

УДК 539.3

К.В.Мельник, Т.П.Маркова

Луцький національний технічний університет

ДОСЛІДЖЕННЯ КОНТАКТНИХ НАПРУЖЕНЬ В ОДНОРЯДНИХ КОНІЧНИХ РОЛИКОПІДШИПНИКАХ

Виконано дослідження контактних напружень під роликками різної форми та запропоновано підхід до вибору їх оптимальної форми за рахунок закруглення ролика біля кінців, з метою зменшення максимальних контактних напружень на границі області контакту. Встановлено, що контактні напруження під циліндричним роликом у внутрішніх точках області контакту відхиляються не більше 1% від напружень, що розраховані за формулою Герца для плоскої контактної задачі.

Ключові слова: контактні напруження, пружний півпростір, жорсткий штамп, ролик, переміщення, квадратичне програмування.

В інженерній практиці оцінка міцності контактуючих деталей машин та елементів конструкцій є складною як з математичної, так і з практичної точок зору. Такі оцінки можуть бути проведені за умови повного вивчення розподілу напружень у зонах контактної взаємодії деталей, на основі яких досліджують зносостійкість, переміщення та інші фактори контактної міцності та жорсткості. Особливо важливе врахування цих факторів при проектуванні зубчатих зчеплень, різних типів підшипників. При дослідженні контактних задач просторової теорії пружності виникають значні математичні труднощі, особливо при розгляді штампів складної форми або їх систем. Найбільш вивченими є задачі, коли тіло, що навантажене штампом, моделюють півпростором. Значний внесок у розвиток методів визначення контактного тиску під системою штампів, що діють на пружний півпростір, здійснили праці В.М. Александрова, О.Є. Андрейківа, І.І. Аргатова, Л.О. Галіна [3], Я.С. Уфлянда, В.В. Панасюка, Г.Я. Попова, В.Л. Рвачова, І.Я. Штаермана, G. Duvaut, G. Fichera, K. L. Johnson [4], J. J. Kalker, J. L. Lions, I.N. Sneddon та інших.

У роботі розроблено методика розв'язування контактних задач для довільної кількості штампів, в основу якої покладено підхід А. Сіньоріні зведення задачі з невідомими областями контакту до системи інтегральних рівнянь-нерівностей та її застосування для дослідження контактної міцності роликкових підшипників [1]. На основі кубатурних формул, в яких враховано особливості ядер інтегральних рівнянь-нерівностей, задачу зведено до дискретної системи лінійних алгебраїчних рівнянь-нерівностей, для розв'язання якої використано методи квадратичного програмування. Запропоновано підхід до зменшення максимальних контактних напружень під роликками різної форми за рахунок закруглення кінців ролика, що знайшло впровадження на підприємстві м. Луцька АО "СКФ Україна".

У випадку постановки контактної задачі, коли відомі головний вектор і момент сили, прикладених до штампів, а сталі c^j , a^j , b^j є невідомі, задача зводиться до:

$$Y = \sum_{v=N_1}^{N_2} \sum_{\mu=M_1}^{M_2} C_{v,\mu} \left(\sum_j \lambda_j \sum_{n=N_1}^{N_2} \sum_{m=M_1}^{M_2} (A_{v,\mu,n,m} \sigma_{n,m}^j - F_{v,\mu}^j) \sigma_{v,\mu}^j \right), \quad (1)$$

$$\sum_j \lambda_j \sum_{n=N_1}^{N_2} \sum_{m=M_1}^{M_2} A_{v,\mu,n,m} \sigma_{n,m}^j \leq F_{v,\mu}^j, \quad \sigma_{n,m}^j \leq 0, \quad (2)$$

$$\sum_{n=N_1}^{N_2} \sum_{m=M_1}^{M_2} \sigma_{n,m}^j = P^j / hH, \quad \sum_{n=N_1}^{N_2} \sum_{m=M_1}^{M_2} y_m \sigma_{n,m}^j = M_x^j / hH, \quad \sum_{n=N_1}^{N_2} \sum_{m=M_1}^{M_2} x_n \sigma_{n,m}^j = M_y^j / hH$$

