

УДК 631.313.02:531/534

Ю.В.Човнюк, Ю.О.Гуменюк, Г.А.Герасимчук

Національний університет біоресурсів і природокористування України

МОДЕЛІ КОЛИВАНЬ СУТТЄВО-НЕЛІНІЙНИХ СИСТЕМ ҐРУНТООБРОБНИХ РОБОЧИХ ОРґАНІВ

Наведені моделі коливань, які притаманні суттєво-нелінійним механічним системам, котрі використовуються для динамічного аналізу взаємодії робочих органів сільськогосподарських машин на пружній підвісці з оброблюваним ґрунтом.

Ключові слова: *коливання, механічна система, робочий орган.*

Постановка проблеми. Одним із шляхів підвищення якості роботи знарядь, які обробляють ґрунт, та зниження енергомосткості обробки ґрунту є створення конструкцій пружних механізмів, які встановлюються між робочим органом і рамою машини (пружні механізми – пружні підвіски). Такі механізми сприяють появі само збуджуваних коливань робочих органів сільськогосподарських машин (плугів, культиваторів тощо), що підвищує очищення робочих органів від рослинних решток, а також суттєво знижує тяговий опір. Ефект самозбудження може знайти широке застосування у багатьох технологічних процесах землеробської механіки. Зараз виробники ґрунтообробної техніки широко використовують цю ідею.

Пружні механізми використовуються у наступних варіантах:

1. П'ятиланцюговий з одним пружним ланцюгом.
2. Триланцюговий з одним пружним ланцюгом.
3. Пружна стійка або пружні елементи підвіски.

Аналіз таких пружних механізмів показує, що, не дивлячись на широкий спектр конструктивних рішень, всі вони мають нелінійну жорсткість. Однак на сьогодні немає достатньо широкого аналізу і методів розрахунку таких механізмів.

Численні дослідження [1-4] та ін. показали, що графіки силових характеристик усіх перерахованих вище систем мають нелінійний характер [5, 6], і тому їх можна сміливо віднести до суттєво-нелінійних систем. Додатковим джерелом нелінійності можуть слугувати й особливості конструкції самої підвіски.

Всі ці причини іноді вносять нездоланні труднощі у постановці задач механіки взаємодії робочих органів на пружній підвісці з ґрунтом. Нелінійні коливання мають широкий спектр специфічних механічних явищ та ефектів, використання яких у технологічних процесах призведе до значної технологічної та енергетичної ефективності. Таму, на думку авторів даної роботи, динамічний аналіз взаємодії робочих органів ґрунтообробних машин на пружній підвісці вимагає подальших досліджень, а також є актуальним для розвитку, уточнення і вдосконалення існуючих інженерних методів розрахунку подібних систем, як на стадії їх проектування, так і у режимах реальної експлуатації.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. У роботах [1-5] зазначено, що характерні задачі для автоколивальних систем полягають у визначенні частот і розмахів усталених автоколивань, дослідженні стійкості усталених режимів, вивченні перехідних процесів.

Характерною задачею для систем за вимушеними коливаннями є побудова амплітудно-частотних характеристик, визначення резонансних амплітуд та умов зриву амплітуд, виявлення супер- та субгармонічних коливань. Автори [1-5] зазначають, що для розв'язку задач оптимізації параметрів пружної підвіски необхідно побудувати математичну модель об'єкту, який вивчається на основі аналізу експериментальних даних коливних процесів у системі, і тоді вивчати динамічну систему, на вхід котрої надходять впливи, обумовлені опором оброблюваного середовища. Результат цих впливів – реакція системи у вигляді поведінки тягового опору робочого органу у часі. Наведені у цитованих вище роботах рекомендації щодо ідентифікації класу нелінійних коливань робочих органів ґрунтообробних машин і визначення оптимальних параметрів конструкцій пружних підвісок мажуть слугувати для вдосконалення розрахунків і визначення квазіпружних та квазіінерційних коефіцієнтів. Проте, на думку авторів даної роботи, дослідження основних характеристик розглядуваних систем слід продовжити у межах розгляду їх автоколивань

©Ю.В.Човнюк, Ю.О.Гуменюк, Г.А.Герасимчук

як суттєво-нелінійних властивостей; підвалини для такого підходу закладені у роботі [6].

