

УДК 539.3

В.В.Можаровский, С.А.Марьин, Н.А.Марьина

Гомельский государственный университет им. Ф.Скорины

### ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ АРМИРОВАННОГО ПОКРЫТИЯ ИЗ РЕЗИНЫ

Созданы математические модели для расчета тел сложной структуры с учетом свойств волокнистых композиционных материалов. Проведены теоретическое и экспериментальное исследование контактного взаимодействия цилиндрического тела и резинового армированного покрытия. Апробированы предложенные методики и разработки в инженерных методах расчета образца автомобильной шины.

Ключевые слова: модели, резиновые покрытия, волокнистый композит, контакт.

**Модели контактного взаимодействия волокнистых материалов в рассматриваемых системах.** Цель работы: создание и разработка механических и математических моделей, а также методов расчета напряженного состояния тел сложной структуры (армированный слой резины) при силовом нагружении.

Рассмотрим следующие модели армирования корда резины (рисунок 1 а, б): сопряжения

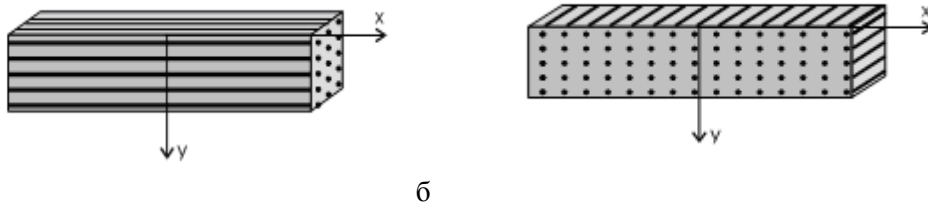


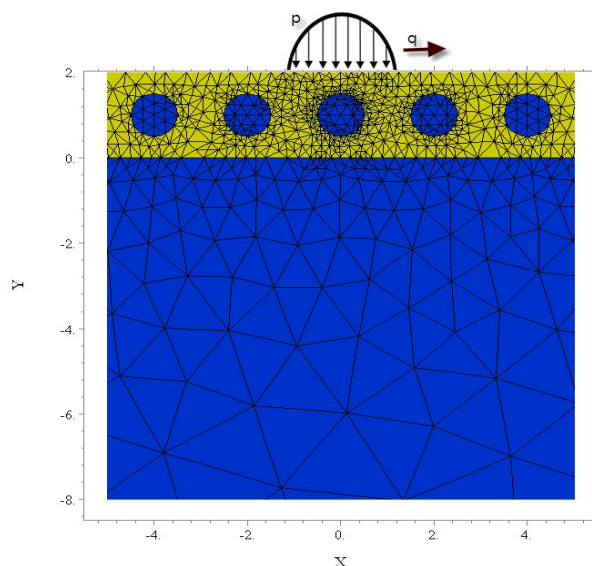
Рис. 1. Математическая модель: а - при продольном расположении волокна в матрице; б - при поперечном расположении волокна в матрице

- 1 Волокна в теле расположены параллельно оси X (продольное расположение волокон);
- 2 Волокна расположены перпендикулярно плоскости XY (поперечное расположение волокон).

Для разработки математических моделей, учитывающих перечисленные случаи, используем математическую теорию упругости анизотропной среды, применяя концепцию макромеханики [1-4]. При определении параметров контакта, используются характеристики материалов - объемное содержание волокна в матрице, модули упругости, коэффициент Пуассона и пределы прочности в разных направлениях.

Связь между напряжениями ( $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ ) и деформациями ( $\epsilon_x, \epsilon_y, \gamma_{xy}$ ) определяем, используя обобщенный закон Гука. Имея аналитические зависимости, определяющие физические параметры материала, т.е. модули упругости через объемное содержание волокна в матрице композита [4], можем перейти к решению. Аналогично строились модели для волокон расположенных под углом. Описанные модели применяются к расчетам контактирующих волокнистых тел.

**Исследование напряженно-деформированного состояния армированного покрытия на жестком основании**

Рис. 2. Распределение полей напряжений  $\sigma_z$ 

Исследуется напряженно-деформированное состояние армированной резины на жестком основании. Рассматривается композиционное покрытие, на верхней границе которого действует нагрузка, оказываемая некоторым штампом. Давление под штампом предполагается заданным некоторым законом  $p(x)$ . Схема действия нагрузки представлена на рисунке 2.

