

УДК 621.7

В.Б.Струтинський¹, В.М.Дрозденко², О.Я.Юрчишин¹¹Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут»²ПАТ «Веркон»

ЕНЕРГЕТИЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ ПОЗИЦІОНАННЯ РУХОМОГО ШПИНДЕЛЬНОГО ВУЗЛА ТОКАРНОГО АВТОМАТИЗОВАНОГО КОМПЛЕКСУ

Розглянуті прецизійні приводи позиціонування рухомого шпиндельного вузла токарного автоматизованого комплексу. На основі енергетичних співвідношень розроблена математична модель привода позиціонування з двома ступенями вільності. Визначені параметри енергетичних процесів, які мають місце при позиціюванні під дією ступінчастої сили різання.

Актуальність досліджень

Підвищення точності металообробного обладнання ефективно здійснюється на основі зниження динамічних похибок позиціонування приводів подач верстатів. Тому розробка методів підвищення показників точності позиціонування є актуальним.

Постановка проблеми в загальному вигляді

Динамічні похибки верстата визначаються в основному процесом перетворення енергії в динамічній системі. Проблема в загальному вигляді полягає у встановленні зв'язку енергетичних процесів із динамічними похибками позиціонування.

Зв'язок проблеми із важливими науковими і практичними завданнями

Підвищення динамічної точності верстата дозволяє суттєвими чином підвищити загальну точність обробки деталей. Це є основним напрямком вдосконалення сучасних металорізальних верстатів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

В останніх дослідженнях і публікаціях наведено ряд методів підвищення точності обробки [1]. В основному, вони базуються на поліпшенні статичних і динамічних характеристик верстатів [2, 3]. Підвищення показників динамічної якості верстатів на основі аналізу енергетичних характеристик перехідних процесів у літературних джерелах не виявлено.

Вирішення невирішених раніше частин проблеми

Механічна система супорта включає ряд точних пристроїв, параметри яких впливають на статичні та динамічні характеристики приводів. Похибки характеристик корегуються зворотними зв'язками, які використовують дані вимірів фактичного положення елементів приводів. Динамічні характеристики супорта корекції не підлягають. Тому особливо важливим є дослідження динамічних процесів позиціонування супорта шляхом математичного моделювання.

Мета і задачі досліджень

Метою досліджень є визначення енергетичних характеристик перехідних процесів позиціонування рухомого шпиндельного вузла верстата.

Задачами досліджень поставлено розробка математичної моделі рухомого супорта верстата як енергетичної системи та розрахунок комплексу енергетичних характеристик процесу позиціонування супорта.

Виклад основного матеріалу досліджень

Привод поздовжнього переміщення супорта верстата ПАБ-350 включає прецизійну передачу гвинт-гайка (рис. 1).