Мета дослідження. Метою дослідження є встановлення основних закономірностей та існування вимушених коливань (автоколивань) у механічних системах з суттєво-нелінійними пружними відновлюючими силами за допомогою точних аналітичних методів аналізу, а також чисельними методами з використанням ПЕОМ.

Результати дослідження. Вважатимемо в подальшому, що коливна система «робочий орган - ґрунт» є суттєво-нелінійною, і у межах такої моделі розглянемо автоколивання (процес їх встановлення, основні характеристики тощо), притаманні, зокрема, робочим органам таких сільськогосподарських машин, котрі використовують вібрацію для реалізації бажаних типів (розпушувальні (вібраційні) лапи культиваторів, віброплуги, віброкотки. тощо).

1. Резонансні явища у нелінійних коливних системах.

Аналіз великої кількості точних розв'язків у нелінійних неавтономних коливних системах привів авторів даної роботи до переконання, що основні нелінійні ефекти у цих системах є проявом внутрішніх коливних властивостей системи, тобто вільних коливань. Такий підхід передбачає, що у системах визначну роль при коливаннях грають пружні відновлювальні сили. Тому з'являється можливість на основі аналізу вільних коливань системи і параметрів вимушеної сили передбачити можливість тих чи інших нелінійних ефектів без звичайних математичних перетворень та розрахунків. Опис основних властивостей нелінійних коливних систем з використанням лише вказаних фізичних міркувань даний нижче.

Слід зазначити, що точка зору авторів даної роботи збігається з тією, котрої притримуються автори робіт по нелінійним коливанням [6-9], однак багато досліджень не враховують взаємозв'язок вільних та вимушених резонансних коливань, що у низці випадків призводять до неточних якісних висновків, зроблених на основі результатів наближеного аналізу (наприклад, даних про залежності порядку можливих субгармонічних режимів від ступеня поліноміальної пружної характеристики і про неможливість парних субгармонічних режимів у симетричних системах [10] або про малість амплітуди субгармонічних коливань).

Автори намагались включити у дану роботу тільки ті результати досліджень нелінійних систем, котрі можна назвати як точні. Оскільки механічні коливні системи найчастіше є грубими системами, наявність точних еталонних рішень і побудова карт областей притягання періодичних режимів (на фазовій площині) для системи з різними типовими нелінійними характеристиками дозволяють достатньо впевнено прогнозувати поведінку систем з іншими близькими нелінійностями, точні розв'язки для яких невідомі.

У зв'язку з широким розповсюдженням наближених методів при дослідженні нелінійних коливних систем, а також методів їх математичного моделювання на ПЕОМ також існує і проблема наявності відповідних еталонних розв'язків. Мабуть, отримані у даній роботі методами аналізу точні аналітичні розв'язки основних коливних режимів для систем з кусково-лінійними пружними характеристиками можуть знайти застосування у якості таки еталонних рішень.

Основні нелінійні ефекти у коливних системах пов'язані з їх резонансними властивостями, котрі проявляють себе у підтримці внутрішніх коливних властивостей системи за допомогою зовнішніх періодичних чи неперіодичних впливів. Резонансні явища у механічних коливних системах, зрозуміло мають ту ж природу, що й загальні явища синхронізації у динамічних коливних системах різної природи [11-14]. Слід підкреслити, що всі резонансні явища у коливних системах обумовлені «перекачуванням» енергії, яка підводиться, у відповідну форму коливань.

Одним з важливих проявів резонансних властивостей слугують автоколивання. При наявності невеликих дисипативних сил і зовнішнього впливу і зовнішнього впливу автоколивання також по суті будуть вільними коливаннями, які підтримуються періодичною зовнішньою силою. Тому, розглядаючи автоколивання, часто можна обмежитись розглядом квазівільних коливань відповідної форми [15]. У таких випадках, коли зовнішній вплив або дисипативні сили досить великі, автоколивання суттєво відрізняються за законом руху від гармонічних, точніше, від квазівільних (т.з. релаксаційні автоколивання). При цьому у русі можливі скінченні зупинки і стрибки швидкості. Однак період навіть цих релаксаційних автоколивань може мало відрізнятись від періоду вільних коливань відповідної форми.