де $F_{v,\mu}^j = F^j(x_v, y_\mu)$, $F^j(x_v, y_\mu) = f^j(x_v, y_\mu) - W(x_v, y_\mu) + a^j x_v + b^j y_\mu + c^j$, $C_{v,\mu}$ – додатні коефіцієнти, вибором яких може бути покращена збіжність розв'язку [1]. Величина Y при виконанні умов (2) є додатною. Нехай контактні напруження, що задовольняють умови (2), знайдені. Тоді величина Y набуває свого мінімального значення і дорівнює нулю. Отже, якщо будуть знайдені значення сталей $\sigma_{n,m}$, що мінімізують величини (1) при умовах (2), і при цьому

©К.В.Мельник, Т.П.Маркова

значення Y виявиться близьким до нуля, то вони є значеннями контактних напружень у вузлових точках.

Розглядається задача про дослідження контактних напружень під роликами циліндричної та конічної форми. Радіус граничної поверхні циліндричного ролика, довжиною $2l$, є тіло обертання з віссю $z = r, y = 0, -\infty < x < +\infty$. Для опису радіусу r цієї поверхні використано рівняння

$$r = \begin{cases} R, & |x| < l, \\ R - d(x), & |x| \geq l, \end{cases}$$

де $d(x) = \varepsilon_1(|x| - l) + \varepsilon_2(|x| - l)^2 + \varepsilon_3(|x| - l)^3$, $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ - параметри, які характеризують форму закруглення біля кінців ролика. Зокрема, при $\varepsilon_1 = 0$ поверхня є гладкою.

Форма штампа в безрозмірних величинах запишеться:

$$f(x', y') = \begin{cases} \frac{y'^2}{2R_0}, & |x'| < 1, \\ d(x') + \frac{y'^2}{2(R_0 - d(x'))}, & |x'| > 1, \end{cases} \quad (3)$$

де $x' = x/l, y' = y/l, R_0 = R/l, d(x') = \varepsilon_1(|x'| - 1) + \varepsilon_2(|x'| - 1)^2 + \varepsilon_3(|x'| - 1)^3$.

Проведено порівняння з плоскою контактною задачею для кругового штампа. Заміняємо дугу кола дугою параболи, яка має ту саму кривину R у вершині. Тоді форму штампа можна подати у вигляді $f(t) = t^2 / (2 * R)$. З літератури [2] відомо, що довжина області контакту $2l'$ і невідомий контактний тиск $p(t)$ виражаються так:

$$l' = \frac{\sqrt{P_0 R (\chi + 1)}}{\sqrt{2\pi\nu}}, \quad p(t) = \frac{2\nu\sqrt{l'^2 - t^2}}{R(\chi + 1)}, \quad P_0 = \frac{P}{2l}, \quad \chi = 3 - 4\nu \quad (4)$$

Розрахунки виконано для не закругленого біля кінців сталевого ролика (зображення ролика наведено на рис. 2.5) при $R = 0,0075\text{ м}, l = 0,1\text{ м}, \nu = 0,3, E = 2 \cdot 10^{11}\text{ Па}, \varepsilon_1 = 0,01, \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 0$, крок розбиття сітки $h = 0,05\text{ м}, H = 10^{-4}\text{ м}$. На рис 1, а суцільною кривою зображено контактний тиск $p(x, y) = -\sigma(x, y)$ в перерізах, паралельних до осі Ox , при силі $P = 1,25 \cdot 10^4\text{ Н}$. На рис 1, б – в перерізах, паралельних до осі Oy , штриховою кривою наведено результати, обчислені за формулою (4).

