

УДК 621.822:681.2:369.64

Ю.С.Лапченко, Б.О.Пальчевський

Луцький національний технічний університет

МОДЕЛЮВАННЯ ФОРМОУТВОРЕННЯ РОБОЧОЇ ПОВЕРХНІ НА ОПЕРАЦІЇ БЕЗЦЕНТРОВОГО ШЛІФУВАННЯ ЗОВНІШНЬОГО КІЛЬЦЯ РОЛИКОПІДШИПНИКА

В статті наведено математичну модель процесу безцентрового шліфування робочої поверхні зовнішнього кільця роликотпідшипника.

В процесі безцентрового шліфування робочих поверхонь кілець крім рухів, необхідних для утворення рельєфу поверхні і процесу різання, виникають додаткові рухи, які впливають на параметри геометричної структури шліфованої поверхні. Зокрема це відноситься до таких рухів, які впливають на зміну координат розміщення лінії контакту шліфувального круга і деталі. Такі коливання лінії контакту круга і деталі в робочому просторі формоутворення виникають з багатьох причин і призводять до зміни параметрів шорсткості, хвилястості поверхні, а також до зниження її точності [1].

Для визначення профілю поверхні (хвилястості), її геометричних параметрів, що формуються в процесі безцентрового шліфування, необхідно вирішувати наступні задачі:

- визначити траєкторію руху точок шліфувального круга (центру мас та периферії) та його взаємодію з оброблюваною поверхнею;
- побудувати математичну модель, що пов'язує динамічні параметри процесу з геометричними параметрами хвилястості;

При розрахунку прийняті наступні допущення:

1) Система коливається під дією сил, що викликані дисбалансом шліфувального круга та коливань викликаних динамічною системою, що викликані протіканням процесу різання. Дане припущення основане на тому, що при запису осцилограми, при обробці нормальним кругом, на стрічці ясно видні коливання, що пов'язані з присутністю сил різання та дисбалансом круга, частота яких відповідає швидкості обертання шпинделя. При обробці переривчастим та композиційним кругом на основну складову накладена гармоніка більш високого порядку, що викликана присутністю ударних сил F_g , частота яких змінює частоти цих сил (тобто кількістю виступів на крузі)

2) Демпфування у пружній технологічній системі відсутнє.

3) Деталь має абсолютну жорсткість. Дане припущення основане на тому, що жорсткість встановлення деталі на 2-х опорах приблизно на 2 порядки вище жорсткості опор шпинделя. Коливання інших елементів пружної системи незначні, по відношенню до шпинделя (коливання якого прийняті за одиницю) і складають: шліфувальної бабки – 0,25-0,4; деталі – 0,02-0,03, тобто коливання деталі можна не враховувати.

4) Шліфувальний круг має постійну форму правильного циліндру. Дане припущення ґрунтується на результатах спрацювання композитних кругів в часі. Порушення мікропрофілю по твірній поверхні не відбувається. Радіальне спрацювання круга в реальному часі протікає рівномірно і наявність хвилястості на поверхні круга не спостерігалась.

5) Шпиндель верстата разом із шліфувальним кругом, вважаємо жорстким, таким що встановлений на демпфуючих опорах. Дане припущення базується на тому, що жорсткість згину шпинделя значно перевищує жорсткість опор.

6) Вісь шпинделя суміщена з геометричним центром круга.

На першому етапі знаходимо рівняння для звичайного круга з урахуванням його дисбалансу (рис. 1) [2].

Нехай Y_1, Y_2, Z_1, Z_2 представляють собою малі переміщення осі шпинделя в опорах при коливаннях в радіальному та тангенціальному напрямках (відповідно на першій та другій опорах). Переміщення центра C маси шліфувального круга визначимо через переміщення шпинделя в опорах

$$Y_{C_{к1}} = Y_i \frac{l_{кр} + X_u}{X_u}.$$

Аналогічно отримуємо для переміщень в горизонтальній площині.

$$Z_{C_{k1}} = Z_i \frac{l_{кр} + X_u}{X_u},$$

де X_u - точка перетину осі балки з горизонтальною лінією при умові рівноваги.