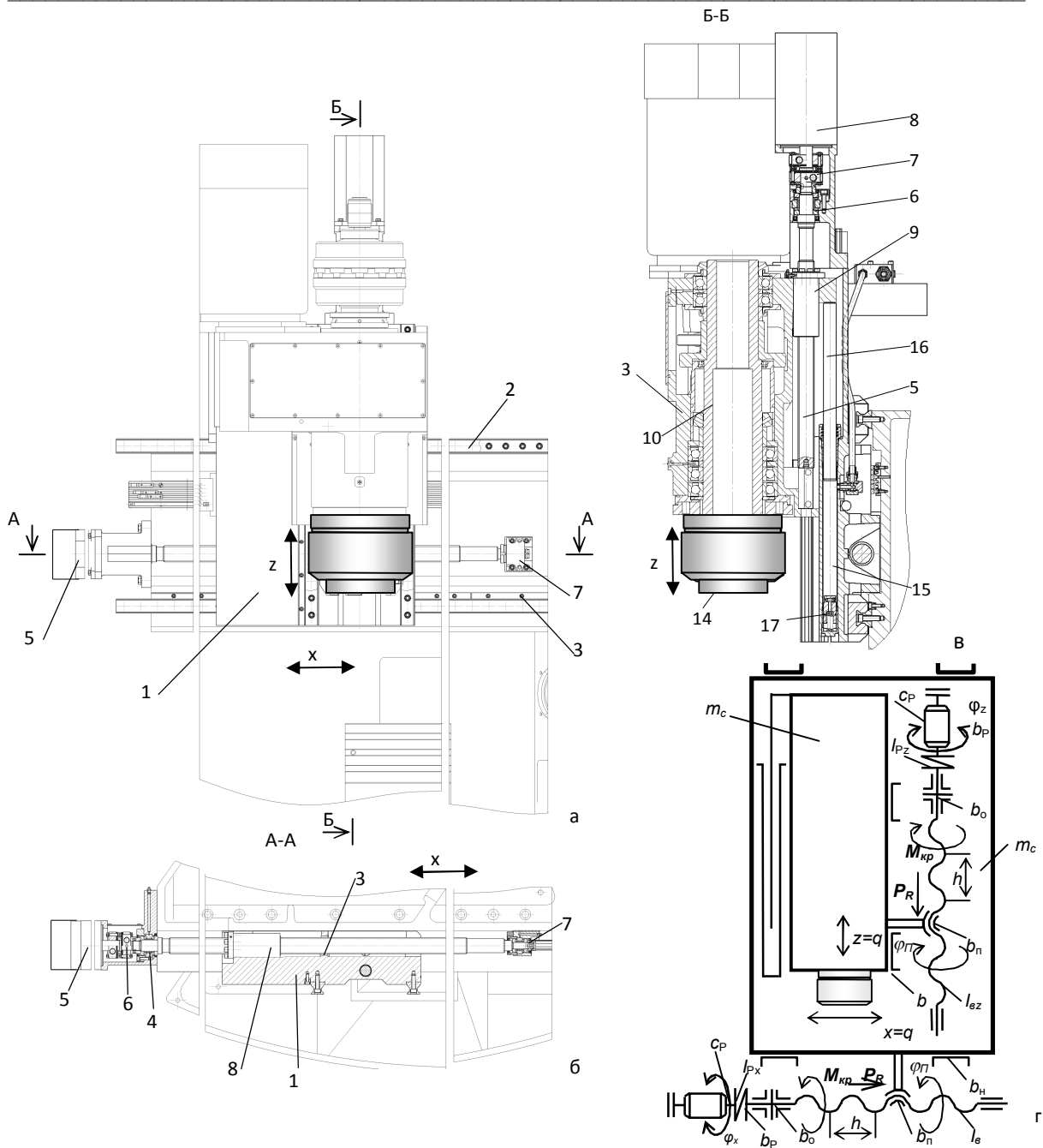


Рис. 1. Привод горизонтального переміщення супорта верстака ПАБ-350 з передачею гвинт-гайка кочення (а-в) та його динамічна модель (г)

Привод призначено для переміщення супорта 1 по напрямних 2, 3 в горизонтальному напрямку (напрямок x) і точного позиціонування супорта відповідно керуючого сигналу системи ЧПК.

Привод горизонтальних переміщень включає гвинт 3, який встановлено на опорах кочення. Передня опора 4 розташована безпосередньо біля комплектного електропривода 5. Вал електропривода з'єднано з гвинтом муфтою 6. Кінцева опора гвинта 7 забезпечує його точне положення і попередній натяг в пружній системі гвинта. Власне передача гвинт-гайка реалізована в гайці 8, яка закріплена в супорті 1.

У верхній частині шпинделя встановлено механізм затиску деталі, а в нижній частині шпинделя розміщено патрон 14. Шпиндельна бабка має гідравлічний механізм врівноваження. Механізм врівноваження має гідроциліндр 15 із плунжером 16. В нижній частині гідроциліндра знаходиться демпфер 17.

Швидкість переміщення супорта складає 20 м/хв.. Прецизійний електропривод Simodrive з редуктором включає мехатронну систему керування, яка забезпечує високу статичну точність привода та корекцію його динамічних режимів.

Привод вертикального переміщення супорта дещо відрізняється від привода горизонтального переміщення. Привод вертикального переміщення має не дві, а одну опору гвинта і додатковий механізм врівноваження гравітаційних сил (рис. 1 в).

Привод вертикального переміщення шпинделя встановлено на рухомому супорті 1, який переміщується в горизонтальному напрямку по напрямних 2. Привод має рухому шпиндельну бабку 3, яка по вертикальних напрямних 4 зміщується за допомогою передачі «гвинт-гайка». Гвинт 5 має лише одну опору 6 і з'єднується за допомогою муфти 7 з електроприводом 8. Електропривод керується системою ЧПК, забезпечуючи точне позиціонування шпиндельної бабки у вертикальному напрямку.

Згідно конструктивної схеми супорта розроблена його динамічна модель (див.рис. 1г).

