

УДК 539.375

О. Є.Андрейків, С.В.Хиль, Ю.Я.Матвіїв

Львівський національний університет імені Івана Франка

ОЦІНКА ЗАЛИШКОВОГО РЕСУРСУ ТОНКОСТІННИХ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ ЗА БЛОЧНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

Розроблений метод для визначення залишкового ресурсу тонкостінних елементів конструкцій з тріщинами за блочного навантаження. Досліджений вплив форми і структури блоків навантаження на залишкову довговічність пластини.

Ключові слова: блочне навантаження, втомні тріщини, залишковий ресурс, період докритичного росту втомних тріщин, коефіцієнт інтенсивності напружень, асиметрія циклу навантаження.

Математичне описання втомного руйнування матеріалів і елементів конструкцій, особливо коли вони послаблені дефектами типу тріщин, має важливе значення в побудові кількісної теорії визначення їх ресурсу (залишкового ресурсу) [1-3]. В цій проблемі є багато ще не розв'язаних задач. Особливо це стосується питань видів і способів навантажень. Для випадків регулярного (синусоїдального) в даний час проведено значна кількість досліджень (див. наприклад [1-3]). Проте в інженерній практиці (кораблях, літаках, деталях газотурбінних двигунів, трубопроводах, залізничних та автодорожніх мостах, компресорних лопатках) елементи піддані дії багато частотним або блочним навантаженням. Теоретичні аспекти тут розроблені ще недостатньо [1-5], а експериментальні дослідження, через значні технічні труднощі проведені в малому об'ємі.

Дана робота якраз і присвячена дослідженню такої важливої проблеми. Зокрема, тут на основі [6, 7] раніше сформульованого авторами енергетичного підходу розроблена розрахункова модель для визначення залишкового ресурсу тонкостінних елементів конструкцій за блочного навантаження.

Формулювання математичної моделі і методу її застосування. В більшості випадків тонкостінні елементи конструкції моделюються пластинами при аналогічному навантаженні. В зв'язку з цим розглянемо нескінченну пластину послаблену прямолінійною тріщиною початкової довжини $2l_0$, яка піддана дії в нескінченно віддалених точках рівномірно розподілених зусиль F , зміна яких з часом t і напрямком носить блочний характер. Задача полягає у визначенні такої кількості $N_1 = N_1^*$ блоків навантаження, по досягненню якого тріщина досягне критичної довжини $l = l_*$ і пластина зруйнується.

Розв'язок даної задачі здійснюємо на основі сформульованого раніше [6, 7] авторами енергетичного підходу. В результаті цього для визначення $N_1 = N_1^*$ отримаємо наступну систему рівнянь

$$\frac{dl}{dN_1} = \frac{W_c}{\gamma_c - \gamma_t}; \quad \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\frac{W_c}{\gamma_c - \gamma_t} \right]_{\theta=\theta_*} = 0 \quad (1)$$

за початкових та кінцевих умов

$$N_1 = 0, \quad l(0) = l_0; \quad N_1 = N_1^*, \quad l(N_1^*) = l_*, \quad \gamma_t(l_*) = \gamma_c.$$

Тут $W_c = \sum_{i=1}^n W_c^{(i)}$ - робота пластичних деформацій розтягу у зоні передруйнування біля вершин

тріщини, які генерує саме тіло [6]; $W_c^{(i)}$ - робота пластичних деформацій розтягу W_c для i - вого піку навантаження в блоці; n - кількість піків навантаження в блоці; θ - координата полярної системи координат $O\rho\theta$ з початком у вершині втомної тріщини і полярною віссю вздовж дотичної до лінії тріщини в цій вершині; θ_* - кут напряму поширення тріщини; γ_c - питома енергія руйнування під час поширення втомної тріщини; γ_t - питома енергія пластичного деформування в зоні

передруйнування біля вершини тріщини, яка залежить тільки від її довжини : $\gamma_t = \sigma_t \delta_I + \tau_t \delta_{II}$ [6, 7]; σ_t і τ_t – усереднені нормальні і дотичні напруження в зоні передруйнування; δ_I і δ_{II} – нормальний і дотичний розкриви вершини тріщини; δ_{fc} - критичне значення δ_I ;

$$\gamma_c = \sigma_t \delta_{fc} = \frac{K_{fc}^2}{E}, \delta_{II} = \frac{K_I^2}{E \sigma_t}, \delta_{II} = \frac{K_{II}^2}{E \tau_t}, W_c^{(i)}(l) = \frac{0,25 \alpha_0}{\sigma_t E} (1-R)^4 (K_{iI \max}^4 + K_{iII \max}^4 - K_{th}^4); \quad (2)$$