Позначимо через C_{B1} , C_{B2} , $C_{Г1}$, $C_{Г2}$ жорсткості опор відповідно у вертикальному та

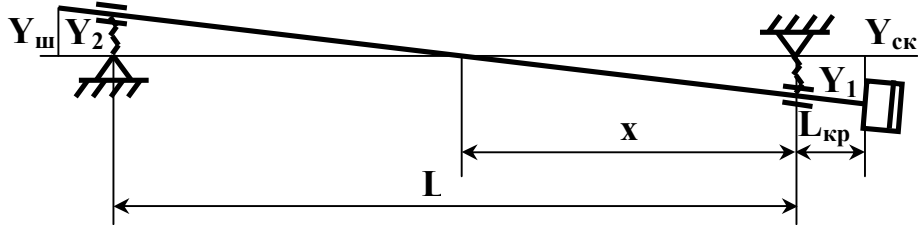


Рис. 1. Схема радіального переміщення Y_{CK} центру мас шліфувального круга в залежності від переміщення осі шпинделя в опорах

горизонтальному напрямках. Реакції підшипників у напрямках Y та Z , що викликані малими переміщеннями Y_1 , Y_2 , Z_1 , Z_2 будуть $C_{B1} \cdot y_1$, $C_{B2} \cdot y_2$, $C_{Г1} \cdot z_1$, $C_{Г2} \cdot z_2$.

Збуджуючими факторами для нормального круга з урахуванням його дисбалансу буде сила різання $P_{різ}$ та неврівноважена центробіжна сила $P_{цб}$ шліфувального круга.

Рівняння, що визначає переміщення центру мас в проекції на осі координат, має вигляд

$$\left. \begin{aligned} \frac{P}{g} \cdot \ddot{y}_{CK} + C_{B1} \cdot y_1 - C_{B2} \cdot y_2 + P_{різ} \cdot \sin \delta + P = P_{цб} \cdot \sin \omega_{кр} t \\ \frac{P}{g} \cdot \ddot{z}_{CK} + C_{Г1} \cdot z_1 - C_{Г2} \cdot z_2 + P_{різ} \cdot \cos \delta = P_{цб} \cdot \cos \omega_{кр} t \end{aligned} \right\}. \quad (1)$$

де P - сила тяжіння.

Для повного визначення руху осі шпинделя необхідно скласти диференціальне рівняння, що описує кутове обертання осі шпинделя X_1 відносно нерухомих осей X та Z . Відповідно закону зміни моменту кількості руху, похідна по часу повного моменту кількості руху рухомої системи відносно нерухомої осі, рівна моменту зовнішніх сил відносно тієї ж осі. В результаті пружних деформацій вісь обертання X_1 складає з нерухомими координатними площинами XY та XZ малі кути α та β . Кути повороту осі шпинделя у вертикальній та горизонтальній площинах будуть

$$\alpha = \frac{y_2 - y_1}{l}; \quad \beta = \frac{z_2 - z_1}{l}. \quad (2)$$

Складові моменту кількості руху відносно осей X_1 , Y_1 , Z_1 визначаються

$$L_{X1} = -I \cdot \omega_{кр}; \quad L_{Y1} = -I_1 \cdot \dot{\beta}; \quad L_{Z1} = I_1 \cdot \dot{\alpha},$$

де I - момент інерції шліфувального круга відносно осі X_1 ; I_1 - момент інерції шліфувального круга відносно осей OY_1 та OZ_1 .

