

УДК 539.375

В.В.Божидарнік, В.М.Садівський

Луцький національний технічний університет

### ВИЗНАЧЕННЯ ГРАНИЧНИХ НАВАНТАЖЕНЬ, ЩО ВИКЛИКАЮТЬ ЛОКАЛЬНЕ РУЙНУВАННЯ БІЛЯ ВЕРШИН ГОСТРОКІНЦЕВИХ ВКЛЮЧЕНЬ В ІЗОТРОПНИХ ПЛАСТИНАХ

Розглядається ізотропна пластина, що містить пружне криволінійне включення з точками звороту на контурі і розтягується на нескінченності взаємно перпендикулярними монотонно зростаючими зусиллями. Визначаються зусилля, по досягненні яких в околі точки звороту утворюється тріщина. Оцінюється можливість застосування методів механіки руйнування до розрахунку крихкої міцності композицій, що складаються із матриці і гострокінцевого включення з іншими пружними властивостями.

**Ключові слова:** включення, гострокінцевий виріз, гранична рівновага, композиція.

Нехай ізотропна пластина містить криволінійне пружне включення з точками звороту на контурі і розтягується на нескінченності взаємно перпендикулярними монотонно зростаючими зусиллями  $N_1$  і  $N_2$ , причому зусилля  $N_1$  направлене під кутом  $\alpha$  до осі  $Ox$ . (Початок системи координат співпадає з вершиною включення, вісь  $Ox$  направили так, щоб її від'ємна вітка проходила через геометричний центр включення). Задача полягає у визначенні зусиль  $N_1 = N_1^*$ ,  $N_2 = N_2^*$ , по досягненні яких в околі точки звороту утворюється тріщина. Відмітимо, що досягненню граничної рівноваги пластин з тріщинами і жорсткими включеннями були присвячені роботи [1-3] і інші. Ми розглядаємо приклад пружного включення, граничними випадками якого є абсолютно гнучке включення (порожнистий виріз) і абсолютно жорстке включення. Припускаємо, що міцність включення і міцність контактної сфери (граничі розділу) між включенням і матрицею вище міцності матриці. Оцінимо можливість застосування методів механіки руйнування до розрахунку крихкої міцності композицій, що складається із матриці і гострокінцевого включення з іншими пружними властивостями.

Із розгляду напружень можна зробити висновок, що всі фізично можливі композиції  $-1 \leq d \leq 1$  ( $d = (G_2 - G_1)/(G_2 + G_1)$ ) слід розділити на декілька класів, що визначаються нерівностями

$$-1 \leq -d_1 < d_2 < -d_3 < 0 < d_4 < d_5 < d_6 \leq 1.$$

Включення, що попали зовні інтервалу  $(-d_1; d_6)$  віднесем до абсолютно жорстких або до порожнистих дефектів і будемо визначати їх міцність по відповідних формулах [2, 4]. Якщо компоненти  $\sigma_r$ ,  $\sigma_\theta$  розподілу напружень біля точки звороту пружного включення представити як

$$\sigma_r = \frac{A_r}{\sqrt{r}} + o(1), \quad \sigma_\theta = \frac{A_\theta}{\sqrt{r}} + o(1),$$

то для включень, що лежать в інтервалах  $(-d_1, d_2)$ ,  $(d_5, d_6)$  можна обмежитись розглядом тільки сингулярного члена у напруженнях, наприклад,  $A_\theta \sqrt{r}$  для м'яких включень і  $A_r/\sqrt{r}$  - для жорстких. При оцінці міцності композицій, що лежать в інтервалах  $(-d_2, -d_3)$  і  $(d_4, d_5)$  крім

сингулярного члена слід враховувати ще і постійний член  $O(1)$  у напруженнях. Накінець, в інтервалі  $(-d_3, d_4)$  коефіцієнти інтенсивності напружень біля гострокінцевих пружних включень

дуже малі (основний вклад в напруження вносить постійний член  $O(1)$ ) і тому класичні підходи лінійної механіки руйнування до розрахунку на міцність таких композицій взагалі не застосовні. Розглянемо більш детально клас включень, які попадають зовні інтервалу  $(-d_2, d_5)$ .

У [4,5] запропоновано критерій локального руйнування поблизу вершини тріщини, де припускалось, що початкова стадія руйнування відбувається біля вершини тріщини вздовж лінії, нормальні розтягуючі напруження до якої досягають максимально можливої інтенсивності. При цьому, як впливало із асимптотичних співвідношень для розподілу напружень поблизу вершини тріщини, дотичні напруження відсутні. Величина граничного навантаження визначалась із співвідношень

$$\lim_{r \rightarrow 0} \left\{ \sqrt{r} \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} \right\}_{\theta = \theta^*} \quad (1)$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} \left\{ \sqrt{r} \sigma_\theta(\theta^*) \right\} = K_c, \quad (2)$$

де  $K_c$  – опір матеріалу поширенню в ньому тріщини,

$\theta^*$  – кут, що визначає початковий напрямок поширення тріщини.