E – модуль пружності; α_0 - константа матеріалу, яка визначається із експерименту; $K_{iI \max}$, $K_{iII \max}$ - максимальне значення коефіцієнтів інтенсивності напружень біля вершини тріщини вздовж дотичної до лінії її розміщення; K_{fc} – критичне значення K_I при циклічному навантаженні; $R_i = K_{i \min I} K_{i \max I}^{-1}$; $K_{i \min I}$ - найбільше значення мінімальних значень K_I в циклі; K_{th} - значення K_I , при якому тріщина не поширюється [6, 7].

Вплив форми блоку навантаження перпендикулярного до лінії розміщення тріщини. Якщо навантаження F перпендикулярне до лінії розміщення тріщини, то система рівнянь (1) зведеться до такого рівняння

$$dl/dN_1 = W_c E (K_{fc}^2 - \pi l F_{s \max}^2)^{-1}; \quad (3)$$

за початкових і кінцевих умов

$$N_1 = 0, l(0) = l_0; N_1 = N_1^*, l(N_1^*) = l_*, l_* = \pi^{-1} K_{fc}^2 F_{s \max}^{-2}. \quad (4)$$

Тут $F_{s \max}$ - максимальне значення навантаження $F(t)$ в блоці; W_c - робота пластичних деформацій в зоні передруйнування біля вершини тріщини за один блок, яка визначається так [6]

$$W_c = 0,25 \alpha_0 \pi^2 l^2 E^{-2} \sigma_t^{-1} \sum_{s=1}^n (1-R_s)^4 (F_{s \max}^4 - F_{th}^4). \quad (5)$$

Тут n - кількість ділянок в блочному навантаженні $F(t)$ зі своїм максимумом $F_{s \max}$ і мінімумом $F_{s \min}$; $R_s = F_{s \min} F_{s \max}^{-1}$; F_{th} - величина зовнішнього навантаження, за якого не буде розкриття тріщини ($K_{th} = F_{th} \sqrt{\pi l}$).

Як приклад, розглянемо задачу, коли пластина із тріщиною піддана дії двох частотного

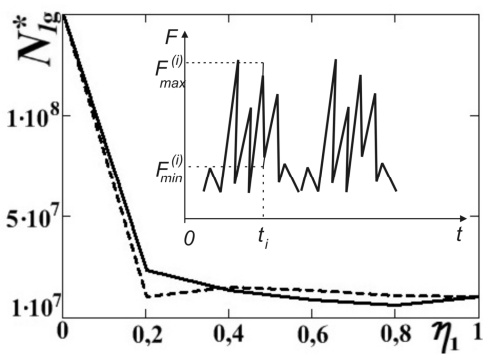


Рис. 1. Графічне порівняння залежностей $N_{1g}^* \sim \eta_1$ з врахуванням (суцільна лінія) і неврахуванням (пунктирна лінія) форми циклу.

ω_1, ω_2 навантаження

$$F(t) = b \cdot [1 + \sin(0,5t\omega_1(1 + \eta_1)) \cos(0,5t\omega_1(1 - \eta_1))], \quad (6)$$

де $0 \leq \omega_2 \omega_1^{-1} = \eta_1 \leq 1$; Тут, приймаючи для простоти обчислень $F_{th} = 0$, W_c визначаємо так. Для кожного значення $\eta_1 = 0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 1$ будемо залежність $F(t)$, визначаємо період і форму зміни циклу. Розбиваємо кожен цикл з періодами T_i ($i = 0; 0,2; 0,4; 0,6; 0,8; 1$) на n - ділянок з піками зміни $F(t)$ (див. рис. 1) і для кожної ділянки визначаємо $F_{i \max}$ і $F_{i \min}$.

