УДК 539.375; 539.4:536.543
О.Є. Андрейків, І. Я. Долінська, Н.В.Яворська
Львівський національний університет імені Івана Франка

ВТОМНЕ РУЙНУВАНННЯ ТОНКОСТІННИХ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ З ВИТЯГНУТИМИ ОТВОРАМИ ЗА ВИСОКИХ ТЕМПЕРАТУР

Побудовано розрахункову модель для визначення ресурсу елементів конструкцій з витягнутими отворами за втоми і високотемпературної повзучості.В основу моделі покладено представлення ресурсу елемента конструкцій, як суму періоду зародження та періоду докритичного росту повзучо-втомних тріщин.

Ключові слова: *втомне руйнування, період зародження повзучо-втомних тріщи, період докритичного росту повзучо-втомних тріщин, ресурс, коефіцієнт інтенсивності напружень, період циклу навантаження*

Руйнування більшості інженерних конструкцій, що працюють за високих температур, спричиняє низка чинників, зокрема втома та повзучість. Повзучість, яка пов'язана з часом, здебільш залежить від історії виникнення напружень і температури, що діють на елементи конструкцій, тоді як втому зумовлюють змінні напруження чи деформації, а особливо циклічні деформації, які є джерелом росту тріщини. Коли ці два механізми діють одночасно, з'являється повзучо-втомна взаємодія, наприклад, в елементах парових і газових турбін, камерах високого тиску тощо.

Прогнозування ресурсу таких елементів конструкцій при дії на них згаданих вище факторів була і залишається однією із актуальних проблем інженерної практики. Теоретичні аспекти тут розроблені ще недостатньо, в основному розвинуті методи і розрахунки для бездефектних елементів. Однак, в елементах конструкцій, як правило, завжди є дефекти в залежності від виготовлення чи набуті в процесі їх експлуатації. В зв'язку з цим в даній роботі запропоновано розрахункову модель для визначення ресурсу таких елементів конструкцій за втоми і високотемпературної повзучості.

Формулювання розрахункової моделі. В якості тонкостінного елемента конструкції розглянемо пластину послаблену концентратором напружень у вигляді витягнутої порожнини з радіусом r заокруглення у вершині (рис.1). Вважаємо, що пластина розтягується рівномірно розподі-
леними зусиллями p за високої температури, що викликає в зонах передруйнування біля вершин тріщин високотемпературну повзучість. Слід визначити ресурс $N = N_p$ такого елемента конструкції при згаданих навантаженнях.

Відомо, що втрата міцності і вичерпання ресурсу металевих елементів конструкцій за втоми і високотемпературної повзучості проходить шляхом зародження та докритичного росту повзучо-втомної тріщини (залишкова довговічність). Враховуючи це, запишемо формулу для знаходження ресурсу, так

$$N_p = N_з + N_Д \quad (1)$$

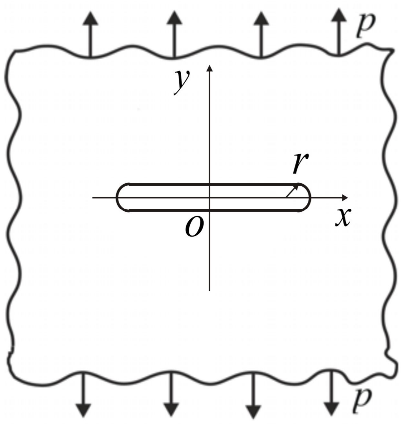

Рис.1 Схема навантаження пластини з витягнутим отвором.

де $N_з$, $N_Д$ – період зародження та період докритичного росту повзучо-втомної тріщини відповідно, розрахункові моделі яких запропоновані нижче.

Поширення тріщини високотемпературної повзучості за циклічного навантаження. Розглянемо пластину послаблену прямолінійною тріщиною початкової довжини l_0, яка навантажена циклічним розтягом за високої температури, яка викликає в пластично деформованих областях явище високотемпературної повзучості. Задача полягає у визначенні періоду $N = N_Д$ докритичного росту повзучо-втомної тріщини (залишкової довговічності) в пластині по досягненню якого макротріщина підросте до критичного розміру l_* і згадуваний елемент зруйнується. Вважаємо, що зовнішні навантаження розтягу з амплітудою p прикладені так, що напружено-деформований стан в пластині буде симетричним відносно лінії розміщення тріщини.