Оскільки для пружного включення також справедливий висновок, що витікає із відповідного розподілу напружень, що в напрямку максимальних нормальних напружень  $\sigma_\theta$  дотичні напруження  $\sigma_{r\theta}$  відсутні, то для знаходження граничного навантаження можливе застосування формул (1), (2). (Припускаємо, що у випадку м'яких включень головний вклад в руйнування вносить напруження  $\sigma_\theta$ ). Тоді, згідно основних положень механіки руйнування [4,6,7], критерій локального руйнування для м'яких включень можна записати так

$$A_\theta^{\max(l,\theta)}(\theta, N_1, N_2, G_1, G_2, V_1, V_2) = K_{0\theta}, \quad \text{при } d \geq d_5 \quad (3)$$

де  $K_{0\theta}$  – постійна, що характеризує опір матеріалу зародженню в ньому тріщини у напрямку  $\theta$ .

Вираз  $A_\theta^{\max(l,\theta)}(\theta, N_1, N_2, G_1, G_2, V_1, V_2)$  означає максимальне значення по кутах  $\alpha$  і  $\theta$  сингулярної частини напружень  $\sigma_\theta$  в околі гострокінцевого включення.

Умову (3) запишемо так

$$N_1^* \tilde{A}_\theta^{\max(l,\theta)}(1, \zeta, \theta, G_1, G_2, V_1, V_2) = K_{0\theta}, \quad \text{при } d \geq d_5, \quad (4)$$

$$(\zeta = N_2^*/N_1^*).$$

Звідси знаходимо граничне навантаження необхідне для виникнення тріщини біля вершини включення

$$N_1^* = \frac{K_{0\theta}}{\tilde{A}_\theta^{\max(l,\theta)}(1, \zeta, \theta, G_1, G_2, V_1, V_2) = K_{0\theta}}, \quad \text{при } d \geq d_5. \quad (5)$$

Встановлено [1,2], що для пластин з абсолютно жорстким включенням головний вклад в руйнування вносить напруження  $\sigma_r$ . Припускаємо, що для розглядуваних пружних включень, пружні характеристики яких близькі до абсолютно жорсткого включення, справедливий такий самий висновок, тому для таких включень можна записати перетворення подібні (1)-(5) і знайти граничне навантаження для  $d \leq -d_2$ .

Дані критеріальні співвідношення припускають, що в однорідному ізотропному матеріалі матриці на деякій віддалі від вершини включення (тобто у кільцевій області  $r^* < r < r^{**}$ , де виконуються асимптотичні вирази для пружного включення), виникає тріщина чи ряд тріщин нормального розриву. При цьому вкладом дотичних напружень  $\sigma_{r\theta}$  нехтуємо. У випадку м'яких включень ця умова виконується автоматично. Для оцінки граничного навантаження із зміною жорсткості композиції нами обчислювалось граничне навантаження для одностороннього розтягу пластини. Із результатів обчислень випливає, що включення, для яких відношення модулів зсуву  $G_2/G_1 > 60$  можна віднести до порожнистих дефектів і користуватись виразами коефіцієнтів інтенсивності і асимптотичного розподілу напружень для гострокінцевих виразів. Аналогічно клас включень для яких  $G_2/G_1 < 0,02$  віднесемо до абсолютно жорстких включень і будемо користуватись відповідними формулами механіки руйнування. В зв'язку з тим, що критеріальні співвідношення типу (3)-(5) записані для всіх форм дефектів даного класу, то, очевидно, дані висновки справедливі для заповнених тріщин різної конфігурації.

#### Література

- 1) Бережницький Л.Т., Труш И.И. К построению критерия хрупкого разрушения горных пород при двухосном напряженном состоянии. «Термические методы разрушения горных пород», Киев, «Наукова думка», 1972, 2, с. 89-92.
- 2) Бережницький Л.Т., Панасюк В.В., Труш И.И. «О локальном разрушении хрупкого тела с остроконечными жесткими включениями». Проблемы прочности, 1973, 10, с. 8-11.
- 3) Каминский А.А. «Определение критических нагрузок, вызывающих развитие расширенных трещин». Прикладная механика, 1966, 2, 11, с.63-67.
- 4) Панасюк В.В. Предельное равновесие хрупких тел с трещинами. Киев, «Наукова думка». 1968, 246 с.
- 5) Панасюк В.В., Бережницький Л.Т. К вопросу о предельном равновесии пластин с острыми концентраторами напряжений. «Физико-химическая механика материалов, 1968, с. 10-15.
- 6) Ивлев Д.Д. О теории трещин квазихрупкого разрушения. «Журнал прикладной математики и технической физики», 1967, 6, с. 88-128.
- 7) Партон В.З., Морозов Е.И. «Механика упруго-пластического разрушения», Москва, «Наука», 1974, 416 с.