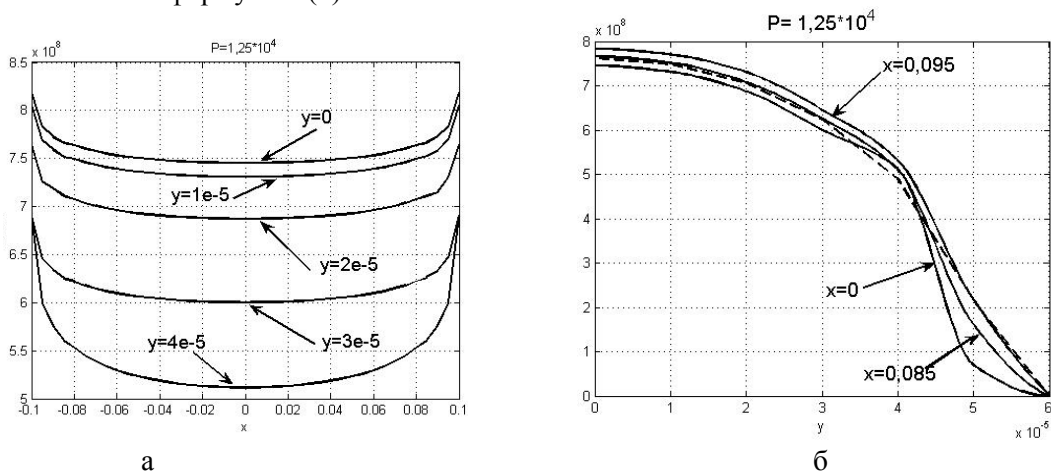


Рис. 1 а) контактний тиск в перерізах, паралельних до осі Ox , б) контактний тиск в перерізах, паралельних до осі Oy , при $\varepsilon_1 = 0,01, \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 0$

На рис. 2 суцільні криві відповідають контактні напруження в центральному перерізі

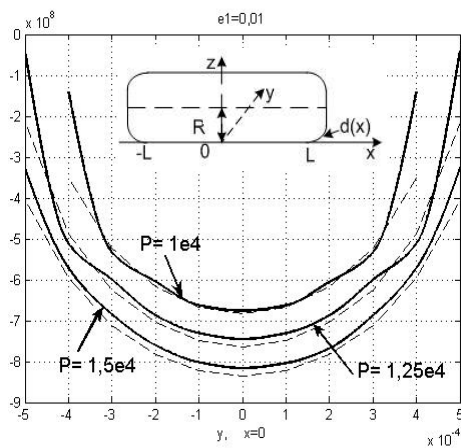


Рис.2 Контактні напруження під циліндричним роликом

області контакту ($x = 0$) за різних значень сили $P = 10^4 H$; $1,25 \cdot 10^4 H$; $1,5 \cdot 10^4 H$. Для порівняння, штриховою лінією відображено результати розрахунків контактних напружень на основі розгляду плоскої контактної задачі (при $l \rightarrow \infty$) згідно з аналітичними формулами Герца.

Як видно з рисунків 1-2, формула Герца, може використовуватися для розрахунку контактних напружень у центральній частині штамп. Проте вони (контактні напруження) істотно збільшуються біля кінців ролика.

Розглянуто випадок дії двох однакових роликів, форма яких задана згідно представлення (1) $z = f(x, y \pm R)$, що розташованих симетрично відносно осі Ox . Розрахунки проведені при аналогічних до попередньої задачі параметрах. На рис. 3 наведено величини $p(x, y) = -\sigma(x, y)$ для штампу $z = f(x, y + R)$ в перерізах, паралельних до осі Ox та осі Oy .

паралельних до осі Ox та осі Oy .

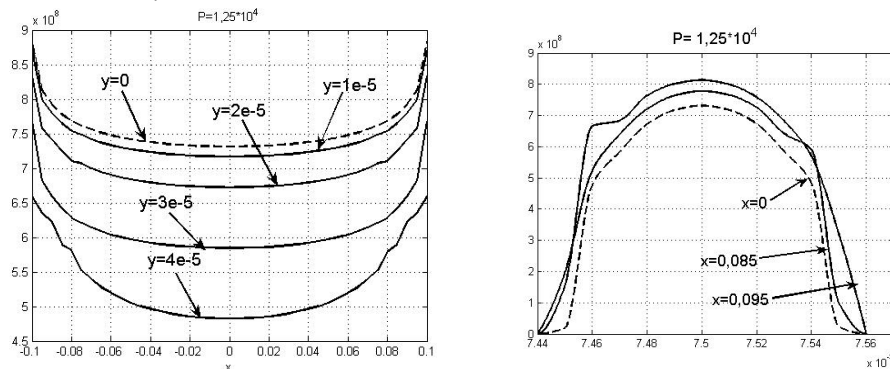


Рис. 3 Контактний тиск у випадку дії двох штампів в перерізах, паралельних до осі Ox та осі Oy