Рассматриваются условия жесткого адгезионного закрепления слоев составного покрытия между собой. Предполагается, что распределение нормальной нагрузки подчинено параболическому закону, а касательная нагрузка действует согласно закону Кулона

$$q = f \cdot p,$$

где  $f$  - коэффициент трения. При параболическом законе распределения давления

$$p(x) = p_0 \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right), \text{ где } p_0 = \frac{3P}{4a}$$

Исходные данные:

материал покрытия – резина; материал волокна – сталь; материал основания – сталь;

$h_{\text{резины}} = 2$  мм;  $d_{\text{волокна}} = 1$  мм;  $a = 1$  мм;  $P = 10$  МПа;  $f = 0; 0,3; 0,5$ .

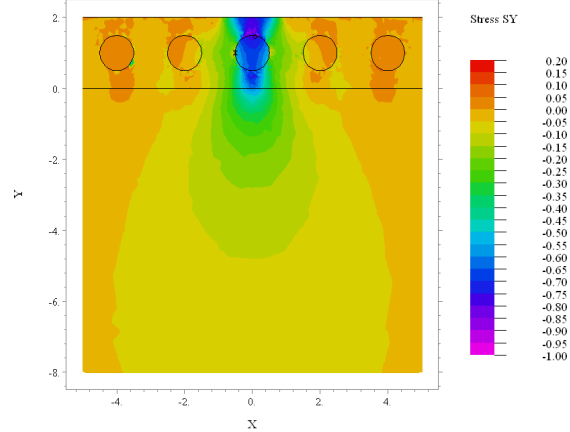
Упругие характеристики материалов приведенной слоистой системы представлены в таблице 1.

Таблица 1

## Упругие характеристики материалов

Наименование материала	Модуль Юнга, ГПа	Коэффициент Пуассона
1 Резина	0,075	0,49
2 Сталь	200	0,27

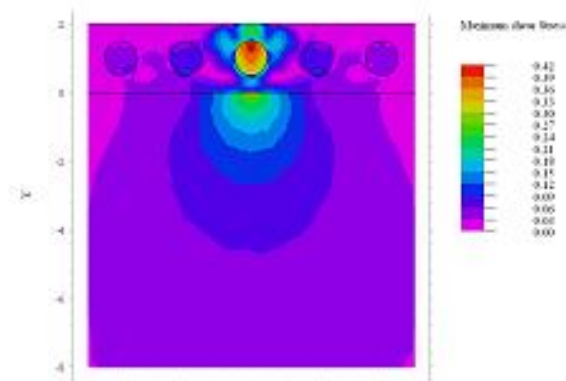
На рисунке 3 представлена картина распределения полей напряжений  $\sigma_y$ . Перепад напряжений от минус  $p$  до  $0,2 p$ , причем максимальные напряжения располагаются на поверхности резина-волокно непосредственно под местом приложения нагрузки.

Рис. 3. Распределение полей напряжений  $\sigma_y$ 

На рисунке 3 представлена картина распределения полей напряжений  $\sigma_z$ .

Общая картина распределения напряжений представлена изолиниями максимальных напряжений (рисунок 4). Максимальные суммарные напряжения достигаются в волокне, расположенном непосредственно под местом приложения нагрузки и составляют  $0,42p$ . На границе слоев покрытие-основание непосредственно под местом приложения нагрузки наблюдается также резкий всплеск напряжений, достигающих значения  $0,4p$ .

Четко прослеживается симметричный характер распределения напряжений в слоистой композиции.

Рис. 4. Распределение полей максимальных касательных напряжений  $\tau_{\max}$ 

**Теоретическое исследование контактного взаимодействия цилиндрического тела и слоистого основания.** Рассмотрены математические модели, описывающие механические свойства волокнистых армированных слоистых материалов на основе "макроподхода" механики композиционных материалов. Отметим, что решение проблемы деформативности покрытий из армированных резин, на основании теории анизотропного тела, сводится к решению задач контакта и разбивается на три этапа:

- решение первой граничной задачи теории упругости анизотропного тела (с учетом армирования рассматриваемого пространства);
- определение перемещений верхней границы полуплоскости при действии нормальных нагрузок;
- применение решения контактной задачи для армированных тел и сопоставление с экспериментами.