Моменти кількості руху відносно нерухомих осей Y та Z знайдемо, спроектувавши на ці осі моменти L_{X1} , L_{Y1} , L_{Z1}

$$L_Y = L_{Y1} + L_{X1} \cdot \alpha = -I_1 \cdot \dot{\beta} - I \cdot \omega_{кр} \cdot \alpha$$

$$L_Z = L_{Z1} + L_{X1} \cdot \beta = I_1 \cdot \dot{\alpha} - I \cdot \omega_{кр} \cdot \beta$$

На основі закону зміни моменту кількості руху отримуємо

$$M_Y = \frac{d}{dt} \cdot L_Y; \quad M_Z = \frac{d}{dt} \cdot L_Z. \quad (3)$$

де M_Y та M_Z - відповідно моменти зовнішніх сил відносно осей Y та Z .

Враховуючи рівності (2) і (3) диференціальне рівняння. Що описує повороти осі X_1 шпинделя відносно нерухомих осей Y та Z можна записати

$$\begin{aligned} M_Z + C_{B1} \cdot y_1 \cdot l_{кр} - C_{B2} \cdot y_2 \cdot (l + l_{кр}) &= 0 \\ M_Y + C_{Г1} \cdot z_1 \cdot l_{кр} - C_{Г2} \cdot z_2 \cdot (l + l_{кр}) &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

Система диференціальних рівнянь, що описує рух осі шпинделя шліфувального круга в просторі під дією сил різання та неврівноваженості круга має вигляд

$$\left. \begin{aligned} \frac{P}{g} \left(\ddot{y}_1 \frac{l_{кр} + X_u}{X_u} \right) + C_{B1} \cdot y_1 - C_{B2} \cdot y_2 + P_{риз} \cdot \sin \delta + P = P_{цб} \cdot \sin \omega_{кр} t \\ \frac{P}{g} \left(\ddot{z}_1 \frac{l_{кр} + X_u}{X_u} \right) + C_{Г1} \cdot z_1 - C_{Г2} \cdot z_2 + P_{риз} \cdot \cos \delta = P_{цб} \cdot \cos \omega_{кр} t \\ I_1 \cdot \frac{\ddot{y}_2 - \ddot{y}_1}{l} + I \cdot \omega_{кр} \cdot \frac{\dot{z}_1 - \dot{z}_2}{l} + C_{B1} \cdot y_1 \cdot l_{кр} - C_{B2} \cdot y_2 \cdot (l + l_{кр}) = 0 \\ I_1 \cdot \frac{\ddot{z}_1 - \ddot{z}_2}{l} + I \cdot \omega_{кр} \cdot \frac{\dot{y}_1 - \dot{y}_2}{l} - C_{Г1} \cdot z_1 \cdot l_{кр} + C_{Г2} \cdot z_2 \cdot (l + l_{кр}) = 0 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Система рівнянь складена для силової неврівноваженості круга, бо згідно (1, 3) встановлено, що найбільше відхилення осі викликає саме силова неврівноваженість, при якій амплітуди вібрації у 2-3 разів більше амплітуди вібрацій, що викликані моментом неврівноваженості.

Відомо, що при наявності гіроскопічних моментів коливання у площинах YOX та ZOX взаємопов'язані, а отже коливання вала в площині неможливі.

Дослідження, що проведені рядом авторів доводять, що шпиндель шліфувального верстату можна розглядати як гіроскоп, що обертається навколо полюса (Π) (рис. 2) [3]. Отже коливання шпинделя, що викликані неврівноваженістю, представляють „пряму” процесію з кутовою швидкістю, що рівна швидкості обертання шпинделя.