Тоді, інтегруючи (3) з урахуванням (4)-(6), отримаємо:

$$N_1^* = A \cdot [-K_{fc}^2 l_*^{-1} + K_{fc}^2 l_0^{-1} - F_{s \max}^2 \pi \ln(l_*/l_0)], \quad A = 24 \sigma_t^2 \pi^{-1} \left[\sum_{s=1}^{N_2} (F_{s \max} - F_{s \min})^4 \right]^{-1}. \quad (7)$$

Для числового аналізу формули (7) задамо параметри зовнішнього навантаження, довжини початкової тріщини і характеристики матеріалу так: $l_0 = 0,01m$, $K_{fc} = 85 MPa \cdot \sqrt{m}$. На основі цього і формули (7) побудована (рис. 1) залежність N_{1g}^* від η_1 (суцільна лінія) ($N_{1g}^* = N_1^* \cdot b \cdot (7,64 \sigma_t^2)^{-1}$). Як бачимо зі збільшенням відношення частот довговічність знижується, що підтверджують експерименти [3].

Тут також побудовано (штрихова лінія) залежність N_{1g}^* від η_1 , коли не враховувати реальну форму циклу (синусоїдальна зміна $F(t)$ із одним піком F_{max} в циклі), що може призвести (для деяких η_1) до значних похибок для N_{1g}^* .

Вплив структури напрямків навантаження в блоці. Розглянемо випадок, коли вище згадана пластина з тріщиною довжиною $2l_0$ навантажена на нескінченності рівнорозподіленими нормальними $F_1(t)$ і зсувними $F_2(t)$ зусиллями (див. рис. 2), дія яких по чергово змінюється (блочне навантаження з блоком $F_1 + F_2$). В межах одного

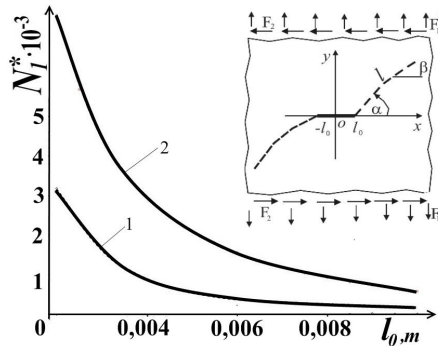


Рис. 2. Порівняння залежностей $N_1^* \sim l_0$ для синхронної (крива 2) і не синхронної (крива 1) дії зусиль $F_1(t), F_2(t)$.

блоку ($0 \leq t \leq 2\pi\omega^{-1}$) зміну цих зусиль можна представити так

$$\begin{aligned} F_1(t) &= p[1 - H(t - \pi\omega^{-1})][1 + \sin 2\omega t], \\ F_2(t) &= \tau H(t - \pi\omega^{-1})[1 + \sin(2\omega t + \pi)] \end{aligned} \quad (8)$$

Тут p, τ - амплітуди навантажень; $H(x)$ - функція Хевісайда; ω - кругова частота навантаження. Задача полягає у визначенні кількості $N_1 = N_1^*$ блоків навантаження, по досягненню якого пластина зруйнується.

Розв'язок такої задачі здійснюємо за допомогою математичної задачі (1). В даному випадку

$$W_c = 0,25\alpha_0 E^{-2} \sigma_t^{-1} [K_{IP_{max}}^4(l, \theta_*) + K_{I\tau_{max}}^4(l, \theta_*) - K_{Ih}^4], \quad (9)$$

де $K_{IP_{max}}(l, \theta_*), K_{I\tau_{max}}(l, \theta_*)$ - коефіцієнти інтенсивності напружень, відповідно, від зусиль $F_1(t), F_2(t)$. Тут θ_* шукаємо на основі другого рівняння (1), що у випадку малих значень l і $p = \tau$ дасть $\theta_* = \alpha \approx 60^\circ$, а при великих l і $p = \tau$ - $\theta_* = \beta \approx 27^\circ$ (див. рис. 2). Коефіцієнти інтенсивності напружень $K_{IP_{max}}(l, \theta_*), K_{I\tau_{max}}(l, \theta_*)$ визначаємо за інтерполяційною формулою через їх граничні випадки для малих і великих значень втомної тріщини l , що запропонована в роботі [8]. В зв'язку з цим для обчислення $K_{IP_{max}}(l, \theta_*), K_{I\tau_{max}}(l, \theta_*)$ отримаємо формули

$$K_{IP_{max}}(l, \theta_*) \approx p\sqrt{\pi l} \sqrt{0,50\lambda + 0,69}, \quad K_{I\tau_{max}}(l, \theta_*) \approx \tau\sqrt{\pi l} \sqrt{1,42\lambda + 0,56}, \quad \lambda = l_0 l^{-1}. \quad (10)$$

