

Ю.А.Мельник  
Луцький національний технічний університет

## ОЦІНКА МІКРОРЕЛЬЄФУ МЕХАНІЧНО СФОРМОВАНИХ ПОВЕРХОНЬ МЕТОДОМ СТРУКТУРНОЇ ФУНКЦІЇ

*Для кількісного опису поверхневої структури запропонована структурна функція, позбавлена деяких недоліків автокореляційної функції.*

**Ключові слова:** *поверхні, структурна функція, автокореляційна функція*

Шорсткість поверхні (як двохвимірний розподіл) за даними вимірювань РЕМ-мікроскопу можна вивчати, використовуючи два підходи: на основі евклідової метрики в термінах класичної статистики або на основі розмірності Хаусдорфа в термінах фрактальної геометрії. Обидва підходи незалежні, мають свої особливості та області застосування. Параметри шорсткості у класичному визначенні практично всі залежать від масштабу сканування в рамках певних фінітних співвідношень. Фрактальні параметри шорсткості мають масштабну інваріантність. На сьогодні найбільш ефективним, на наш погляд, методом дослідження шорсткості в растровій електронній мікроскопії (РЕМ) є метод структурної функції [1,2]. Структурна функція допускає апроксимацію на мові фрактальної геометрії [3] у вигляді масштабного співвідношення

$S(\tau) \propto |\tau|^{2(3-D)} F$ . В загальному випадку побудова карти структурної функції для досліджуваної поверхні виявляє любі анізотропії поверхні. Останнє особливо важливе, оскільки, як відомо [4,5], багато технічних поверхонь анізотропні, тобто мають явно виражену спрямованість. Застосування автокореляційної функції, яка повинна характеризуватися загальним для всіх профілів початком, можна одержати лише в тому випадку, якщо усі профілі вимірюються від однієї і тієї ж середньої площини. У протилежному випадку на початку функції виникають сингулярності.

Такі випадки спостерігаються при аналізі шліфованих поверхонь, які мають велике число накладених одна на одну рівнобіжних подряпин, довжина кожної з яких може бути в 10-100 разів більше її ширини. Зрозуміло, що така поверхня має сильно анізотропні властивості.

Оцінка із аналізу анізотропної поверхні за допомогою автокореляційної функції (АКФ), її шорсткості, тобто середньоквадратичного відхилення розподілу висот, залежить від напрямку, профілі, паралельні певному виділеному напрямку, мають значно менший вплив при деяких довжинах хвиль, ніж профілі під прямими кутами до цього напрямку. Тобто такі профілі є більш гладкими. Якщо при цьому спробувати побудувати тривимірну АКФ, то вона буде неоднозначною на початку координат. Якщо спробувати уникнути цього негативного явища шляхом нормування окремих автокореляційних функцій за їхніми відповідними варіаціями, то отримана при цьому тривимірна автокореляційна функція все ж таки буде недостовірно характеризувати просторові зміни (варіації) мікрорельєфу. Розглянемо більш детально вказані особливості на прикладі модельної поверхні.

**1. Структурна функція модельної поверхні.** Оскільки автокореляційна функція підсумовує добуток затримок, то будемо вважати висоти мікрорельєфу поверхні як значення сигналів  $z(x)$ , для яких повинні бути визначені статистичні властивості затримки. Для цього визначимо математичне очікування  $s(\tau)$  як суму квадратів різниць амплітуд запізнення:

$$S(\tau) = E \left\{ [z(x) - z(x + \tau)]^2 \right\} \quad (1)$$

де  $E \{ \cdot \}$  означає математичне очікування. Вираз (1) відомий як варіація структурної функції [ ], яка не залежить від вибору середньої площини.

Для того, щоб продемонструвати незалежність структурної функції від вибору середньої площини і одержати співвідношення з автокореляційною, розглянемо простий профіль (рис.1, а):