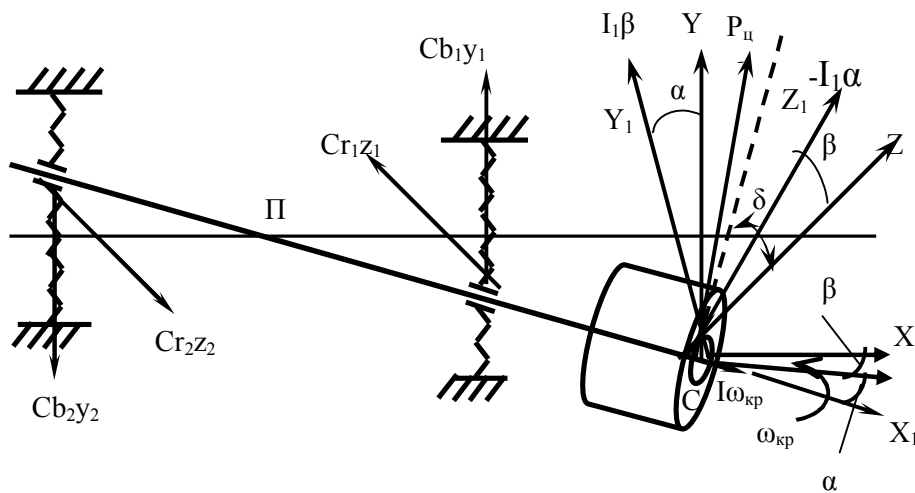


Рис. 2. Схема дійсних сил неврівноваженого консольного шпинделя із шліфувальним кругом

Вирішення системи диференціальних рівнянь (5), що представляють собою коливання шпинделя із шліфувальним кругом під дією сил різання та наявності сил різання та дисбалансу має вигляд

$$\begin{aligned} y_1 &= y_{10} + B_1 \cdot \sin \omega_{кр} t & y_2 &= y_{20} + B_2 \cdot \sin \omega_{кр} t \\ z_1 &= z_{10} + A_1 \cdot \cos \omega_{кр} t & z_2 &= z_{20} + A_2 \cdot \cos \omega_{кр} t \end{aligned} \quad (6)$$

де $y_{10}, y_{20}, z_{10}, z_{20}$ - переміщення точок осі шпинделя, що лежать в площинах опор та викликані дією сил різання $P_{риз}$ та силою тяжіння круга P (рис. 3);

- A_1, A_2, B_1, B_2 - амплітуди коливань опор шліфувальної бабки, визначені за теоремою Крамера (горизонтальні і вертикальні).

$$A_1 = \frac{\Delta A_1}{\Delta}; \quad A_2 = \frac{\Delta A_2}{\Delta}; \quad B_1 = \frac{\Delta B_1}{\Delta}; \quad B_2 = \frac{\Delta B_2}{\Delta};$$

де Δ - визначник системи (5) чотирьох алгебраїчних рівнянь, отриманих в результаті підстановки розв'язків (6) в систему рівнянь (5);

$\Delta A_1, \Delta A_2, \Delta B_1, \Delta B_2$ - визначники шуканих постійних.