Резонансні властивості у нелінійних коливних системах проявляються також у явищі самозбудження коливань.

2. Самозбудження періодичних коливань у нелінійних системах.

При певних параметрах пружної характеристики й вимушеної сили у неавтономних коливних системах з одним чи багатьма ступенями вільності руху, усталений основний режим з періодом вимушеної, наприклад, гармонічної сили стає нестійким, причому у системі на цій частоті можуть взагалі, бути відсутніми стійкі основні режими. У свою чергу, нестійкий основний режим (нестійке положення рівноваги) приводить до «народження» іншого стійкого періодичного режиму, період якого відрізняється від періоду вимушеної сили. Це явище самозбудження відоме у неавтономних системах з несиметричними пружними характеристиками [16-18]. Воно проявляється у вигляді самозбудження субгармонічних коливань, які можуть бути єдиними можливими стійкими коливаннями.

Аналогічне явище – народження стійких коливань з нестійких положень рівноваги – має місце у автоколивних системах [8, 19, 20].

Явище самозбудження, мабуть, тісно пов'язане з проявом синхронізації зовнішнього збудження та внутрішніх коливних властивостей динамічних систем й відноситься до резонансних явищ. При автоколиваннях має місце аналогічне явище, а періодичне збудження формується самою системою.

3. Стохастичні явища у нелінійних коливних системах.

Однією з важливих властивостей нелінійних коливних систем можна вважати можливість прояву стохастичності при певних співвідношеннях параметрів.

Поява своєрідної стохастичності, яка має місце у неавтономних коливних системах типу:

$$m\ddot{x} + f(x) + R(x, \dot{x}) = H(t), \quad (1)$$

де x – узагальнена координата (лінійна чи кутова); m – маса або момент інерції; $f(x)$ – пружна відновлююча сила (пружна характеристика); $R(x, \dot{x})$ – дисипативна сила (дисипативна характеристика); $H(t)$ – періодичний зовнішній вплив (вимушена сила) періоду T , пов'язана з утворенням так званої гомоклінічної структури.

Теорія цього питання викладена у [21, 22]. Зупинимось на фізичній стороні питання стосовно нелінійних механічних коливних систем.

Коливання, які можна представити як стохастичні, є природними у нелінійних системах при певних умовах, так само як і періодичні або майже-періодичні коливання. Зрозуміло, що коливання, близькі до стохастичних, можливі у тому випадку, якщо структура системи при деяких параметрах відновлюючої й вимушених сил стає настільки тонкою, що невеликі відхилення фазових координат приводять до значних змін діючих у системі сил і, відповідно, характеру руху системи. Причина стохастичності може бути обумовлена наявністю нестійких положень рівноваги, з якими може «виходити» кілька різних траєкторій, що говорить про існування фізичної невизначеності у нелінійних системах. Аналогічна невизначеність зберігається й у відповідних детермінованих моделях на границях областей, які притягують різні періодичні режими, яка проявляє себе у вигляді гомоклінічної структури. Причиною прояву своєрідної стохастичності у системах типу (1) є багато режимність і нестійкість кількох періодичних режимів.

3. Робочі органи на пружній підвісці як системи з білінійною пружною характеристикою.

Кусково-лінійна пружна характеристика досліджуваної у даній роботі системи подана на рис. 1.

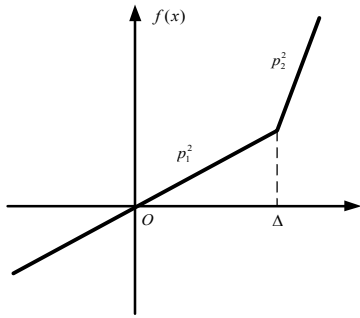


Рис. 1. Пружна характеристика (білінійна) робочого органу на пружній підвісці

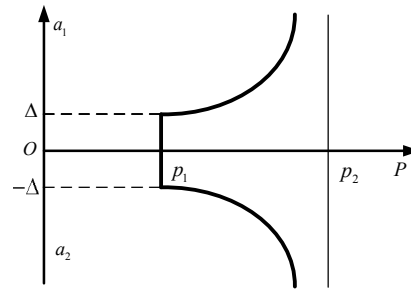


Рис. 2. Амплітудно-частотна характеристика білінійної системи (залежність вільних коливань частоти P від максимальних переміщень)