На основі співвідношень (9) і (10) і приймаючи $K_{Ih} = 0$, математичну задачу (1) для даного випадку запишемо так

$$\frac{dl}{dN_1} = \frac{p^4 \pi^2 l^2 \alpha_0 (2,27\lambda^2 + 1,28\lambda + 0,79)}{4E\sigma_t [K_{fc}^2 - p^2 \pi l (1,92\lambda + 1,25)]}; \quad N_1 = 0, l(0) = 0; N_1 = N_1^*, l(N_1^*) = l_*, \quad (11)$$

$$l_* = (K_{fc}^2 - 1,92 p^2 \pi l_0) / 1,25 \pi p^2.$$

Інтегруючи рівняння (11) за відповідних початкових і кінцевих умов, для визначення залишкової довговічності пластини $N_1 = N_1^*$ отримаємо таку формулу

$$N_1^* = 4\pi\alpha_0^{-1} p^{-2} E^{-1} \sigma_t^{-1} \int_0^1 \frac{1,25(1-\lambda)}{(2,27\lambda_0^2 + 1,28\lambda\lambda_0 + 0,79\lambda^2)} d\lambda, \quad \lambda = ll_*^{-1}, \quad \lambda_0 = \frac{1,25}{\xi l_0^{-1} - 1,92}, \quad \xi = \frac{K_{fc}^2}{\pi p^2}. \quad (12)$$

Розглянемо тепер інший випадок цієї задачі, коли сили $F_1(t), F_2(t)$ змінюються з часом синхронно. Проводячи, аналогічно попередньому, міркування і обчислення, залишкову довговічність пластини $N_1 = N_1^*$ будемо визначати так

$$N_1^* = \int_{0,71l_0}^{l_*} 4E\sigma_t p^{-4} \pi^{-2} \alpha_0^{-1} l^{-2} [K_{fc}^2 - p^2 \pi l] dl, \quad l_* = \pi^{-1} p^{-2} K_{fc}^2. \quad (13)$$

Проінтегрувавши (13), отримаємо

$$N_1^* = 4\pi^{-1}\alpha_0^{-1}p^{-2}E\sigma_t(1,41\xi l_0^{-1} - 1 + \ln 0,71l_0\xi^{-1}). \quad (14)$$

На рис. 2 за формулами (13) і (14) побудовані (відповідно криві 1 і 2) графічні залежності $N_1^* \sim l_0$. Як видно із рис. 2, одночасна дія зусиль $F_1(t), F_2(t)$ збільшує довговічність пластини порівняно з їх почерговою дією.

Вплив вібрації на втомне руйнування матеріалів. В багатьох випадках інженерної практики поряд з високо амплітудним навантаженням елементи конструкцій піддаються дії високочастотним і низько амплітудним вібраційним навантаженням. [4, 5, 10]. Деякі дослідники вважають, що вплив вібрації в зв'язку з малою її амплітудою є незначним і ним можна нехтувати. Це можливо було би так, якби це не відбувалося на фоні високо амплітудного навантаження. В даному випадку таке нехтування може привести до значних помилок, які підуть не в запас довговічності, а в небезпеку непередбачуваного руйнування. Запропонований тут підхід дає змогу розв'язувати такі задачі, моделюючи сумісну дію високо амплітудного навантаження з вібрацією, як блочне навантаження. Продемонструємо це на прикладі наступної задачі.

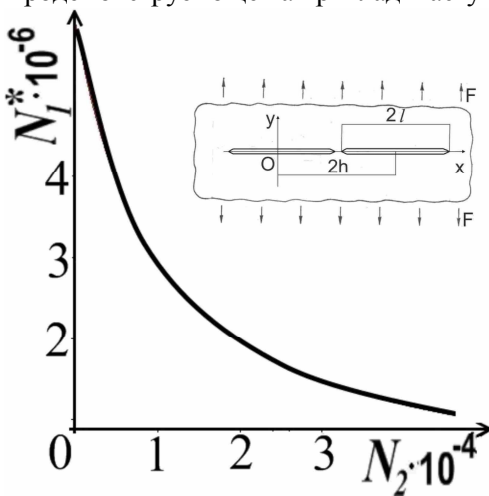


Рис. 3. Залежність залишкової довговічності N_1^* пластини від частоти N_2 .