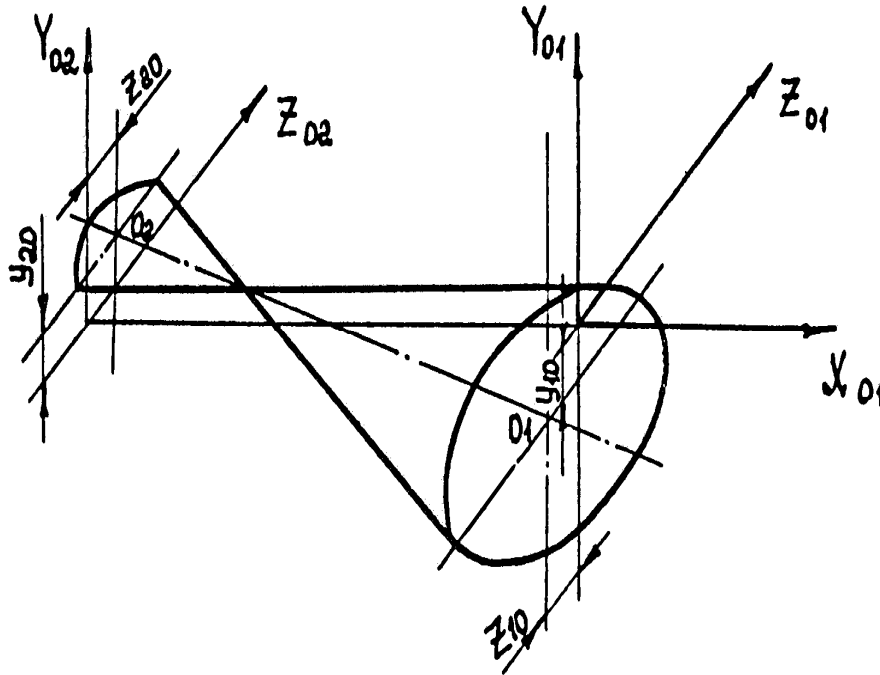


Рис. 3. Поверхня, яка описує вісь шпинделя в просторі під дією дисбалансів шліфувального круга

Після підстановки і відповідних перетворень одержимо систему, в якій доданки в правій частині, члени, що містять $y_{10}; y_{20}; z_{10}; z_{20}$ можна прийняти рівними 0, оскільки ми розглядаємо переміщення, пов'язані з урахуванням зміни збурюючих зусиль в часі. Сила різання $P_{різ}$ не впливає на характер переміщення осі, якщо прийняти її не змінної в часі, а викликає лише одночасове зміщення її, яке залишається постійним на протязі всього часу шліфування. Сила ваги приймається рівномірно розподіленою масою по всьому об'єму круга. Вхідну в систему силу різання $P_{різ}$ можна представити у вигляді якої-небудь постійно діючої сили, що змінюється за синусоїдальним законом $P_{різ} = P_0 \cdot \sin \omega t$. Тоді, доданок сили різання матиме вигляд:

$$\frac{P_0 \cdot \sin \omega t \cdot \sin \delta}{\sin \omega t} = P_0 \cdot \sin \delta \rightarrow (P_y; P_z),$$

тобто буде результуючою сил P_y і P_z . Оскільки нас цікавлять тільки амплітуди коливань на першій опорі, тобто A_1, B_1 , то визначники ΔA_1 , і ΔB_1 отримані з визначника Δ системи послідовною заміною відповідного стовпця на стовпець

$$\begin{array}{cc} -P_y & +P_{цб} \\ -P_z & +P_{цб} \\ 0 & \\ 0 & \end{array}$$

Визначник Δ системи буде

$$\Delta = \begin{vmatrix} \left(-\frac{P\omega_{kp}^2 K_1}{g} + C_{B1}\right) & (-C_{B2}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \left(-\frac{P\omega_{kp}^2 K_1}{g} + C_{\Gamma1}\right) & (-C_{\Gamma2}) \\ \left(\frac{I_1\omega_{kp}^2}{l} + C_{B1} \cdot l_{kp}\right) & \left(-\frac{I_1\omega_{kp}^2}{l} - C_{B2}K_2\right) & \left(-\frac{I\omega_{kp}^2}{l}\right) & \left(\frac{I\omega_{kp}^2}{l}\right) \\ \left(\frac{I\omega_{kp}^2}{l}\right) & \left(-\frac{I\omega_{kp}^2}{l}\right) & \left(-\frac{I_1\omega_{kp}^2}{l} - C_{\Gamma1} \cdot l_{kp}\right) & \left(\frac{I_1\omega_{kp}^2}{l} + C_{\Gamma2}K_2\right) \end{vmatrix} =$$