На рис. 1 введені позначення: p_1^2 – тангенс кута нахилу ділянки пружної характеристики (нормована жорсткість ділянки пружної підвіски) при $x \leq \Delta$; p_2^2 – тангенс кута нахилу ділянки пружної характеристики при $x \geq \Delta$. При $t = 0$: $x = x_0 = a_1$, $V_0 = 0$, де V_0 – початкова швидкість руху системи, й $x(T/2) = -a_2$, $V(T/2) = 0$, де T – період власних коливань системи. Отже, a_1 й a_2 – максимальні переміщення системи.

Використовуючи методи розвинені у роботі [6], визначимо залежність між максимальними переміщеннями:

$$a_2 = \left\{ \Delta^2 - 2\Delta(a_1 - \Delta) + (a_1 - \Delta)^2 \frac{p_1^2}{p_2^2} \right\}^{1/2}. \quad (2)$$

Тривалість руху на ділянці із жорсткістю p_2^2 має вигляд:

$$t_2 = \left\{ \arccos \left[\frac{p_1^2 \Delta}{(a_1 - \Delta) p_2^2 + \Delta p_1^2} \right] \right\}. \quad (3)$$

А час руху на ділянці з жорсткістю p_1^2 до зупинки визначається:

$$t_1 = \frac{1}{p_1} \arccos \frac{\Delta}{a_2}. \quad (4)$$

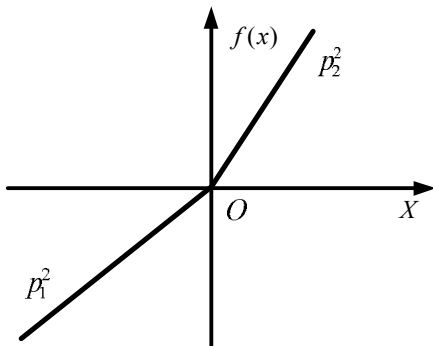


Рис. 3. Пружна характеристика (білінійна) при $\Delta = 0$

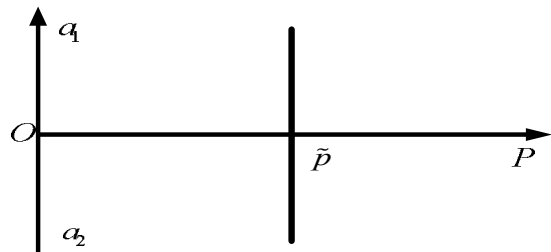


Рис. 4. Амплітудно-частотна характеристика системи при $\Delta = 0$

Частоту вільних коливань визначаємо зі співвідношення:

$$p = \frac{\pi}{(t_1 + t_2)} = \frac{\pi}{\left\{ \frac{1}{p_2} \arccos \left[\frac{1}{1 + \frac{p_2^2}{p_1^2} \left(\frac{a_1}{\Delta} - 1 \right)} \right] + \frac{1}{p_1} \arccos \left(\frac{\Delta}{a_2} \right) \right\}} \quad (5)$$

Залежність частоти вільних коливань від максимальних переміщень для білінійної системи показана на рис.2.

Зазначимо також, що збільшення жорсткості пружного упору призводить лише до обмеженого збільшення частоти вільних коливань системи; при $p_2^2 = \infty$ (віброударна система з одностороннім обмежувачем ходу) максимальне значення частоти вільних коливань $p = 2 p_1$.

У випадку $\Delta = 0$ (рис.3) можна отримати:

$$\tilde{p} = \frac{2 p_1 p_2}{p_1 + p_2} \quad (6)$$

Тобто частота вільних коливань у системі з білінійною характеристикою зі зломом у точці $x = 0$ є постійною і не залежить від початкових умов (рис.4.). зазначимо, що незважаючи на це деякі нелінійні ефекти у цій системі, наприклад, самозбудження субгармонічних коливань, проявляють себе найбільш потужно.

