УДК : 539.375

Т.А.Крадінова
Луцький національний технічний університет

ВИЗНАЧЕННЯ ЗАЛИШКОВОГО РЕСУРСУ ПЛАСТИНИ З СИСТЕМОЮ КОМПЛАНАРНИХ ТРІЩИН ЗА ДОВГОТРИВАЛОГО СТАТИЧНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

Розв'язана задача про докритичний ріст системи комоланарних тріщин в нескінченній пластині, підданій дії довготривалого статичного навантаження. Розглянутий конкретний приклад системи двох тріщин матеріалу пластини і початкового розміру тріщин.

Під час дії довготривалого статичного навантаження втрата міцності і вичерпання ресурсу елементів конструкцій проходить шляхом зародження і поширення тріщини повзучості [1-7]. Особливо, це має місце, коли елемент конструкції вже послаблений дефектами типу тріщин набутими під час їх виготовлення або процесі експлуатації. Однак, що стосується досліджень кінетики поширення тріщин повзучості, то цьому питанню присвячена незначна кількість праць. В більшості випадків проводяться дослідження поширення тріщин високотемпературної повзучості (див. наприклад [4, 5]). Тут задача дещо спрощується, так як весь період високотемпературної повзучості в зоні передруйнування біля вершини тріщини замінюється наближено періодом усталеної повзучості. Для низькотемпературної повзучості, коли температура елемента конструкції $T < 0{,}5T_p$ (T_p – температура плавлення матеріалу досліджуваного елемента конструкції), це може привести до значних помилок. Єдиний випадок, коли це можна наближено робити, це за великих навантажень, коли перша ділянка кривої повзучості є значно менша від ділянки усталеної повзучості.

В даній праці на основі узагальнення відомого енергетичного підходу [4, 5] на випадок врахування нижнього порогового значення кінетичної діаграми поширення тріщин повзучості розв'язана задача про визначення кінетики поширення в нескінченній пластині системи компланарних тріщин за довготривалого статичного навантаження.

Для розв'язку такої задачі використовуємо розрахункову модель з роботи [4, 5], узагальнюючи її на випадок врахування нижнього порогового значення кінетичної діаграми росту повзучої тріщини. Розглянемо нескінченну пластину послаблену системою n прямолінійних тріщин, розміщених вздовж однієї лінії. Вважається, що така пластина піддана дії довготривалих статичних навантажень, що викликають в пластині напружений стан симетричний відносно лінії розміщення тріщин, а в зонах передруйнування біля їх вершин (пластичних зонах) процес низькотемпературної повзучості. Задача полягає у визначенні такого часу $t=t_*$, коли в результаті повзучого підростання тріщин одна з них досягне критичної величини і пластина зруйнується. Використовуючи енергетичний підхід сформульований в роботах [4, 5] дану задачу зведемо до розв'язку таких математичних рівнянь, які описують даний процес:

$$\begin{gathered} dl_i^{(s)}/dt = A\delta_c^{-m}[\delta_{is}^m(l_{11}, l_{21}, \ldots, l_{n1,} l_{n2}) - \delta_{thc}^m]\times \\ \times[\sigma_t - \delta_c^{-1}\sigma_t\delta_{is}(l_{11}, l_{21}, \ldots, l_{n1,} l_{n2})]^{-1} \end{gathered} \quad (1)$$

за початкових $t = 0,\ l_i^{(s)}(0) = l_{i0}^{(s)}$;

та кінцевих умов

$$t = t_{*,}\ l_k^{(s)}(t_*) = l_{k*}^{(s)},\ \delta_{ks}(l_{11}, l_{21}, \ldots, l_{k*}^{(s)}, \ldots, l_{n1,} l_{n2}) = \delta_c, \max_i \delta_{is} = \delta_{ks}\ (s = 1; 2;\ i = 1, 2, \ldots, n.)$$

Тут A, m – характеристики повзучості матеріалу[4, 5]; $\delta_{It}(0)\delta_{Ic}^{-1} = K_I^2/K_{IC}^2$; K_I – коефіцієнт інтенсивності напружень, K_{Ic} – характеристика тріщиностійкості матеріалу; δ_{is} – розкриття у s-вій вершині i – вої тріщини ; δ_{thc}, δ_c – відповідно нижнє і верхнє порогові значення кінетичної діаграми росту повзучої тріщини [4, 5]; σ_t – усереднене нормальне напруження в зоні передруйнування згідно δ_c – моделі [8]. Розв'язок математичної задачі (1) можна реалізувати наближеними аналітичними методами або числово. Продемонструємо це на прикладі задачі для системи двох рівних тріщин

Не порушуючи концептуальної загальності, але з ціллю спрощення математичних викладок, розглянемо металічну пластину, яка містить дві рівні компланарні тріщини вздовж осі Ох на відрізках $-b \le x \le -a$, $a \le x \le b$ і знаходиться під дією довготривалого статичного навантаження p (рис. 1).