$$\begin{aligned} & \left(-\frac{P\omega_{kp}^2 K_1}{g} + C_{B1}\right) \cdot \left[\left(-\frac{P\omega_{kp}^2 K_1}{g} + C_{\Gamma1}\right) \cdot \left(\frac{I\omega_{kp}^2}{l}\right) \cdot \left(-\frac{I\omega_{kp}^2}{l}\right) + (-C_{\Gamma2}) \times \right. \\ & \times \left. \left(-\frac{I_1\omega_{kp}^2}{l} - C_{B2}K_2\right) \cdot \left(-\frac{I\omega_{kp}^2}{l} - C_{\Gamma2}l_{kp}\right) - \left(-C_{\Gamma2}\right) \cdot \left(-\frac{I\omega_{kp}^2}{l}\right) \cdot \left(-\frac{I\omega_{kp}^2}{l}\right) - \right. \\ & \left. \left(\frac{I_1\omega_{kp}^2}{l} - C_{\Gamma2}K_2\right) \cdot \left(-\frac{I\omega_{kp}^2}{l} - C_{B2}K_2\right) \cdot \left(-\frac{P\omega_{kp}^2}{l} + C_{\Gamma1}\right) \right] - (C_{B2}) \times \\ & \times \left[\left(-\frac{P\omega_{kp}^2 K_1}{g} + C_{\Gamma1}\right) \cdot \left(\frac{I\omega_{kp}^2}{l}\right) \cdot \left(\frac{I\omega_{kp}^2}{l}\right) + (-C_{\Gamma2}) \cdot \left(\frac{I_1\omega_{kp}^2}{l} + C_{B1}l_{kp}\right) \times \right. \\ & \times \left. \left(-\frac{I\omega_{kp}^2}{l} - C_{\Gamma1}l_{kp}\right) - \left(\frac{I\omega_{kp}^2}{l}\right) \cdot \left(-\frac{I\omega_{kp}^2}{l}\right) \cdot (-C_{\Gamma2}) - \left(\frac{I_1\omega_{kp}^2}{l} + C_{\Gamma2}K_2\right) \times \right. \\ & \left. \times \left(\frac{I\omega_{kp}^2}{l} + C_{B2}l_{kp}\right) \cdot \left(-\frac{P\omega_{kp}^2 K_1}{g} + C_{\Gamma1}\right) \right] \end{aligned} \quad (7)$$

Визначники ΔB_1 і ΔA_1 будуть

$$\Delta B_1 = (-P_y + P_{y\bar{0}}) \cdot \left[\left(-\frac{P\omega_{kp}^2 K_1}{g} + C_{\Gamma1}\right) \cdot \left(\frac{I\omega_{kp}^2}{l}\right) \cdot \left(-\frac{I\omega_{kp}^2}{l}\right) + (-C_{\Gamma2}) \times \right.$$

$$\times \left. \left(-\frac{I_1\omega_{kp}^2}{l} - C_{B2}K_2\right) \cdot \left(-\frac{I_1\omega_{kp}^2}{l} - C_{\Gamma2}l_{kp}\right) - (-C_{\Gamma2}) \cdot \left(-\frac{I\omega_{kp}^2}{l}\right) \cdot \left(-\frac{I\omega_{kp}^2}{l}\right) - \right.$$

$$\left. - \left(-\frac{P\omega_{kp}^2}{l} + C_{\Gamma1}\right) \cdot \left(-\frac{I_1\omega_{kp}^2}{l} + C_{B2}K_2\right) \cdot \left(\frac{I_1\omega_{kp}^2}{l} - C_{\Gamma2}K_2\right) \right] - (C_{B2}) \times$$

$$\times \left[\left(-P_z + P_{z\bar{0}}\right) \cdot \left(-\frac{I\omega_{kp}^2}{l}\right) \cdot \left(\frac{I_1\omega_{kp}^2}{l} - C_{\Gamma2}K_2\right) - (-P_z + P_{z\bar{0}}) \cdot \left(-\frac{I\omega_{kp}^2}{l}\right) \times \left(\frac{I_1\omega_{kp}^2}{l}\right) \right] \quad (8)$$