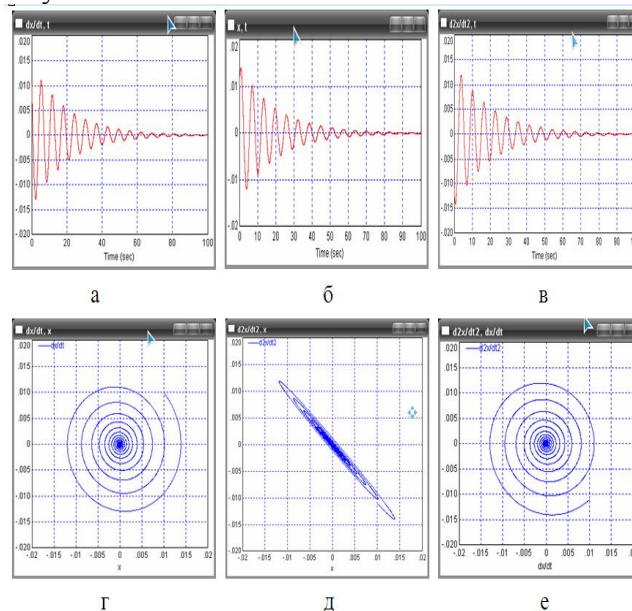


Рис. 5. Залежність кінематичних характеристик (координати (а), швидкості (б), прискорення (в) від часу, при значеннях коефіцієнта в'язкого тертя $\alpha = 0,1$ та коефіцієнта нелінійності $\gamma = 2$, та фазові портрети: г – класичний, д, е – вищих порядків (без шуму)

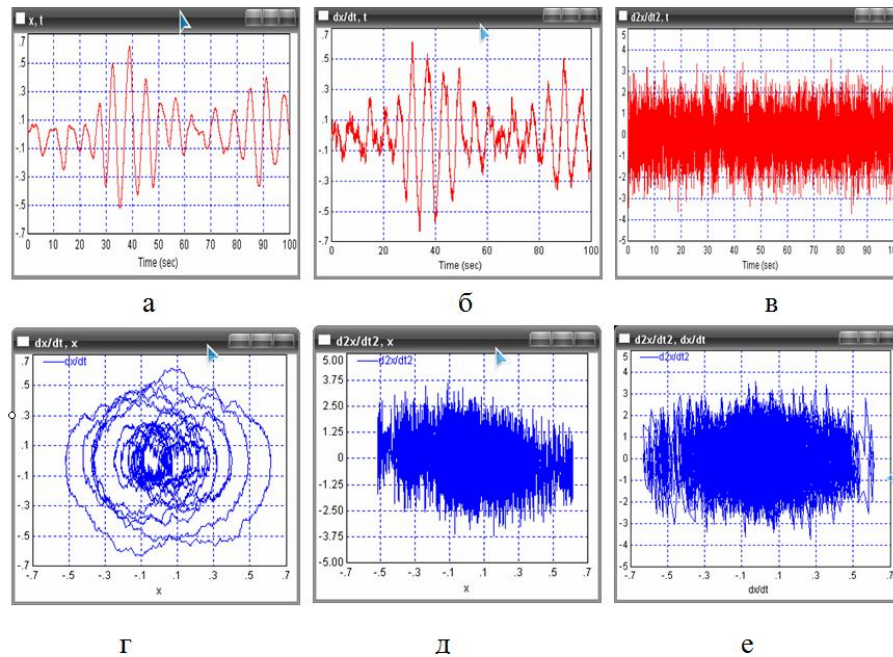


Рис. 6. Залежність кінематичних характеристик (координати (а), швидкості (б), прискорення (в) від часу, при значеннях коефіцієнта в'язкого тертя $\alpha = 0,1$ та коефіцієнта нелінійності $\gamma = 2$, та фазові портрети: г – класичний, д, е – вищих порядків (з шумом Гауса)

Висновки. Встановлений фізичний механізм і досліджені основні параметри культиваторів з пружною підвіскою робочих органів у межах моделей суцільно-нелінійних систем, які можуть підтримувати автоколивання.