*Контактная задача о вдавлении жесткого индентора в упругий слой резины.* [1, 2] На основании ранее рассматриваемых работ предложена методика расчета параметров контакта и построены графические зависимости, облегчающие нахождение неизвестных перемещений, размеров зон контакта. Так на рисунке 5 представлены графики расчета зоны контакта и деформации.

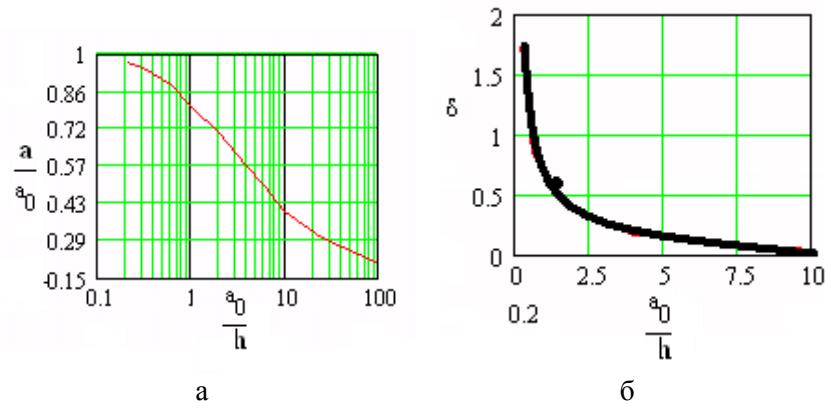


Рис. 5. Изменения размеров в зависимости от толщины слоя h зоны:  
а – контакта; б – перемещений

Теоретический расчет производился по следующим зависимостям

$$(a/a_0)^2 = \left(1 - \sqrt{1 - 4d_1 a_0^2 / h^2}\right) / 2d_1 a_0^2 / h^2, \delta = -\frac{a_0^2}{2R} \left[ \ln \frac{a}{h} - 1.193 + d_0 + \frac{d_1 a^2}{4 h^2} \right],$$

где коэффициенты определяются из вычисления интегралов:

$$d_0 = \int_0^\infty \frac{N(\beta) - e^{-\beta}}{\beta} d\beta; \quad N(\beta) = 1 + L(\beta);$$

$$d_j = \frac{(-1)^j}{(2j)!} \int_0^\infty [1 + L(\beta)] \beta^{2j-1} d\beta; \quad \left| \frac{t-x}{h} \right| < 2.$$

$$L(\beta) = \frac{(\beta_2 - \beta_1) sh \frac{\beta}{\beta_1} sh \frac{\beta}{\beta_2}}{\beta_1 sh \frac{\beta}{\beta_2} ch \frac{\beta}{\beta_1} - \beta_2 sh \frac{\beta}{\beta_1} ch \frac{\beta}{\beta_2}}.$$

Контактная задача о вдавлении жесткого индентора в упругий слой армированной резины. Расчет производился с позиции макроподхода используя необходимые методы нахождения упругих постоянных. Разработана численная методика решения задачи с учетом действия сил в области контакта, позволяющая получать зону контакта и перемещения в области контакта в зависимости от параметров анизотропии.

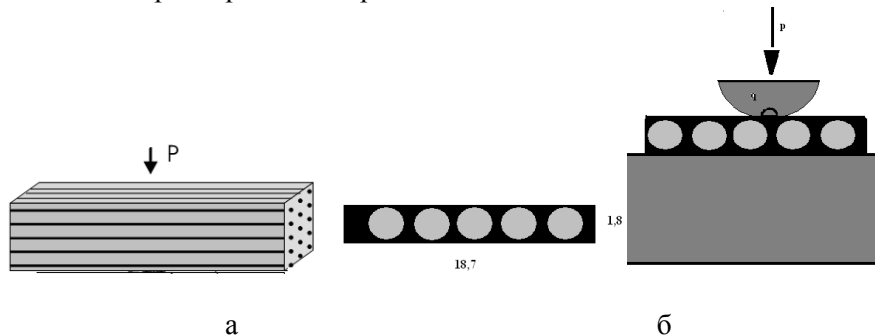


Рис. 6. Предлагаемая математическая модель расчета: а - продольное расположение волокон; б - поперечное расположение волокон

Рассмотрено перемещение верхней границы армированного покрытия, лежащей без трения на жестком основании при действии нормальной нагрузки, распределенной по параболическому закону  $p = p_0 \left(1 - \frac{x^2}{a^2}\right)$  на участке  $-a \leq x \leq a$ . Здесь  $p_0 = \frac{3P}{4a}$ ;  $P$  - линейная нагрузка. Материал

армированной резины композит, наполненный металловолокном с упругими постоянными:  $E_1 = 147$ ;  $E_2 = 0,34$ ;  $G_{12} = 5,67$ ; (ГПа)  $\nu_{12} = 0,25$ .

