшю і стінками контейнера нехтується. Додатній напрям осі x вибирається вниз.

Положення контейнера у конкретний момент часу

$$x = A \sin(\omega t) \quad (1.1)$$

де A – амплітуда коливань,

ωt -фаза (ω – циклічна частота, t – момент часу).

Швидкість руху контейнера

$$\dot{x} = -A\omega^2 \cos(\omega t) \quad (1.2)$$

пришвидшення контейнера під час руху

$$\ddot{x} = -A\omega^2 \sin(\omega t) \quad (1.3)$$

На рух робочої суміші накладається додаткова умова. Її пришвидшення вниз не може бути більшим від пришвидшення вільного падіння g , оскільки крім сили тяжіння немає інших сил, що діють на суміш і спрямовані вниз. В момент часу, коли пришвидшення контейнера вниз стає більшим від пришвидшення вільного падіння, суміш відривається від нього і рухається окремо, пришвидшуючись лише силою тяжіння.

Таким чином, щоби суміш періодично відривалась від контейнера, необхідно, щоби максимальне за період пришвидшення контейнера вниз було більшим, ніж пришвидшення вільного падіння, тобто необхідним є виконання умови

$$A\omega^2 > g \quad (1.4)$$

Ця нерівність показує, що збільшення частоти вібрацій більш ефективно впливає на настання моменту відриву, ніж збільшення амплітуди. Водночас, при вибраній частоті роботи

вібропристрою амплітуда вібрації повинна бути достатньою для настання відриву. Для ефективної роботи необхідно також, щоби відрив був достатньо великий, тобто, щоби права і ліва частини нерівності істотно відрізнялись; проте надмірна різниця зменшує ефективність обробки, оскільки суміш просто викидається з робочої зони. Верхня межа $A\omega^2$ диктується конструктивними особливостями конкретної вібраційної машини та рівнем її завантаженості і не може бути визначена на основі припущення про гармонічний (синусоїдальний) рух контейнера.

Для аналітичного опису руху суміші визначено моменти часу, в які відбувається роз'єднання і з'єднання робочої суміші з контейнером, а також координату і швидкість суміші в момент відриву її від контейнера.

Момент t_1 відриву суміші від контейнера визначається з умови,

$$\ddot{x} = g \quad (1.5)$$

тобто

$$\sin(\omega t_1) = \frac{g}{-A\omega^2} \quad (1.6)$$

В цей же момент часу за формулою (1.1) визначається початкова координата відірваної суміші x_0 та її початкова швидкість \dot{x}_0 за формулою (1.2).

Самостійно суміш продовжує рухатись за законом

$$\dot{x} = \dot{x}_0 + \dot{x}_0'(t - t_1) + 0.5g(t - t_1)^2 \quad (1.7)$$

Через деякий час суміш знову стикається з контейнером. Контакт починається, коли їхні координати співпадають:

$$\dot{x}' = x \quad (1.8)$$

тобто

$$\dot{x}_0 + \dot{x}_0'(t_2 - t_1) + 0.5g(t_2 - t_1)^2 = A \sin(\omega t_2) \quad (1.9)$$

Рівняння (1.9) не розв'язується аналітичними методами. Його можна розв'язати графічним методом або методом послідовних наближень. Для створення комп'ютерної програми на базі математичної моделі графічний метод не придатний, тому для розв'язку рівняння (1.9) використано метод послідовних наближень.

Для того, щоб знайти розв'язок рівняння методом послідовних наближень необхідно спочатку визначити діапазон, в якому його слід шукати.

Якщо зробити припущення, що суміш відривається від контейнера в кожен період коливань, то

$$t_1 < t_2 < t_1 + T \quad (1.10)$$

де $T = \frac{2\pi}{\omega}$ – період коливань.

Причому, якщо це не перший відрив суміші, то найбільш доцільно перше наближення шукати в районі

$$t_2 = t_{2(i-1)} + T \quad (1.11)$$

де $t_{2(i-1)}$ – момент удару суміші об контейнер в попередньому періоді.

При послідовній підстановці наближень t_2 в формулу (1.9), її права і ліва частини набувають певних значень. Якщо ліва частина більша від правої, то t_2 в наступному наближенні потрібно зменшувати, і навпаки. В кінці цього розрахунку отримуються два наближення, t_2 одне з яких менше, а друге більше істинного, а різниця між ними не перевищує допустимої похибки обчислень. Замість істинного береться те наближення, при якому буде менша за модулем різниця правої і лівої частин рівняння (1.9).