Як видно з наведених рисунків, для випадку, коли штамп розташований один біля одного, втрачається симетрія контактних напружень та області контакту, відносно осі Oy . У внутрішніх точках області контакту напруження зменшуються до 1,2% в порівнянні з одним роликом, однак на краях області контакту відбувається збільшення контактних напружень до 3,8%. З метою зменшення контактних напружень на кінцях ролика було виконано розрахунки для закруглених кінців ролика, змінюючи параметр ε_2 у формулі (3). Для штампу довжиною $l = 0,1m$ на рис. 4, а зображено контактний тиск $p(x,0) = -\sigma(x,0)$ при силі $P = 0,5 \cdot 10^4 H$, а на рис. 4, б – в перерізах, паралельних осі Oy , при $\varepsilon_2 = 0,001$, $\varepsilon_1 = \varepsilon_3 = 0$.

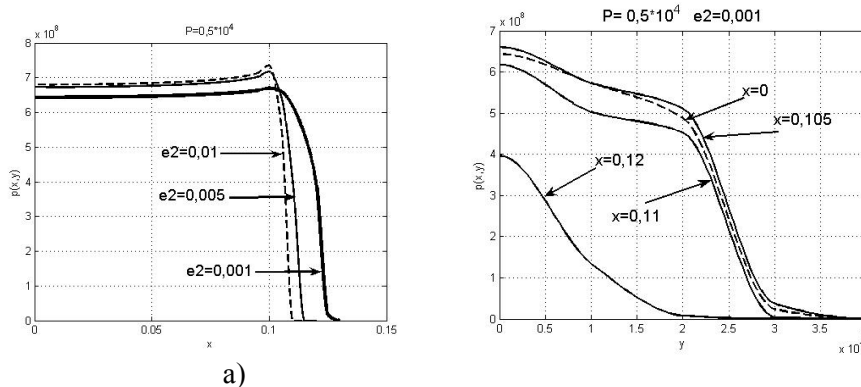


Рис. 4 Контактний тиск під роликом довжиною $l = 0,1m$ при зміні параметра ε_2 та силі $P = 0,5 \cdot 10^4 H$

У таблиці 1 наведено контактний тиск $p(x,0) = -\sigma(x,0) \cdot 10^{-8} \text{ Н/м}^2$ при зміні параметра ε_2 ($\varepsilon_1 = \varepsilon_3 = 0$). У другому стовпчику для порівняння наведено розрахунки при $\varepsilon_1 = 0,01$, $\varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 0$.

Таблиця 1

Контактний тиск при зміні параметра ε_2 та сили P

$(x;0)$	ε_1	$l = 0,1\text{м}$					
		$P = 1,25 \cdot 10^4 \text{ Н}, \varepsilon_2$			$P = 1,5 \cdot 10^4 \text{ Н}, \varepsilon_2$		
	0,01	0,01	0,005	0,001	0,01	0,005	0,001
0	7,4531	7,2497	7,1386	6,8628	7,909	7,7814	7,3379
0,08	7,6366	7,3938	7,271	6,8283	8,0703	7,9248	7,4345
0,085	7,6628	7,429	7,3007	6,849	8,1124	7,9545	7,451
0,09	7,7269	7,4697	7,3414	6,8669	8,1586	7,9986	7,4759
0,095	7,8317	7,5462	7,389	6,8979	8,2297	8,0517	7,5021
0,1	8,189	7,6586	7,4924	6,9386	8,3283	8,1559	7,5428
0,105		7,1379	7,2566	6,9145	7,8793	7,9469	7,5283
0,11		6,6441	6,2903	6,8717	5,7241	7,0448	7,3793
0,115			5,5407	6,5269		5,2731	7,089
0,13				6,3069			5,4407
0,135				5,1586			5,383
0,14							2,7793

Як видно з рис. 1-4 та таблиці 1, при всіх розглянутих параметрах ε_2 максимальні контактні напруження істотно зменшились, а при значенні параметра $\varepsilon_2 = 0,001$ напруження є практично сталими на основній частині ролика. Встановлено, що контактні напруження під циліндричним роликом у внутрішніх точках області контакту відхиляються не більше 1% від напружень, що розраховані за формулою Герца для плоскої контактної задачі.