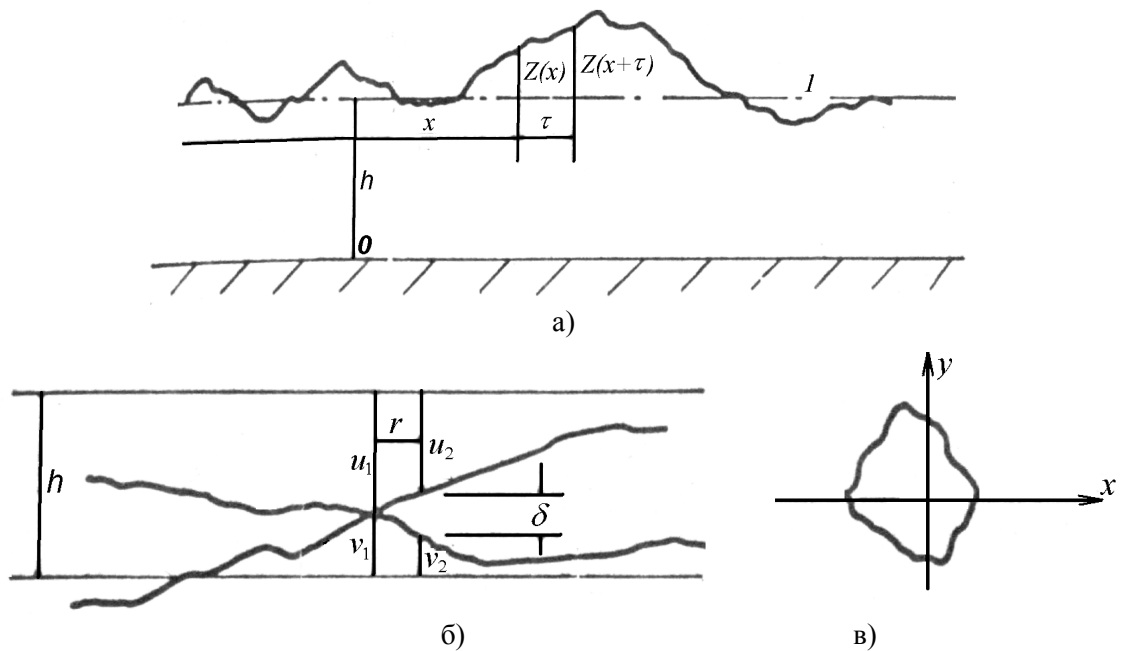


Рис.1, а,б,в. Профіль поверхні з випадковим полем шорсткості (а), на якому вказані позначення, що характеризують форму та розміри контактної ділянки (б, в): 1 – середня площа.

$$S(\tau) = E\{[z(x) + h]^2\} + E\{[z(x + \tau) + h]^2\} - 2E\{[z(x) + h][z(x + \tau) + h]\}. \quad (2)$$

Після нескладних перетворень маємо:

$$S(\tau) = E\{z^2(x + \tau)\} + E\{z^2(x)\} - 2E\{z(x)z(x + \tau)\}. \quad (3)$$

Доданок з добутком – це коваріаційна функція  $\Phi(\tau)$ . Для стаціонарного випадку

$$E\{z^2(x)\} = E\{z^2(x + \tau)\} = \sigma^2, \quad (4)$$

тобто

$$S(\tau) = 2\{\sigma^2\Psi(\tau)\},$$

або, якщо виразити за допомогою автокореляційної функції  $R(\tau) = \Psi(\tau)/\sigma^2$ , то

$$S(\tau) = 2\sigma^2\{1 - R(\tau)\},$$

Таким чином, профільна структурна функція є сінченням відповідної поверхні структурної функції, що не характерно для автокореляційної функції.

**2. Ідентифікація на основі структурної функції текстурних особливостей модельної поверхні.** Ця задача відноситься до ідентифікації просторових особливостей поверхні, що у якомусь відношенні однакові, але повторюються випадковим чином. Подібні характеристики мають багато механічно оброблених чи сформованих поверхонь, наприклад, поверхні, отримані при дробометальній обробці [ ], або сформовані в результаті кавітаційно-ерозійного зношування. Такі поверхні мають випадковий набір мікроратерів, що відрізняються розмірами, але мають однакову форму. Цікаве у цьому відношенні є те, в якій мірі ця форма представлена структурною чи кореляційною функцією, і чи має ця функція інформацію, що дозволить визначити просторові властивості поверхні.



а)

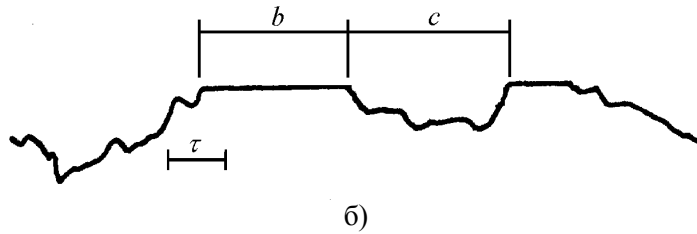


Рис. 2, а, б. До характеристики утворених на поверхні ЦММР плоских ділянок

З метою дослідження можливостей подібного підходу розглянемо простий приклад модельної поверхні, сформованої певним чином після механічної обробки (рис.2, а). Повторюваною в даному випадку характеристикою є ряд створених на поверхні плоских ділянок. Необхідно визначити ті змін, які мають місце в структурній і автокореляційній функціях, а також з'ясувати питання, чи можна ці зміни інтерпретувати за допомогою просторових характеристик (таких як довжини плоских ділянок) аналізованої поверхні.