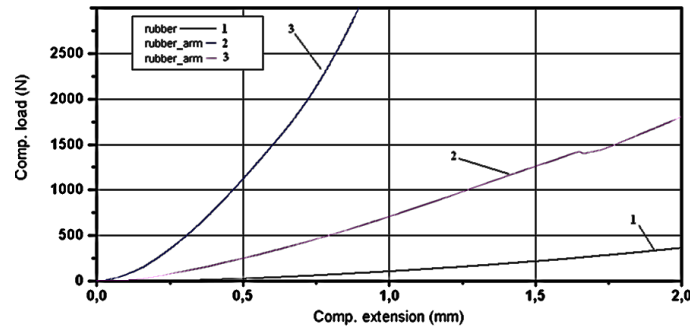


Рис. 7. Результаты экспериментальных исследований изменения перемещений при вдавлении инденторов в резиновый слой (1,2 - резиновый слой, h=6 мм; радиусы штампов: R=15 мм и R=80 мм; 3 - армированный резиновый слой h=1,8 мм, R=15 мм)

Расчет деформаций для армированной резины показал хорошее соответствие с экспериментом. Так для 2500 Н и L=10 мм перемещение равно 0,82 мм. На рисунке 7 представлены результаты экспериментального исследования деформирования упругих резиновых покрытий для разных инденторов в зависимости от действующей нагрузки, а также предлагаемая математическая модель расчета (см. рисунок 6).

**О некоторых методах экспериментального исследования параметров макроконтраста для тел из композитов.** Анализируя существующие подходы и методы экспериментального исследования и определения параметров контакта слоистых тел из композитов, предложен процесс измерения площади и перемещения. Так, например, используя ранее полученный способ измерения площади касания двух тел (а.с. № 761827), обеспечивающий повышение точности измерений, добавлен тонкий электропроводный слой, который наносят в виде полос, одни концы которых ориентированы в направлении характерных границ площади касания, вводят тела в контакт между собой в зоне этих концов и определяют число замкнутых полос, по которому судят о величине размера, характеризующего площадь касания. При этом параметры контакта можно определять и для армированных материалов и способ измерения площади касания двух тел, обеспечивающий компьютерную обработку измерений.

На рисунке 8 приведена конфигурация дискретного электропроводного слоя, выполненного в виде электропроводных полос. О вступлении полос в контакт судят по протеканию тока и по напряжению, которое через датчики вводится в компьютер.

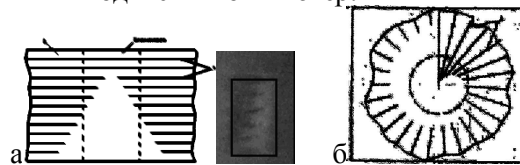


Рис. 8. Конфигурация дискретного слоя I для измерения площади касания цилиндра с плоским телом: а - замеренная зона контакта; б - вид слоя I для измерения площади касания шара с плоским телом

Этот способ эффективный при определении характерных размеров контакта в различных стадиях нагружения (нагрузка - разгрузка - нагрузка и т. д.). Была произведена оценка влияния толщины и армировки слоев на параметры контакта. Эксперименты показали эффективность этого способа измерения, особенно в и квазистатическом режиме. Ниже представлены некоторые результаты экспериментального исследования контактного взаимодействия армированного резинового покрытия с металлическим индентором. Проведенные опыты включали: определение полуширины площадки контакта  $a$  и сближения  $\delta$  в зависимости от нагрузки, толщины и объемной доли армировки. Испытания проводили на установке, смонтированной на базе на установке типа «INSTRON». Материал для исследований составляет модель, которая имитирует упругие свойств шины. Процесс исследований состоял в виде следующей последовательности этапов: изготовление образцов контактирующих цилиндрических металлических инденторов и покрытий из резины (в том числе армированной), применяющейся для изготовления

автопокрышек; исследование физико-механических свойств образцов; создание методики исследований; анализ влияния физико-механических и деформативных свойств покрытий в зависимости от действующих нагрузок.