Розглянемо задачу про визначення контактних напружень під роликами в однорядних конічних роликотішипниках. В інтегральному рівнянні, крім рівняння основи ролика $f(x,y)$, необхідно врахувати рівняння поверхні основи.

Розрахунки проведені для однорядного підшипника ГОСТ 6-7809А, що має 19 роликів із підшипникової сталі ШХ15. Розміри ролика $D_R^1 = 21,86\text{мм}$, $l_R = 35,72\text{мм}$, $\varphi_R = 2^\circ$ та зовнішнього кільця підшипника $D = 40\text{мм}$, $l_0 = 90\text{мм}$. При розрахунках покладали: $\nu = 0,3$, $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Па}$, $\varepsilon_1 = 0,01$, $\varepsilon_2 = 0$, крок розбиття сітки $h = 0,001l_R$, $H = 2,79 \cdot 10^{-5} l_R$. На рис. 5, а суцільною кривою зображено контактний тиск $p(x,y) = -\sigma(x,y)$ в перерізах, паралельних осі Ox , при силі $P = 2 \cdot 10^4 \text{ Н}$. На рис. 5, б – в перерізах, паралельних осі Oy . Штриховою кривою наведено результати, обчислені за формулою (4).

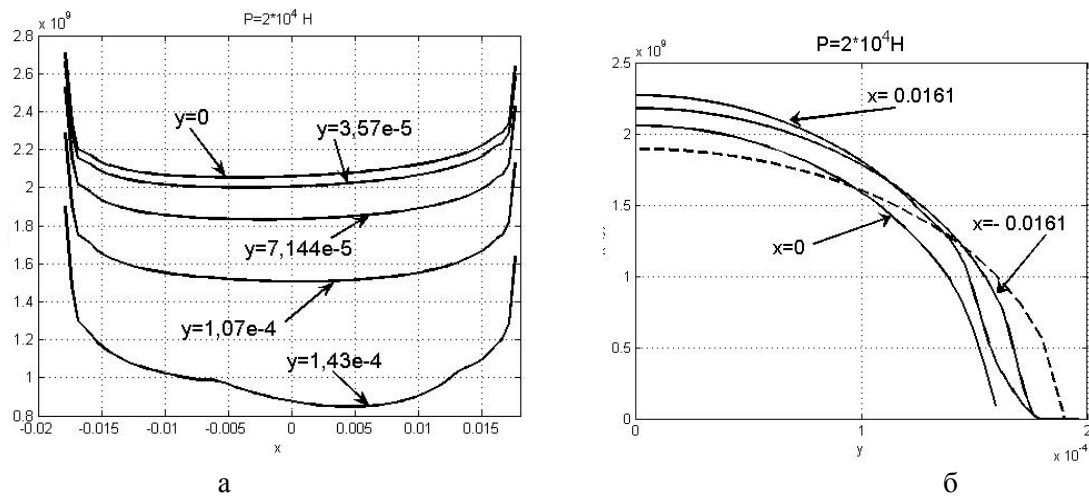


Рис. 5 а) контактний тиск в перерізах, паралельних осі Ox , б) в перерізах, паралельних осі Oy , при $\varepsilon_1 = 0,01$, $\varepsilon_2 = 0$ та силі $P = 2 \cdot 10^4 \text{ H}$

З наведеного рис. 5 видно, що контактні напруження більші на краї області контакту, де радіус ролика менший. Зменшення параметра закруглення ε_2 приводить до значного зменшення контактних напружень на краях області контакту.

1. Маркова К.В. Дослідження контактної взаємодії гладких штампів з півпростором методами інтегральних рівнянь та нелінійного програмування / К.В. Маркова, В.М. Максимович // Механіка і фізика руйнування будівельних матеріалів та конструкцій. Випуск 5. – Львів: Каменярь, 2002. – С. 119-126.
2. Мусхелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости/ Мусхелишвили Н.И. – М.: Наука, 1966. – 708 с.
3. Галин Л.А. Контактные задачи теории упругости и вязкоупругости/ Галин Л.А. – М.: Наука, 1980. – 304с.
4. Johnson K. L. Contact mechanics/ Johnson K. L. — Cambridge University Press. 1985 P.