Реалізацію даної задачі проведемо за допомогою рівняння енергетичного балансу процесу поширення тріщини на величину Δl [1-4]

$$Q + A_0 = W + \Gamma \quad (2)$$

Тут $Q = const$ – величина теплової енергії; A_0 – робота зовнішніх сил; Γ – енергія руйнування пластини, яка залежить тільки від довжини тріщини l; W – енергія деформування пластини, яку можна подати так [1-4]

$$W = W_e + W_p^{(0)}(l) + W_p^{(1)}(t) - W_p^{(2)}(t) - W_p^{(3)}(t) - W_p^{(4)}(t), \quad (3)$$

де W_e – пружна складова енергії W; $W_p^{(0)}(l)$ - частина роботи пластичних деформацій в зоні передруйнування при її статичному розтязі, яка залежить тільки від довжини тріщини l; $W_p^{(1)}(t)$ – частина роботи пластичних деформацій від зовнішніх зусиль при зростанні навантаження в циклі розтягу зони передруйнування, що залежить від часу t; $W_p^{(2)}(t)$ – частина роботи пластичних деформацій за постійної довжини тріщини під час повзучості зони передруйнування біля вершини тріщини за розтягу, що залежить тільки від часу t; $W_p^{(3)}(t)$ - частина роботи пластичних деформацій під час повзучості при розвантаженні пластини і стиску зони передруйнування, яка також виділяється за постійної довжини тріщини, генерується самою пластиною і залежить тільки від t; $W_p^{(4)}(t)$ - частина роботи пластичних деформацій, яка генерується самою пластиною під час її розвантаження і статичного стиску зони передруйнування (для простоти обчислень приймемо, що $W_p^{(2)}(t) = W_p^{(3)}(t)$).

Диференціюючи за часом t компоненти рівняння енергетичного балансу (2), які є складні функції від l і t, отримаємо [1] рівняння балансу швидкостей зміни частин енергій:

$$\partial(W_p^{(4)} + 2W_p^{(3)}) / \partial t = \partial[-A_0 + \Gamma + W_e + W_p^{(0)}(l)] / \partial l \cdot dl / dt \quad (4)$$

З рівняння (4) знайдемо швидкість зміни довжини повзучо-втомної тріщини

$$dl / dt = \partial(W_p^{(4)} + 2W_p^{(3)}) / \partial t \Big/ (\gamma_{fC} - \gamma_t), \quad (5)$$

тут γ_t - питома робота пластичних деформацій в зоні передруйнування при рості тріщини; γ_{fC} - її критичне значення.

Вважаючи, що $dt = T \cdot dN$, де T − період циклу навантаження (період витримки), співвідношення (5) запишемо так

$$dl / dN = \partial(W_p^{(4)} + 2W_p^{(3)}) / \partial N \Big/ (\gamma_{fC} - \gamma_t) \quad (6)$$

Для повноти математичної моделі до рівняння (6) додамо відповідно початкову і кінцеву умови

$$N = 0, \quad l(0) = l_0, \quad N = N_Д(T), \quad l(N_Д(T)) = l_*, \tag{7}$$

Критичне значення довжини тріщини знаходимо з енергетичного критерію

$$\gamma_t(l_*) = \gamma_{fC} \tag{8}$$

Таким чином, кінетичне рівняння (6) та умови (7), (8) складають математичну модель визначення періоду $N = N_Д$ докритичного росту тріщини в пластинах за умови симетрії навантаження.