Для цього визначимо повне математичне сподівання, що має  $n$  подій. Відомо, що повне математичне сподівання визначається сумою своїх умовних сподівань, помножених на імовірність кожної події [ ]. Скориставшись структурною функцією (1), одержуємо:

$$E\{[z(x) - z(x + \tau)]^2\} = \sum_{i=1}^n P_i E\{[z(x) - z(x + \tau)]^2 | A_i\}, \quad (5)$$

де  $P_i$  - імовірність події  $A_i$ , а  $E\{[z(x) - z(x + \tau)]^2\}$  - умовні очікування події  $A_i$ , тобто  $E\{\cdot\}$  дійсне, коли подія  $A_i$  відбувається.

Процес обчислення повного математичного сподівання для розглянутого тут модельного прикладу можна вважати як таким, що складається всього лише з трьох подій:

Подія  $A_1$ :  $z(x)$  і  $z(x + \tau)$  лежать у незмінній області,

Подія  $A_2$ :  $z(x)$  або  $z(x + \tau)$  одно лежать у змінній області, а друге - ні,

Подія  $A_3$ :  $z(x)$  і  $z(x + \tau)$  лежать на плоскій ділянці.

При цьому враховуються просторові особливості, показані на рис. 2, б, де  $b$  - середній розмір плоскої ділянки, а  $c$  - середня відстань між ними.

**Подія  $A_1$ .** Очевидно,  $E\{[z(x) - z(x + \tau)]^2 | A_1\} = S_U(\tau)$ . Коли обидві координати відносяться до непорушеної зони, математичне сподівання просто являє собою вихідну поверхню  $S_U(\tau)$ .

Імовірність події  $A_1$  дорівнює

$$P_1 = P(A_1) = 1 - P(A_2) - P(A_3) \quad (6)$$

і може бути оцінена, якщо відомі  $P(A_2)$  і  $P(A_3)$ .

**Подія  $A_2$ .** Математичне сподівання, необхідне для події  $A_2$  залежить від відстані між координатами  $\tau$ . Зручно розглядати поверхню навколо однієї конкретної плоскої ділянки. Якщо  $\tau < b$ , то можливим наближенням є

$$E\{[z(x) - z(x + \tau)]^2 | A_2\} \approx S_U(\tau/2). \quad (7)$$

Аналогічно, при  $\tau > b$

$$E\{[z(x) - z(x + \tau)]^2 | A_2\} \approx S_U(\tau - b/2) \quad (8)$$

З рис. 2, б просто впливає, що якщо  $c$  - середня просторова відстань між плоскими ділянками, а  $b$  - середній розмір такої ділянки, то відношення площ  $A/A_n = a$ :

$$\frac{A}{A_n} = \frac{b}{b - c} = a. \quad (9)$$

Взагалі,  $a \ll 1/2$  (у випадку контакту), тому  $b \ll c$ . Для щільності плоских ділянок одержуємо:

$$q = 1/(b + c). \quad (10)$$

Просторову імовірність подій можна визначити наступним чином:

$$P(A_i) = \frac{\text{Довжина області, в якій має місце подія}}{\text{Загальна можлива довжина досліджуваних областей}}$$

Отже, при  $\tau < b$  подія  $A_2$  може відбутися на довжині  $2\tau$  при повній довжині події  $b + c$ .

При  $\tau \leq b$

$$P(A_2) = 2\tau / (b + c) = 2q\tau. \quad (11)$$

Аналогічним чином, при  $b \leq \tau < c$

$$P(A_2) = 2\tau / (b + c) = 2q\tau. \quad (12)$$

При прямуванні  $\tau$  до  $c$  імовірність, згідно рівняння (12), буде зменшуватися внаслідок зміни  $c$ . Це приведе до того, що одна координата події буде відповідати іншому контакту, а не непорушеній поверхні. Якщо  $\tau$  перевищить  $c$ , то імовірність того, що ця координата виявиться на непорушеній поверхні, буде функцією відношення площ  $a$  і при  $\tau > c$  імовірність події  $A_2$  буде дорівнювати:

$$P(A_2) = 2b(1 - a) / (b + c) = 2a(1 - a) \quad \tau > c. \quad (13)$$

**Подія  $A_3$ .** Математичне сподівання  $[z(x) - z(x + \tau)]^2$  дорівнює нулю, якщо ця операція створює плоскі ділянки. Однак у випадку пластичного контакту, якщо нерівності менших розмірів зберігаються, то тоді ймовірно одержиться якесь значення, але воно буде малим у порівнянні з іншими подіями. Це особливо відноситься до випадку зростання  $\tau$ , але при малих  $\tau$  це значення може мати сенс, лише якщо має місце таке збереження. Таким чином, узагалі:

$$E\{[z(x) - z(x + \tau)]^2 | A_3\} = 0. \quad (14)$$

Застосовуючи такий же метод, як і для події  $A_2$ , можна в такий спосіб визначити імовірності:

$$P(A_3) = (b - \tau) / (b + c) = a - q\tau \quad \tau \leq b. \quad (13)$$

$$P(A_3) = 0 \quad b \leq \tau < c \quad (14)$$

Зміни  $b$  і  $c$  також створять невелику імовірність події, обумовленої рівнянням (14), але виходячи з мети цього аналізу досить знати, що  $P(A_3)$  повинно бути порівняно малим. Це міркування відноситься також до випадку, коли  $\tau$  починає перевищувати  $c$ . Якщо  $\tau > c$  і кожна координата виявляється на різній плоскій ділянці, ці події можна вважати незалежними, і тому

$$P(A_3) = (A/A_n)^2 = a^2. \quad (15)$$

Таким чином, для детермінованої геометрії взаємного розташування елементів ЦММР умовні математичні сподівання та імовірності кожної події даються наступними співвідношеннями:

$$E_1 = S_U(\tau) \quad \text{для всіх } \tau$$

$$E_2 \begin{cases} = S_U(\tau/2) & \tau < b \\ = S_U(\tau - b/2) & \tau > b \\ = 0 & \text{для всіх } \tau \end{cases} \quad (16)$$

$$P_1 \begin{cases} = 1 - a - \tau q & \tau < b \\ = 1 - 2a & b < \tau < c \\ = (1 - a)^2 & \tau > c \end{cases}$$

$$P_2 \begin{cases} = 2\tau q & \tau < b \\ = 2a & b < \tau < c \\ = 2a(1-a) & \tau > c \end{cases}$$

(17)

$$P_3 \begin{cases} = a - \tau q & \tau < b \\ = 0 & b < \tau < c \\ = a^2 & \tau > c \end{cases}$$

де  $S_U(\tau)$  – вихідна (первинна поверхня структурної функції, наприклад, до кавітації;  $a$  – відношення площі плоских ділянок до номінальної площі;  $q$  – щільність плоских ділянок. Поєднуючи рівняння (5), (16) і (17) одержуємо:

$$S_\omega(\tau) = (1 - a\tau q)S_U(\tau) + 2\tau q S_U(\tau/2) \quad \tau < b \tag{18}$$

$$S_\omega(\tau) = (1 - 2a)S_U(\tau) + 2aS_U(\tau - b/2) \quad b < \tau < c \tag{19}$$

$$S_\omega(\tau) = (1 - a)S_U(\tau) + 2a(1 - a)S_U(\tau - b/2) \quad \tau > c \tag{20}$$

де  $S_\omega(\tau)$  представляє повну структурну функцію поверхні після утворення плоских ділянок. За допомогою цих рівнянь можна кількісно оцінити зміни структурної функції. Наприклад, для  $\tau > c$  і стаціонарного поля маємо  $S_U(\tau - b/2) \approx S_u(\tau)$ . Звідси

$$S_\omega(\tau) / S_U(\tau) = 1 - a^2. \tag{21}$$

Для малих  $\tau$   $S_U(\tau/2) \approx S_U(\tau)$  і

$$S_\omega(\tau) / S_U(\tau) = 1 - a. \tag{22}$$

Таким чином, значення  $a$  і  $b$  визначають щільність  $q$  та середню відстань  $c$ . Для одержання параметра  $b$  безпосередньо з цих рівнянь потрібно знати  $S_U(\tau)$ . Використаний тут модельний приклад цілком годиться для оцінки деяких операцій, пов'язаних з механічною обробкою.