Нехай нескінченна пластина з системою періодичних вздовж однієї прямої тріщин довжини $2l_0$ і віддалами між їх центрами $2h$ піддана дії блочного навантаження $F(t)$ (рис. 3), яке направлено перпендикулярно до лінії розміщення тріщин і описується так

$$F(t) = a_1 + b_1 \sin \omega_1 t + b_2 \sin \omega_2 t, \quad (15)$$

де ω_1 - кругова частота низько частотної і високо амплітудної складової (основне навантаження з амплітудою b_1 і періодом T_2) навантаження; ω_2 - кругова частота високочастотної і низько амплітудної (вібрація з амплітудою b_2 і періодом зміни T_1) складової навантаження

($N_2 = \omega_2 \omega_1^{-1}$, $\omega_2 \gg \omega_1$, $b_1 \gg b_2$); a_1 - середнє значення навантаження в циклі. Задача полягає у визначенні такої кількості блоків навантаження $N_1 = N_1^*$, по досягненню якого тріщини досягнуть

критичної довжини $l = l_*$ і пластина зруйнується. Розв'язок такої задачі здійснюємо з допомогою аналогічних до (1) співвідношень, тобто

$$dl/dN_1 = W_c E (K_{fc}^2 - \pi l (a_1 + b_1 + b_2)^2 f_1^2(\varepsilon_1))^{-1}; \quad (16)$$

з початковими і кінцевими умовами

$$N_1 = 0, l(0) = l_0; N_1 = N_1^*, l(N_1^*) = l_*, l_* = \pi^{-1} K_{fc}^2 (a_1 + b_1 + b_2)^{-2} f_1^{-2}(\varepsilon_1). \quad (17)$$

Тут величина $f_1(\varepsilon_1)$ визначається на основі [8] так

$$f_1(\varepsilon_1) = 2[(1 - \varepsilon_1)[4 + (\pi^2 - 4)\varepsilon_1]]^{-0,5}, \varepsilon_1 = lb^{-1}. \quad (18)$$

Роботу пластичних деформацій в зоні передруйнування біля вершин тріщин W_c визначаємо, аналогічно попередньому, так

$$W_c = 4\alpha_0 \pi^2 l^2 E^{-2} \sigma_t^{-1} f_1^4(\varepsilon_1) [1 + N_2 (1 - R)^4] [(a_1 + b_1 + b_2)^4 - F_{th}^4], R = 2(b_1 + b_2)(a_1 + b_1 + b_2)^{-1}. \quad (19)$$

Тоді, інтегруючи (16) з врахуванням (17)-(19), для визначення критичної величини $N_1 = N_1^*$

отримаємо наступну формулу

$$N_1^* = \frac{\sigma_t E N_2^* (a_1 + b_1 + b_2)^{-2}}{4\alpha_0 \pi [1 + N_2 (1 - R)^4]}, N_2^* = \int_{\varepsilon_{10}}^{\varepsilon_{1*}} \frac{(\varepsilon_{1*} - \varepsilon_1) d\varepsilon_1}{\varepsilon_1^2 f_1^2(\varepsilon_1) (1 - \lambda_{th}^4)}, \quad (\varepsilon_{10} = l_0 h^{-1}, \varepsilon_{1*} = l_* h^{-1}, \lambda_{th} = F_{th} (a_1 + b_1 + b_2)^{-1}). \quad (20)$$

Як і в попередньому, для числового аналізу співвідношення (20) приймемо $R = 0,9$, $F_{th} \approx 0$, $\varepsilon_{10} = 0,1$, $\varepsilon_{1*} = 0,9$, $0,25\alpha_0^{-1}\pi^{-1}\sigma_t E(a_1 + b_1 + b_2)^{-2} = 10^6$. Тоді, обчислюючи інтеграл (20), знаходимо кількість блоків навантаження $N_1 = N_1^*$, по досягненню якого тріщини досягнуть критичної довжини $l = l_*$ і пластина зруйнується. На рис. 3 побудована графічна залежність $N_1^* \sim N_2$. Як видно із рис. 3 збільшення відносної частоти вібрації N_2 знижує довговічність пластини.

Експериментальна перевірка коректності моделі. Коректність запропонованої тут розрахункової моделі перевірялася шляхом її апробації результатами [11] експериментальних досліджень для випадку поширення тріщини при двох частотному навантаженні в компактному зрізці із сталі 15Х2МФА(II), який навантажений по схемі позacentрового розтягу (рис. 4).