Якщо ж на проміжку (1.10) не було удару суміші об контейнер, то час вільного її польоту більший за період коливань контейнера. В такому випадку діапазон пошуків моменту контакту

© В.Б.Струтинський, Р.М.Пастернак, В.П.Симонюк

переноситься на час входження суміші в зону амплітуди коливань контейнера. Час досягнення $t_{\bar{a}}$ цієї зони визначається з умови

$$\dot{x}_0 + \dot{x}_0(t_{\bar{a}} - t_1) + 0.5g(t_{\bar{a}} - t_1)^2 = -A \quad (1.12)$$

Розв'язком рівняння (1.12) є

$$t_{\bar{a}} = t_1 + \frac{-\dot{x}_0 \pm \sqrt{\dot{x}_0^2 - 2g(\dot{x}_0 + A)}}{g} \quad (1.13)$$

Розв'язок (1.13) дає два значення $t_{\bar{a}}$, але фізичного змісту позбавлені комплексне число та значення, менше t_1 . Таким чином, залишається один розв'язок.

Час удару суміші об контейнер шукається в діапазоні

$$t_{\bar{a}} < t_2 < t_{\bar{a}} + T \quad (1.14)$$

Методика пошуку по наближеннях та ж сама.

Робиться припущення, що удар абсолютно непружний, тобто далі система буде рухатись, як одне ціле.

Відносний час вільного руху

$$t_{\bar{a}\bar{b}} = \frac{t_2 - t_1}{T} \quad (1.15)$$

З аналізу динаміки руху суміші можна встановити діапазон можливостей настройки верстату шляхом регулювання амплітуди і частоти коливань контейнера.

Поряд з цим потрібно визначити розмах коливань робочої суміші.

Якщо суміш встигає впасти на дно контейнера до того, як він почне рух вгору, то крайнє нижнє положення суміші буде співпадати з амплітудою коливань контейнера

$$\dot{x}_i = A \quad (1.16)$$

Якщо ж контейнер вже відійшов від нижньої точки, він захоплює суміш і тим самим обмежує рух суміші вниз. В цьому випадку знаходиться координата x_i' зустрічі суміші з контейнером за формулою (1.1) в момент часу t_2 .

Розмах коливань суміші вгору теж можна обчислити.

Якщо суміш відривається від контейнера до того, як він ввійде у крайнє верхнє положення, є можливість збільшення розмаху коливань суміші за рахунок її підкидання. В крайньому верхньому положенні суміші її швидкість рівна нулю. (Вона знаходиться, як перша похідна по часу від координати суміші.)

$$\dot{x}_0 + g(t_{\bar{a}} - t_1) = 0 \quad (1.17)$$

де $t_{\bar{a}}$ – час досягнення сумішшю крайнього верхнього положення.

Він становить

$$t_{\bar{a}} = t_1 - \frac{\dot{x}_0}{g} \quad (1.18)$$

Оскільки \dot{x}_0 від'ємне при відриві суміші до проходження контейнером крайнього верхнього положення, то логічний зв'язок $t_{\bar{a}} > t_1$ зберігається.

Координата суміші в цей момент знаходиться з (1.6). Підставивши $t_{\bar{a}}$ і перетворивши, отримаємо

$$x_{\bar{a}}' = x_0' - \frac{(\dot{x}_0')^2}{2g} \quad (1.19)$$

Розмах коливань суміші

$$D_{\bar{n}} = x_i' - x_{\bar{a}}' \quad (1.20)$$

Підставивши (1.7) і (1.19) в (1.20), отримаємо

$$D_{\bar{n}} = A \sin(\omega t_2) - \left(x_0' - \frac{(\dot{x}_0')^2}{2g} \right) \quad (1.21)$$

Наведена елементарна модель математичного аналізу дає можливість приблизно встановити перебіг процесів при віброабразивній обробці на сталих режимах. Використання даної моделі бажане при попередньому аналізі режиму настройки вібропристрою. Фактором, що обмежує її застосування є попереднє припущення про синусоїдальний рух контейнера, і як наслідок – неточність відтворення рухів контейнера і суміші, а також те, що вона не призначена для опису перехідних процесів при вмиканні-вимиканні вібропристрою та перемиканні його на інший режим роботи, регулюванні окремих параметрів безпосередньо при роботі пристрою.

1. Бабичев А.П. и др. Вибрационные станки для обработки деталей. – М.: Машиностроение, 1984. - 168с.
2. Калиткин Н.Н. Численные методы. – М.:Наука, 1978. – 512с.
3. Карташов И.Н. и др. Обработка деталей свободными абразивами в вибрирующих резервуарах. К., “Вища школа”, 1975. – 188с.
4. Гончаревич И.Ф. Вибрация - нестандартный путь. – М.: Наука, 1986.-209 с.
5. Струтинський В.Б. Математичне моделювання процесів та систем механіки: Підручник. – Житомир: ЖІТІ, 2001. – 610с.
6. Сигорский В.П. Математический аппарат инженера. – К.: Техніка, 1975. – 768с.
7. Решетов Д.Н., Портман В.Т. Точность металлорежущих станков. - М.: Машиностроение, 1986. – 336с.