Отримані у даній роботі результати можуть бути використані для уточнення існуючих інженерних методів розрахунку й покращення агротехнічних показників культиваторів з пружною підвіскою робочих органів.

1. Шевченко И.А. Экспериментально-теоретическое обоснование параметров рабочих органов с упругими стойками культиваторов для предпосевной обработки почв: Диссертация канд. техн. наук. – М., 1988. – 176 с.
2. Кушнарєв С.А. Обоснование энергосберегающих технологических процессов обработки почвы и параметров упругих рабочих органов для условий южной степной зоны Украины: Диссертация канд. техн. наук. – Глеваха, 1988. – 194 с.
3. Диментберг М.Ф. Нелинейные стохастические задачи механических колебаний./ М.Ф. Диментберг - М.: Наука, 1980. – 368 с.
4. Дюжаєв В.П. Построение математической модели колебательной системы рабочий орган – почва./В.П. Дюжаєв //Труды Тавр. гос. агротехнолог. Акад. – Мелитополь, 1998. – Т.5. – с.77 – 82.
5. Кушнарєв А. Механика взаимодействия рабочих органов на упругой подвеске с почвой./А. Кушнарєв, И. Шевченко, В. Дюжаєв, С. Кушнарєв//Техника АПК. – 2008. - №8. – с. 22 – 25.
6. Закржевский М.В. Колебания существенно-нелинейных механических систем./М.В. Закржевский М.В. – Рига: Зинатне, 1980. – 190с.
7. Бидерман В.Л. Прикладная теория механических колебаний. /В.Л. Бидерман - М.:Высшая школа, 1972. – 416с.
8. Боголюбов Н.Н. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний./Н.Н. Боголюбов, Ю.А. Митропольский - М.:Физматгиз, 1963. – 410с.
9. Коловский М.З. Нелинейная теория вибрационные систем./М.З. Коловский - М.:Наука, 1966. –

318с.

10. Хаяси Т. Нелинейные колебания в физических системах./Т. Хаяси - М.:Мир, 1968. – 442с.
11. Белецкий В.В. Экспериментальные свойства резонансных движений./ В.В. Белецкий, А.Н. Шляхтин//ДАН СССР. Механика. – 1976. – Т.231. - №4. – с.829 – 832.
12. Блехман И.И. Синхронизация динамических систем./И.И. Блехман - М.:Наука, 1971. – 894с.
13. Болотин В.В. Динамическая устойчивость упругих систем./В.В. Болотин - М.:Гостехиздат, 1956. – 600с.
14. Рагульскис К.М. Механизмы на вибрирующем основании./ К.М. Рагульскис. – Каунас: Изд-во АН Лит ССР, 1963. – 232с.
15. Бутенин Н.В. Элементы теории нелинейных колебаний./Н.В. Бутенин . – Ленинград: Судпромгиз, 1962. – 194с.
16. Фейгин М.И. О несимметричных периодических режимах в симметрической системе с ударным воздействием./М.И. Фейгин // изв. вузов. Радиофизика. – 1967. – Т.10. - №3. – с.389 – 392.
17. Хвингия М.В. Вибрация пружин./М.В. Хвингия. - М.: Машиностроение, 1969. – 287с.
18. Хвингия М.В. и др. Колебания и устойчивость упругих систем машин и приборов./М.В. Хвингия и др. – Тбилиси: Мецниереба, 1974. – 284с.
19. Пановко Я.Г. Устойчивость и колебания упругих систем./Я.Г. Пановко, И.И. Губанова. - М.: Машгиз, 1963. – 319с.
20. Розенвассер Е.Н. Колебания нелинейных систем./Е.Н. Розенвассер. – М.: Наука, 1969. – 576 с.
21. Бутенин Н.В. Введение в теорию нелинейных колебаний./Н.В. Бутенин, Ю.И. Неймарк, Н.А. Фуфаев.– М.: Наука, 1976. – 384 с.
22. Неймарк Ю.И. Метод точных отображений в теории нелинейных колебаний./Ю.И. Неймарк.– М.: Наука, 1972. – 472 с.