Перевіримо для цього випадку результати аналітичних досліджень експериментальними даними, отриманими в [11], для визначення швидкості росту тріщини при двох частотному навантаженні. Для двох частотного навантаження рівняння (1) можна записати у вигляді:

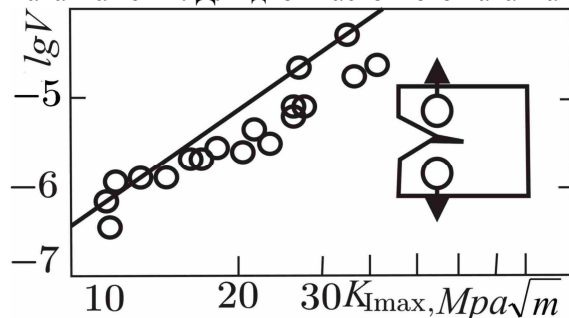


Рис. 4. Графічне порівняння теоретичних (суцільна лінія) і експериментальних (кружечки) залежностей $V \sim K_{\max}$ для двох частотного (29) навантаження.

$$V = \frac{\alpha_0}{4\sigma_t E} \left\{ \frac{(K_{\max}^4 - K_{th}^4)[1 + N_2(1-R)^4]}{K_{fc}^2 - K_{\max}^2} \right\}. \quad (21)$$

На основі експериментальних даних роботи [11] для одно частотного навантаження знайдені константи $\alpha_0 \approx 1$, $\sigma_t = 1390 \text{ MPa}$,

$$K_{th} = 10 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{m}}, \quad K_{fc} = 173 \text{ MPa} \cdot \sqrt{\text{m}},$$

$N_2 = 1000 \text{ cycle}$, $E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ MPa}$, $R = 0,375$, які підставлені в рівняння (21) для двох частотного. Порівняння теоретичних

(співвідношення (21) з врахуванням приведених характеристик) і експериментальних даних приведено на рис. 4. Як бачимо з рис. 4 теорія задовільно підтверджується експериментом, що свідчить про коректність запропонованої тут розрахункової моделі (1).

- Petit J. Some critical aspects of fatigue crack propagation in metallic materials. - Proc. of the ECF17. - 2008. - P. 54-77.
- Schijve. S. Fatigue of Structures and Materials in the State of the Art - Proc. of the ECF14. - 2002 - V.III. - P.211-262.
- Романив О. Н., Ярема С. Я., Никифорчин Г. Н и др. Усталость и циклическая трещиностойкость конструкционных материалов / О. Н Романив., С. Я Ярема., Г.Н. Никифорчин и др. // Механика разрушения и прочность материалов - К: Наук. думка, 1988 - 1990. .4, - 680 с.
- Труфяков В.И., Ковальчук В.С. Определение долговечности при двухчастотном нагружении (Обзор). // Пробл. прочности. - 1982. - №9 - С. 9-15; №10 - С.15-20.
- Филатов М.Я. Сопротивление усталости при сложной форме цикла изменения напряжений: (Обзор). // Завод. лаборат. 1968. - 34, №3. - С. 331-336.
- Андрейків О.Є., Іваницький Я.Л., Терлецька З.О., Кіт М.Б. Оцінка довговічності труби нафтопроводу з поверхневою тріщиною під двохвісним блочним навантаженням //Фіз.-хім. механіка матеріалів - 2004. - №3. - С. 103 - 108.
- Андрейків О.Є., Кіт М.Б. Залишкова довговічність тонкостінних елементів конструкцій під двохвісним навантаженням // Фіз.-хім. механіка матеріалів - 2008. - №1. - С. 11-16.
- Андрейків А. Е. Пространственные задачи теории трещин.-Киев: Наук. думка, 1982.-345 с.
- Андрейків А.Е., Сас Н.Б. Диаграммы предельных напряжений для пластин с трещинами высокотемпературной ползучести // IV Международный симпозиум механики разрушения материалов и конструкций - Польша, 30 мая -2 июня 2007. - С. 15-18.
- Романов А.Н., Гаденин М.М. Сопротивление изотермическому деформированию и разрушению при двухчастотном нагружении. // Материалы Всесоюз. симп. по малоцикл. усталости при повыш. температурах, Челябинск, 1974, вып. 2, с. 113-127.
- Трошенко В.Т., Покровський В.В., Скоренко Ю.С. Закономерности развития усталостных трещин в конструкционных сталях при двухчастотном нагружении. // Пробл. Прочности, 1985, №10, с. 30-39.