$$\Delta A_1 = (-P_z + P_{z\bar{0}}) \cdot \left[\left(-\frac{P\omega_{kp}^2 K_1}{g} + C_{B1}\right) \cdot \left(-\frac{I_1\omega_{kp}^2}{l} - C_{B2}K_2\right) \times \right.$$

$$\times \left. \left(\frac{I_1\omega_{kp}^2}{l} + C_{\Gamma2}K_2\right) + (-C_{B2}) \cdot \left(\frac{I\omega_{kp}^2}{l}\right)^2 - \left(\frac{I\omega_{kp}^2}{l}\right) \cdot \left(\frac{I\omega_{kp}^2}{l}\right) \times \right.$$

$$\times \left. \left(-\frac{P\omega_{kp}^2 K_1}{g} + C_{B1}\right) - \left(\frac{I_1\omega_{kp}^2}{l} + C_{\Gamma2}K_2\right) \cdot \left(\frac{I_1\omega_{kp}^2}{l} + C_{B2}l_{kp}\right) \cdot (-C_{B2}) \right] + (-C_{\Gamma2}) \times$$

$$\times \left[\left(-P_y + P_{y\bar{0}}\right) \cdot \left(\frac{I_1\omega_{kp}^2}{l} + C_{B2}l_{kp}\right) \cdot \left(-\frac{I\omega_{kp}^2}{l}\right) - \left(-\frac{I\omega_{kp}^2}{l}\right) \cdot \left(-\frac{I_1\omega_{kp}^2}{l} - C_{B2}K_2\right) \cdot (-P_e + P_{e\bar{0}}) \right] \quad (9)$$

У приведених виразах (7-9)

$$K_1 = \frac{l_{kp} + X_u}{X_u}; \quad K_2 = l + l_{kp}$$

Для визначення рівнянь руху точок, що належать осі шпинделя і лежачих відповідно в поперечних площинах опор Y_1OZ_1 і Y_2OZ_2 з рівнянь (6) виключимо параметр t після чого одержимо

$$\begin{aligned} \frac{(y_1 - y_{10})^2}{B_1^2} + \frac{(z_1 - z_{10})^2}{A_1^2} &= 1 \\ \frac{(y_2 - y_{20})^2}{B_2^2} + \frac{(z_2 - z_{20})^2}{A_2^2} &= 1 \end{aligned} \quad (10)$$

Рівність (10) є канонічними рівняннями еліпсів з початком координат відповідно в точках $O_1 (y_{10}; z_{10})$ і $O_2 (y_{20}; z_{20})$.

Отже, під дією неврівноважених сил, в результаті складання гіроскопічних коливання у вертикальному і горизонтальному напрямках кінець осі шпинделя описує еліптичну траєкторію.

Як показали раніше проведені дослідження запису амплітуди коливань, при шліфуванні переривчастим і композиційним кругами на основну складову коливань круга, пов'язану з його дисбалансом, накладається ще гармоніка вищого порядку, які виникають під дією збурюючої сили F_6 (тобто ударного навантаження), пов'язаної із специфічними умовами обробки даних кругів. Наявність ударного навантаження підтверджується тим, що характерною особливістю реакції системи на ударне збурення є наявність вихідного сигналу по закінченні вхідного впливу (так званий ефект ударного наслідку).

Представивши збурюючу силу F_6 у вигляді двох складових (радіальної і тангенціальної) F_{6y} і F_{6z} і розклавши їх в ряд Фур'є і розглянувши певні гармоніки.

Тоді

$$F_{6y} = B \sin \omega_1 t$$

$$F_{6z} = A \sin \omega_1 t$$

де A і B - амплітудні значення сил F_{6y} і F_{6z} .