В даному випадку ми розглядаємо втому і повзучість. Що стосується повзучості то ми приймаємо, що тут реалізується перша ділянка діаграми повзучості, для якої характерним є зменшення швидкості повзучості [1-6]. На основі результатів робіт [1, 5] розкриття зони передруйнування $\delta_{t\max}(x,t)$ запишемо використовуючи логарифмічний закон повзучості:

$$\delta_{t\max}(x,t) = \delta_{\max}(x) + B \cdot \ln((1+t) \cdot t_1^{-1}), \tag{9}$$

де $\delta_{\max}(x)$ - максимальне розкриття зони передруйнування на початку циклу навантаження; $B \cdot \ln((1+t) \cdot t_1^{-1})$ – додаткове розкриття зони передруйнування за рахунок повзучості протягом циклу навантаження; x - координата вздовж лінії тріщини і початком у її вершині; B, t_1 - константи, які визначаються із експерименту.

На основі результатів експериментальних досліджень [6], вважаємо, що $W_p^{(4)} >> W_p^{(3)}$. З врахування цього у співвідношення (5) буде входити лише енергетична складова $W_p^{(4)}$, яку запишемо так:

$$W_p^{(4)}(N) = \alpha N \int_0^{l_p} \sigma_{of} \{[\delta_{t\max}^{(f)}(x,t) - \delta_{t\min}^{(f)}(x,t)] - [\delta_{th\max}^{(f)}(x,t) - \delta_{th\min}^{(f)}(x,t)]\} dx \tag{10}$$

де α - константа, що визначається з експеременту; l_p - ширина зони передруйнування біля вершини тріщини по нормалі до неї; σ_{0f} - усереднене значення напружень в зоні передруйнування; $\delta_{th\max}^{(f)}(x,t)$ - нижнє порогове значення $\delta_{t\max}^{(f)}$ при якому не відбувається руйнування.

Різницю розкриття тріщини $[\delta_{t\max}^{(f)}(x,t) - \delta_{t\min}^{(f)}(x,t)]$, яка входить в співвідношення (10) визначимо на основі [5, 7, 8] з використанням (9)

$$\delta_{t\max}^{(f)}(x,t) - \delta_{t\min}^{(f)}(x,t) = 0{,}5\left(\delta_{\max}^{(f)}(x) + \dot{\delta}_{t\max}^{(f)}(x,0) \ln((1+t) \cdot t_1^{-1})\right)(1-R)^2 \tag{11}$$

де R − коефіцієнт асиметрії циклу.

З використанням [5, 7, 8] величину $\delta_{t\max}^{(f)}(x,t)$ запишемо, як:

$$\delta_{t\max}^{(f)}(x,t) = \left[\delta_{\max}^{(f)}(0) + \dot{\delta}_{t\max}^{(f)}(0,0) \cdot \ln((1+t) \cdot t_1^{-1})\right]. \tag{12}$$

$$\delta_{t\max}^{(f)}(0) = K_{\mathrm{I}\max}^2(0) \sigma_{0f}^{-1} E^{-1}$$

де E – модуль пружності; $K_{\mathrm{I}max}$ – максимальне значення коефіцієнта інтенсивності напружень в циклі; $\dot{\delta}_{t\max}^{(f)}(0,0)$ - швидкість розкриття у вершині тріщини за повзучості в зоні передруйнування, яку будемо визначати так [2, 3].

$$\dot{\delta}_{t\max}^{(f)}(0,0) = A\left[\delta_{t\max}^{(f)}(0,0) \delta_{fC}^{-1}\right]^m \tag{13}$$

де A, m - характеристики високотемпературної повзучості.

Отже, підставляючи співвідношення (11)-(13) в (10), (6), а також скориставшись результатами [8] та формулами

$$\delta_{\max}^{(f)} / \delta_{fC} = K_{\mathrm{I}\max}^2 / K_{fC}^2, \quad \delta_{th}^{(f)} / \delta_{fC} = K_{th}^2 / K_{fC}^2,$$