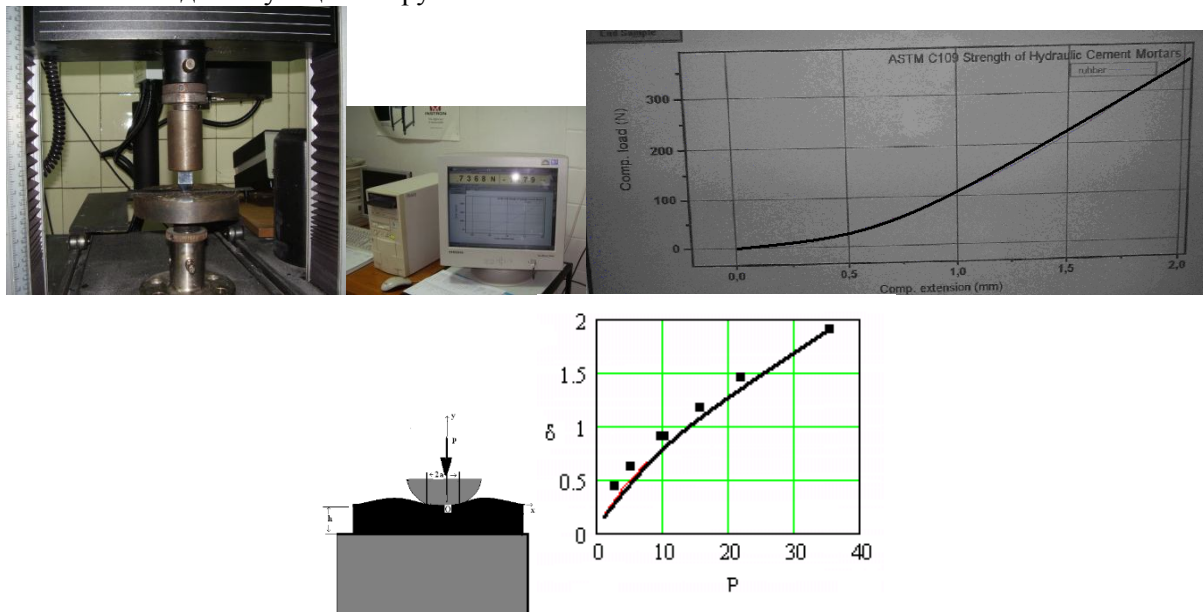


Рис. 9. - Схема проведения экспериментов и модель математической реализации.

Результаты экспериментальных исследований изменения перемещений при вдавливании жесткого индентора в резиновый слой.

Экспериментальное исследование проводили как для однородной резины, так и для армированной. На рисунке 9 показана схема проведения экспериментов и модель математической реализации.

#### Выводы:

1. Разработана методика определения деформативности покрытий из армированных резин и экспериментального исследования
  2. Нанесение покрытий на более жесткие основания позволяет снизить максимальные напряжения на границе раздела слоев и концентрировать их в покрытии вблизи поверхности.
  3. При отсутствии трения наличие волокон в слое резины существенным образом укрепляет слоистую систему: основные напряжения берут на себя стальные волокна (максимальные напряжения составляют  $0,42 p$ ).
1. Можаровский В.В. Моделирование напряженно-деформированного состояния массивных шин из армированных материалов // *Материалы, технологии, инструменты.* – 2008. - №3. - С. 14-21.
  2. Можаровский В.В., Старжинский В.Е. Прикладная механика слоистых тел из композитов. - Мн.: Наука и техника, 1988. – 290 с.
  3. Можаровский В.В., Рогачева Н.А. Исследование напряженного состояния волокнистого композиционного материала с однородным покрытием при контакте с цилиндрическим индентором // *Материалы, технологии, инструменты.* – 2000. – № 2. – С. 5-10.
  4. Pleskachevsky Yu. M. Mozharovsky V.V., Rouba Yu.F. Mathematical models of quasi-static interaction between fibrous composite bodies // *Proc. Int. Conf. Computational methods in contact mechanics III, Madrid, July 3-5, 1997.* – Madrid, 1997.- P. 363-372.