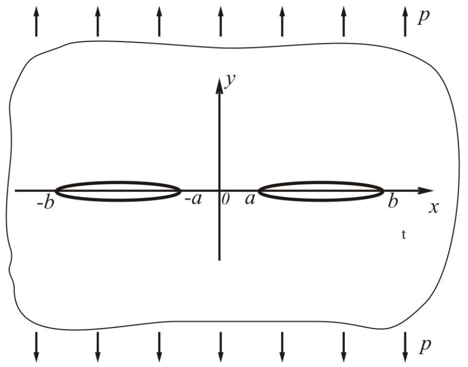

Рис. 1. Схема навантаження пластини послабленої системою двох компланарних тріщин.

При цьому вважається, що тріщини макроскопічні, а зовнішні розтягальні навантаження прикладені таким чином, що відносно лінії розміщення тріщин напружено-деформований стан симетричний, тобто описується в околі їх вершин тільки коефіцієнтом інтенсивності напружень K_I . Задача полягає у визначенні часу $t=t_*$, коли в результаті повзучості тріщини підростуть до критичного розміру $l_* = b_* - a_*$ і пластина зруйнується. В даному випадку математична задача (1) зведеться до такого вигляду

$$db/dt = A\delta_c^{-m}[\delta_b^m(a,b) - \delta_{thc}^m][\sigma_t - \delta_c^{-1}\sigma_t\delta_b(a,b)]^{-1},$$
$$da/dt = A\delta_c^{-m}[\delta_a^m(a,b) - \delta_{thc}^m][\sigma_t - \delta_c^{-1}\sigma_t\delta_a(a,b)]^{-1} \quad (2)$$

за початкових і кінцевих умов:

$$t=0,\ a(0)=a_0,\ b(0)=b_0;\ t=t_*,\ a(t_*)=a_*,\ \ b(t_*)=b_*$$
$$\max_i [\delta_a(a_*,b_*);\delta_b(a_*,b_*)] = \delta_k(a_*,b_*), \delta_k(a_*,b_*) = \delta_c .$$

Оскільки тріщини розглядаються макроскопічні, то математичну задачу (2) можна записати в термінах коефіцієнтів інтенсивності напружень так

$$db/dt = AK_{Ic}^{-2m}[K_{Ib}^2(a,b) - K_{Ithc}^{2m}][\sigma_t - K_{Ic}^{-2}\sigma_t K_{Ib}^2(a,b)]^{-1},$$
$$da/dt = AK_{Ic}^{-2m}[K_{Ia}^2(a,b) - K_{Ithc}^{2m}][\sigma_t - K_{Ic}^{-2}\sigma_t K_{Ia}^2(a,b)]^{-1} \quad (3)$$

за початкових і кінцевих умов:

$$t=0,\ a(0)=a_0,\ b(0)=b_0;\ t=t_*,\ a(t_*)=a_*,\ \ b(t_*)=b_*$$
$$\max_i [K_{Ia}(a_*,b_*);K_{Ib}(a_*,b_*)] = K_{Ik}(a_*,b_*), K_{Ik}(a_*,b_*) = K_{Ic} .$$

Відомо [9], що для даної задачі коефіцієнти K_I матимуть вигляд:

$$K_{Ia}(b) = \frac{\sqrt{\pi}\left(1 - E(k)/K(k)\right)}{p^{-1}b^{-2}\sqrt{b\left(b^2-a^2\right)}}, \qquad K_{Ib}(a) = \frac{\sqrt{\pi}\left(b^2E(k)/\left(a^2K(k)\right)-1\right)}{p^{-1}b^{-2}\sqrt{a\left(b^2-a^2\right)}}; \quad (4)$$

де $K(k)$ – повний еліптичний інтеграл першого роду з модулем $k = \sqrt{b^2-a^2}/b$; $E(k)$ – повний еліптичний інтеграл другого роду.