отримаємо кінетичне рівняння для визначення швидкості поширення повзучо-втомної прямолінійної тріщини

$$dl/dN = \alpha(1-R)^4\{\left[K_{\mathrm{I}\max}^2 + A_1\cdot\left[K_{\mathrm{Im}ax}^2/K_{fC}^2\right]^m \ln((1+T)t_1^{-1})\right]^2 - \\ -\left[K_{th}^2 + A_1\cdot\left[K_{th}^2/K_{fC}^2\right]^m \ln((1+T)t_1^{-1})\right]^2\}\cdot 4^{-1}\sigma_{0f}^{-1}E^{-1}(K_{fC}^2 - K_{\mathrm{Im}ax}^2)^{-1} \quad (14)$$

з початковою і кінцевою умовами

$$N=0,\quad l(0)=l_0,\ N=N_Д(T),\quad l(N_Д(T))=l_*,\ K_{\mathrm{I}\max}(l_*)=K_{fC} \quad (15)$$

де $A_1 = A\sigma_{0f}^{-1}E^{-1}$.

Інтегруючи (15), отримаємо наступне співвідношення для визначення періоду докритичного росту повзучо-втомної тріщини у вигляді

$$N_Д = \frac{4\sigma_{of}E}{\alpha(1-R)^4}\int_{l_0}^{l_*}\{[K_{\mathrm{Im}ax}^2 + A_1\cdot[K_{\mathrm{Im}ax}^2/K_{fC}^2]^m \ln((1+T)t_1^{-1})]^2 - \\ -[K_{th}^2 + A_1\cdot[K_{th}^2/K_{fC}^2]^m \ln((1+T)t_1^{-1})]^2\}^{-1}\cdot(K_{fC}^2 - K_{\mathrm{Im}ax}^2)\,dl \quad (16)$$

Зародження макротріщини в пластині з витягнутим отвором за втоми і високотемпературної повзучості. Розглянемо пластину послаблену вирізом з радіусом заокруглення у вершині r, яка піддається дії циклічного навантаження з амплітудою p за високої температури, що викликає в зоні передруйнування високотемпературну повзучість. Потрібно визначити кількість циклів навантаження $N = N_з$, по досягненню яких у вершині концентратора утвориться повзучо-втомна макротріщина.

Для розв'янння даної задачі вважаємо, як і в [9], що інтенсивність проходження в області передруйнування процесів накопичення і зародження втомних пошкоджень повністю контролюється максимальним амплітудним значенням деформації розтягу $\varepsilon_{\max}$ в цій області. Відомо, що для макротріщини деформація $\varepsilon_{\max}$ у зоні перед руйнування біля її вершини пропорційна її розкриттю $\delta_{\max}$ [9], тобто

$$\varepsilon_{\max}/\varepsilon_{fC} = \delta_{\max}/\delta_{fC} \quad (17)$$

Вважаємо [9], що зародження повзучо-втомної тріщини проходить неперервно з нульової довжини і характеризується її змінною швидкістю V, яка є функція максимальної величини деформацією розтягу $\varepsilon_{\max}$ за цикл в зоні передруйнування. У зв'язку з цим можна записати

$$V = dl/dN = \Phi^{-1}(\lambda) \quad (18)$$

де $\Phi(\lambda)$ - характеристична функція втомного руйнування; $\lambda = \sqrt{\varepsilon_{\max}/\varepsilon_{fC}}$

Як і в [9], приймаємо, що швидкість зародження тріщини довжини l буде така ж, що і у випадку її поширення за тією ж величиною максимальної амплітуди деформації $\varepsilon_{\max}$ в зоні передруйнування. Враховуючи це і співвідношення (15), для визначення величини швидкості V зародження макротріщини можна записати таке рівняння:

$$V = dl/dN = \alpha\cdot(1-R)^4\{\left[\varepsilon_{\max}\varepsilon_{fc}^{-1}K_{fC}^2 + A_1\cdot\left[\varepsilon_{\max}/\varepsilon_{fC}\right]^m \ln((1+T)/t_1)\right]^2 - \\ -[\varepsilon_{th}\varepsilon_{fC}^{-1}K_{fC}^2 + A_1\cdot\left[\varepsilon_{th}/\varepsilon_{fC}\right]^m \ln((1+T)/t_1)]^2\}\cdot 0{,}25\sigma^{-1}E^{-1}K_{fC}^{-2}(1-\varepsilon_{\max}\varepsilon_{fc}^{-1})^{-1} \quad (19)$$

де ε_{th} - нижнє порогове значення $\varepsilon_{\max}$.