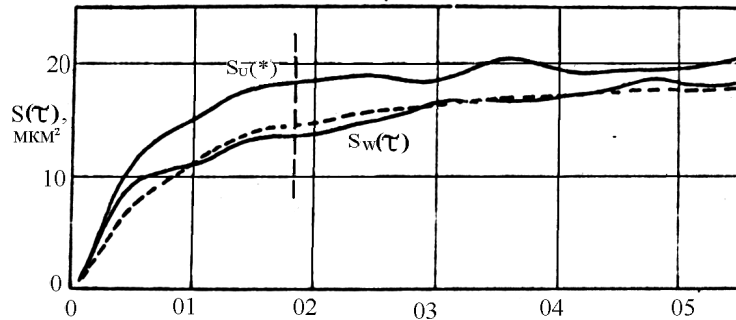


Рис.3. Гіпотетична структурна функція  $S_U$  вихідної поверхні і дві передбачувані функції  $S_{\omega_1}$  і  $S_{\omega_2}$ , які можуть виникнути, якщо є плоскі ділянки на постійній висоті. Точки перегину дають середній розмір плоскої ділянки  $b$  і середня відстань між ними  $c$ .

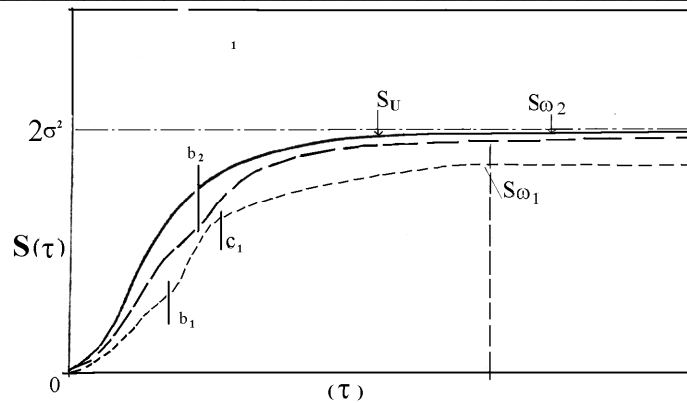


Рис.4. Порівняння теорії (пунктирна лінія) з результатами для шліфованої поверхні до і після пластичної деформації. Вертикальна штрихова лінія показує положення максимальної різниці, яка була взята як середній розмір плоскої ділянки  $b$ .

**Висновок.** Показано, що структурна функція розкриває нестационарність сигналу менш неоднозначно, ніж автокореляційна функція, і що кількісний вплив широкопasmового фільтрування на шорсткість можна легко виявляти шляхом простої перевірки структурної функції. Перехід від профілю до поверхневих властивостей, зв'язок між профільною шорсткістю та анізотропією більш чітко виявляються за допомогою поверхневої структурної функції, що дозволяє також виявляти ефекти механічної обробки,

Якщо відомий вид структурної функції і якщо передбачається чисто пластичний контакт, то для заданої відстані між середніми площинами поверхонь можна визначити середній радіус контактної плями. Це співвідношення ґрунтується на чисто профілометричних вимірах і не потребує ніяких припущень щодо геометрії окремих нерівностей. Оскільки загальна площа реального контакту повинна бути також відома з навантаження і твердості, то число контактних плям  $i$ , отже, контактний опір можуть бути визначені без усякої додаткової інформації.

Головна задача під час висновку рекурентних особливостей з автокореляційної функції полягає в тому, що усереднення по сукупності маскує будь-які зміни, що відбуваються лише з обмеженим числом елементів сукупності. Структурна функція і дає спосіб подолання цих труднощів. Вона не залежить від середнього і може бути обчислена лише для частини сукупності без утрати значимості. Наприклад, Сейлс і Томас розраховували цю функцію тільки для позитивних ділянок профілю шліфувального круга. При цьому результуюча функція була значима для виступів, які були єдиними особливостями, що представляли інтерес у даному конкретному випадку. Дослідження контактів, тертя і зносу, що спостерігаються тільки в більш високих ділянках поверхні, є додатковим застосуванням цього методу. З погляду вимірювань поверхні порівняння стосовних до різних областей структурних функцій, розрахованих окремо для виступів і западин, забезпечує засоби вивчення просторової асиметрії поверхні.

1. Хасьянова А.А. Возможности стереологической реконструкции распределения размеров частиц в консолидированных структурах // Зав.лаб., 1988. – Т.54. – С.52-58.
2. Мельник В.Н., Соколов В.Н., Юрковец Д.И. Анализ РЭМ-стереоизображений // Изв. РАН, сер.физ., 1996. – Т.60. – №2. – С.55-64.
3. Салтыков С.А. Стереометрическая металлография. – М.: Металлургия, 1970. – 375 с.
4. Ковбаса С.И., Соколов В.Н. К измерению степени однородности и изотропности у трехмерных объектов по РЭМ-изображениям // Изв. РАН, сер.физ., 1992. – Т.56. – №3. – С.127-131.
5. Benes V. A practical approach to the stereological of anisotropic structure // J.of Microscopy, 1989. – V.154. – Pt.2. – P.165-175.