Тоді вище сформульована математична задача (3) з урахуванням співвідношення (4) і умови $K_{Ik} >> K_{Ithc}$ зведеться до такої системи диференціальних рівнянь:

$$\frac{db}{dt} = \frac{A}{\sigma_t}\left(\frac{\pi p^2 b^3\left(1-E(k)/K(k)\right)^2}{\left(b^2-a^2\right)K_{IC}^2}\right)^m \left(1 - \frac{\pi p^2 b^3\left(1-E(k)/K(k)\right)^2}{\left(b^2-a^2\right)K_{IC}^2}\right)^{-1},$$

$$\frac{da}{dt} = -\frac{A}{\sigma_t}\left(\frac{\pi p^2 b^4\left(E(k)/K(k)-a^2/b^2\right)^2}{a\left(b^2-a^2\right)K_{IC}^2}\right)^m \times$$

$$\times\left(1-\frac{\pi p^2 b^4 \left(E(k)/K(k)-a^2/b^2\right)^2}{a\left(b^2-a^2\right)K_{IC}^2}\right)^{-1} \tag{5}$$

з початковими і кінцевими умовами

$$t=0,\ \ a(0)=a_0,\ \ b(0)=b_0;\ t=t_*,\ \ a(t_*)=a_*,\ \ b(t_*)=b_*. \quad (6)$$

Задамо параметри рівнянь (5) для матеріалу пластини з Allow 100 [7] так:

$$E=1{,}9\cdot 10^5 MPa,\quad \sigma_t=730MPa.,\quad A_1=40{,}38,\quad m=7{,}53., \quad (6)$$

$K_I >> K_{th}$; $l_0=2\,mm$, $p=0{,}2186K_{1c}$.

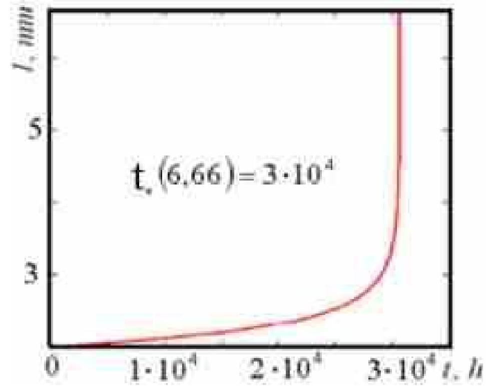

Рис. 2. Залежність довжини тріщини l від часу її росту t.

Систему диференціальних рівнянь (5) з початковими і кінцевими умовами (6) розв'язуємо чисельно методом Рунге-Кута. На основі цього знайдено, що довговічність пластини з системою компланарних тріщин буде $t_*=3\cdot 10^4$ *годин*, а критична довжина тріщин $l_*=6{,}6$ *мм*. Разом з тим на рис.2 побудована залежність довжини тріщин l від часу її росту t. Як видно з рис. 2, при наближенні довжини тріщини до критичного значення $l=l_*$ швидкість її росту прямує до нескінченності.

1. Каминский А.А. Механика разрушения вязкоупругих тел. – К.: Наук. думка, 1980. – 157 с.
2. Garofalo F. Fundamentals of creep and creep-rupture in metals. – New York-London: Mac Millan Company, 1970. – 343 p.
3. Лепин Г.Ф. Ползучесть металлов и критерии жаропрочности. – М.: Металлургия, 1976. – 375 с.
4. Андрейків О.Є., Сас Н.Б. Визначення залишкового ресурсу труби з поверхневою тріщиною при довготривалому тиску і високій температурі // Машинознавство – Львів. 2005. №4. – С. 3-6.
5. Андрейків О.Є., Сас Н.Б. Механіка руйнування металічних пластин при високотемпературній повзучості // Фізико-хімічна механіка матеріалів. – Львів. 2006. №2. – С. 62-68.
6. Kaminsky A.A. Subcritical crack growth in polymer composite materials under creep // Advances in Fracture Resistance and Structural Integrity: Selected papers from the 8th Int.Conf. on Fracture (ICF 8), Kyiv, Ukraine, 8-14 June 1993. – Pergamon, 1994. – P. 513-520.
7. Fuji A. and Kitagawa M. A Comparison of Creep Crack Growth Behaviour in Nickel Based Super Alloy with Low Alloy Steel.// Ibid. – P. 487-495.
8. Панасюк В. В., Андрейкив А. Е., Партон В. З. Основы механики разрушения. – К.: Наук. думка, 1988. – 488 с.
9. Механика разрушения и прочность материалов: Справ. пособие: В 4т./ Под общей редакцией Панасюка В.В. – Киев: Наук. думка, 1988. – Т.2: Коэффициенты интенсивности напряжений в телах с трещинами / Саврук М.П.– 1988. – С. 74-81.