Для повноти математичної моделі додамо відповідно початкову і кінцеву умови

$$N=0,\ l(0)=0;\quad N=N_з,\ l(N_з)=l_з. \quad (20)$$

Невідоме значення величини деформації $\varepsilon_{\max}$ у вершині тріщини, яка входить у формулу (21), визначаємо на основі [9] в такому вигляді.

$$\varepsilon_{\max} = (\varepsilon_{fC}K_{\mathrm{Im}ax}^2 l + \varepsilon_0 K_{fC}^2(l_p - l))/K_{fC}^2 l_p. \quad (21)$$

де $K_{\mathrm{Im}ax}$ - максимальне значення КІН для тріщини довжини $l = l_p$ (l_p − довжина пластичної зони); ε_0 - максимальна величина деформації біля концентратора в початковому стані, яка визначається [10] так

$$\varepsilon_0 = \left\{1+(r/r_0)^2\right\}^{-1/2}\left(K_{\max}/K_{fC}\right)^2\varepsilon_{fC}\,, \qquad r_0 = 4K_{fC}^2/\pi E\sigma_{0f}\varepsilon_{fC} \tag{22}$$

де r - радіус кривизни концентратора; $K_{\max}$ - максимальне значення КІН за цикл.

Отже, інтегруючи рівняння (18) із використанням (19) за умов (20) і результатів [9], одержимо наступну формулу для визначення періоду зародження макротріщини.

$$N_3 = \frac{4\sigma_{of}E}{\alpha(1-R)^4}\int_0^{l_p}\{[\varepsilon_{\max}\varepsilon_{fC}^{-1}K_{fC}^2 + A_1\cdot[\varepsilon_{\max}/\varepsilon_{fC}]^m\ln((1+T)/t_1)]^2 - \\ -[\varepsilon_{th}\varepsilon_{fC}^{-1}K_{fC}^2 + A_1\cdot[\varepsilon_{th}/\varepsilon_{fC}]^m\ln((1+T)/t_1)]^2\}^{-1}\cdot K_{fC}^2(1-\varepsilon_{\max}\varepsilon_{fC}^{-1})\,dl \tag{23}$$

Таким чином співвідношення (1), (16) і (23) складають математичну модель для визначення $N = N_p$ ресурсу елементів конструкцій, які працюють в умовах дії високих температур і циклічного навантаження.

Визначення ресурсу пластини із сталі 321 з двома боковими вирізами. Розглянемо пластину із сталі 321 [6] з двома боковими вирізами, яка навантажена циклічно з амплітудою p за високих температур (рис. 2). Задача полягає у знаходженні кількості циклів навантаження $N = N_p$, за досягненням яких розглянутий нами елемент конструкції зруйнується. Для розв'язання даної задачі використаємо вище запропоновані розрахункову модель (1), (16) і (23). В даному випадку невідому величину $K_{\mathrm{Im}ax}$, яка входить у формули (16), (21) і (23) знаходимо наближено на основі відомого [9] методу граничної інтерполяції у вигляді:

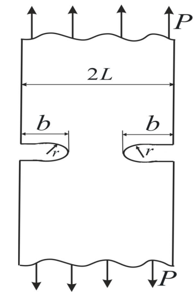

Рис.2 Схема навантаження з двома боковими вирізами.

$$K_{\mathrm{Im}ax} = 2{,}243\cdot\alpha_0 p\sqrt{\pi b}\cdot\left(\sqrt{(1-\eta)(4+\eta(1.25\pi^2\alpha_0^2-4))}\right)^{-1},$$
$$\eta = b/L \tag{24}$$

де b - глибина надрізів; L - півширина пластини; α_0 - коефіцієнт концентрації напружень у вершині надрізу. Разом з тим, розрахунки проводили для таких значень параметрів: $K_{th} = 7.5\ МПа\sqrt{м}$,

$$E = 1.9\cdot 10^5\ MPa,\ \sigma_{of} = 450\ МПа,\ K_{fC} = 100\ МПа\sqrt{м},\ T = 12\,h$$