Рівняння руху центру круга під дією ударного навантаження в площині YOZ

$$\begin{cases} \ddot{y} + \omega^2 y = B \sin \omega_1 t \\ \ddot{z} + \omega^2 z = A \sin \omega_1 t \end{cases} \quad (11)$$

Частковий розв'язок цієї системи має вигляд

$$y^* = C_1 \sin \omega_1 t \quad (12)$$

$$z^* = C_2 \sin \omega_1 t$$

Підставивши (3.14) в (3.13)

$$\begin{aligned} -C_1 \omega_1^2 + \omega^2 C_1 &= B \\ -C_2 \omega_1^2 + \omega^2 C_2 &= A \end{aligned} \quad (13)$$

Визначимо коефіцієнти C_1 і C_2 системи

$$C_1 = \frac{B}{\omega^2 - \omega_1^2} \quad C_2 = \frac{A}{\omega^2 - \omega_1^2}$$

і підставивши в (12) знайдемо переміщення осі під дією гармонійної збурюючої сили F_6

$$\begin{aligned} y^* &= \frac{B}{\omega^2 - \omega_1^2} \cdot \sin \omega_1 t \\ z^* &= \frac{A}{\omega^2 - \omega_1^2} \cdot \sin \omega_1 t \end{aligned} \quad (14)$$

Тобто під дією гармонійної збурюючої сили вісь шпинделя відносно еліпсоїдної кривої скоюватиме ще гармонійні синусоподібні коливання.

Таким чином на підставі принципу суперпозиції, при шліфуванні переривчастими і композиційними кругами центр мас круга описуватиме в площині перетину (YOZ), перпендикулярному осі шпинделя, складну замкнуту криву, описувану виразом (15)

$$\begin{cases} y = B_{ce} \cdot \sin \omega_0 t_c + U_y \cdot \sin \omega_e t_c \cdot \sin \omega_0 t_c \\ z = A_{cz} \cdot \cos \omega_0 t_c + U_z \cdot \sin \omega_e t_c \cdot \cos \omega_0 t_c \end{cases} \quad (15)$$

визначаючому положення центру мас круга в даний момент часу t_c відносно нерухомих координат $O'Y$ і $O'Z$. Де A_{cz} і B_{ce} - амплітуди горизонтальних і вертикальних (відповідно) коливань, пов'язаних із дисбалансом круга; U_y і U_z - амплітуди вимушених радіальних і тангенціальних коливань пов'язаних із дією вимушеної збурюючої сили; ω_0 і ω_e - частоти основної і високочастотної складової вимушених коливань (відповідно).

Тобто одержана система рівнянь (15), що визначає координати руху осі шліфувального круга в площині перетину, перпендикулярному осі шпинделя, під дією виникаючих сил, з урахуванням амплітуди і частоти коливань.

Отже, знаючи рух центру мас круга, можна перейти до розгляду моделі утворення хвилястості на оброблюваній поверхні, сформованій формоутворюючою точкою периферії круга при шліфуванні переривчастими і композиційними кругами з урахуванням їх конструктивних особливостей. Але для того, щоб визначити координати (X , Y у залежностях 15) руху осі, необхідно розрахувати ще величину амплітуди високочастотних вимушених коливань (U_y , U_z).

1. Марчук В.І., Лапченко Ю.С. Динамічна модель процесу безцентрового шліфування доріжок кочення внутрішніх кілець роликотішипників // Наукові нотатки: Міжвуз. зб. (за напрямком "Інженерна механіка"). – Луцьк: ЛДТУ, 2007.– Вип. 19.- С. 212-218.
2. Лапченко Ю.С. Вплив нормальної сили і ріжучих властивостей круга на основний час шліфування // Наукові нотатки: Міжвуз. зб. (за напрямком "Інженерна механіка"). – Луцьк: ЛДТУ, 2007.– Вип. 19.- С. 160-164.
3. Марчук В.І., Лапченко Ю.С.. Технологічне керування високочастотними коливаннями шліфувального круга при врізному безцентровому шліфуванні // Машиностроение и техносфера XXI века // Сборник трудов XIII международной научно-технической конференции. – Донецк, том 5, 2006. – с. 279-282.