$\varepsilon_{fC} = 0.597$, $T = 12\,h$, На основі експериментальних даних для втоми сталі 321[6] знаходимо коефіцієнт α, який рівний 1.24. Далі з експерименту на втому [6] з повзучістю визначаємо константи $A = 1068$, $t_1 = 0.0128$, $m = 0.85$. У результаті цього побудуємо залежність N_p ресурсу від періоду витримки T (рис. 6). Як бачимо, зі збільшенням T ресурс за кількістю циклів навантаження зменшується, проте в реальному часі ця залежність навпаки зростає. У результаті цього побудуємо залежність N_p ресурсу від періоду витримки T при різних навантажень (рис. 3). Як бачимо, зі збільшенням T ресурс по кількості циклів навантаження зменшується, проте в реальному часі навпаки зростає (див. рис.4)

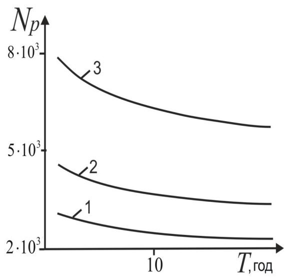

Рис. 3. Залежність ресурсу N_p пластини з двома боковими вирізами від витримки T (1- $p = 230\ МПа$,2- $p = 200\ МПа$, 4- $p = 181\ МПа$).

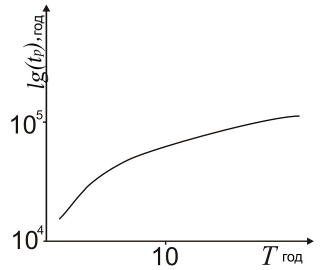

Рис. 4. Залежність ресурсу $\lg(t_p)$ пластини з двома боковими вирізами в реальному часі від витримки T.

1. *Андрейків О .Є., Лесів Р.М., Долінська І.Я.* Залежність періоду до критичного росту повзучо – втомної тріщини від періоду циклу навантаження // Фіз.-хім. механіка матеріалів. –2009. – № 4. –С. 31-38.
2. *Andrejkiv O. and Lesiv R.* Mathematical model for estimating the period of creep-fatigue crack growth in construction materials at high temperature // Acta mechanica et automatica. – 2007. – **1**, № 1. – P. 7–10.
3. *Андрейків О.Є., Сас Н.Б.* Математична модель для визначення періоду докритичногопоширення тріщини високотемпературної повзучості в твердих тілах // Доповіді – НАН України. – 2006. – №5, – С. 47 – 52.
4. *Андрейків О.Є., Ліщинська М.В.* Рівняння росту втомних тріщин в неоднорідних пластинах // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 1999. – № 3. – С. 53-58.
5. *Garofalo F.* Fundamentals of creep and creep-rupture in metals. – New-York- London: Mac Millan Company, 1970. – 343 p.
6. *Creep*, fatigue and creep-fatigue crack growth rates in parent and simulated HAZ type 321 stainless steel / D. N. Gladwin, D. A. Miller, G. J. Neate, R. H. Priest // Fatigue and Fract. Eng. Mater. and Struct. – 1988. – **11**, № 5. – P. 35.
7. *Андрейків О.Є., Кіт М.Б.* Визначення періоду докритичного росту тріщини в елементах конструкцій при їх двох частотному навантаженні //Машинознавство.– 2006.– №2, –С. 3-7.
8. *Шата М., Терлецька З.О.* Енергетичний підхід у механіці втомного поширення макротріщини // Механіка руйнування і міцність конструкцій (під редак. В.В. Панасюка). – Львів: Каменяр. – 1999. – В.2. – С. 141-148.
9. *Андрейкив А.Е.* Пространственные задачи теории трещин.– Киев: Наук. думка, 1982.– 245с
10. *Панасюк В.В., Андрейкив А.Е., Партон В.З.* Механика разрушения и прочность материалов. Том 1 - Киев: Наук. думка, 1988.- 488с.