В приводах точних переміщень супорта мають місце складні робочі процеси. Вони проявляються в наявності суттєвих нелінійностей характеристик окремих вузлів приводів. Основними нелінійностями є сили сухого та змішаного тертя, люфти і зазори в кінематичних парах. Це, зокрема, люфти в передачах «гвинт-гайка», зазори між зубцями шестерень в редукторі, зазори в підшипниках. В прецизійних приводах ці люфти і зазори зведені до мінімуму або ліквідовані зовсім.

Всі сили опору мають нелінійні складові з гістерезисом. Це стосується напрямних супорта, тертя в передачах «гвинт-гайка» та у підшипниках. В прецизійних приводах сили тертя мають характеристики, близькі до лінійних. Цього досягнуто використанням спеціальних систем змащування, застосуванням передач «гвинт-гайка» кочення.

Позиційні приводи супорта відповідають механічній динамічній системі із двома ступенями вільності. Для розробки математичних моделей таких систем застосовують різні методи. Ефективним є використання рівнянь Лагранжа 2-го роду для розробки спрощеної математичної моделі прецизійних приводів супорта.

Рівняння Лагранжа 2-го роду складені відповідно динамічній моделі мають вигляд:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} = - \frac{\partial \Pi}{\partial q_j} - \frac{\partial R}{\partial q_j} + Q_j, \quad j=1,2 \quad (1)$$

де q_j – незалежні узагальнені координати ($q_1=x$, $q_2=z$); \dot{q}_j – узагальнені швидкості; T – кінетична енергія механічної системи супорта; Π – потенціальна енергія системи, яка визначає консервативну складову узагальненої сили; R – дисипативна функція Релея, яка враховує дисипативну складову узагальненої сили; Q_j – складові узагальненої сили, що діють на деталь, закріплену в патроні.

Кінетична енергія системи має складові, що відповідають кінетичній енергії супорта при його переміщенні в напрямках узагальнених координат, а саме x і z відповідно. Кінетична енергія системи має складові, визначені поступальним переміщенням супорта відповідним узагальненим координатам та складові, відповідні обертальним переміщенням валів і передач приводів переміщення супорта.

Кінетична енергія визначається аналітичним виразом:

$$T = \frac{1}{2} m_{cx} \dot{x}^2 + \frac{1}{2} (I_{Bx} + I_{Px}) \dot{\varphi}_{\Gamma x}^2 + \frac{1}{2} m_{cz} \dot{z}^2 + \frac{1}{2} (I_{Bz} + I_{Pz}) \dot{\varphi}_{\Gamma z}^2 \quad (2)$$

де x – переміщення супорта у горизонтальному напрямку; m_{cx} – маса рухомих частин супорта при його переміщенні в напрямку вісі x ; I_{Bx}, I_{Px} – моменти інерції гвинта привода горизонтальних переміщень та еквівалентний момент інерції ротора електродвигуна привода горизонтальних переміщень; $\dot{\varphi}_{\Gamma x}$ – кутова швидкість повороту гвинта привода горизонтальних переміщень в перетині, де він контактує з гайкою кочення; m_{cz} – маса рухомих частин супорта, що переміщається у вертикальному напрямку; I_{Bz}, I_{Pz} – моменти інерції гвинта та ротора двигуна привода вертикальних переміщень; $\dot{\varphi}_{\Gamma z}$ – кутова швидкість повороту гвинта привода вертикальних переміщень.

В передачах «гвинт–гайка» наявні кінематичні співвідношення між поступальним переміщенням супорта і поворотом гвинта. Вони мають вигляд:

$$\frac{\varphi_{\Pi x}}{2\pi} = \frac{x}{h_x}, \quad \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{d\varphi_{\Pi x}}{dt} = \frac{1}{h_x} \cdot \frac{dx}{dt}, \quad \frac{\varphi_{\Pi z}}{2\pi} = \frac{z}{h_z}, \quad \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{d\varphi_{\Pi z}}{dt} = \frac{1}{h_z} \cdot \frac{dz}{dt}, \quad (3)$$

де h_x, h_z – крок гвинта передачі привода горизонтальних переміщень та привода вертикальних переміщень відповідно.

Враховуючи кінематичні співвідношення (3), із (2) знайдемо загальну кінетичну енергію динамічної системи супорта:

$$T = \frac{1}{2} \left[m_{cx} + (I_{Bx} + I_{Px}) \cdot \frac{4\pi^2}{h_x^2} \right] \dot{x}^2 + \frac{1}{2} \left[m_{cz} + (I_{Bz} + I_{Pz}) \cdot \frac{4\pi^2}{h_z^2} \right] \dot{z}^2 \quad (4)$$

Кінетична енергія не залежить від переміщення. Тому її частинні похідні:

$$\frac{\partial T}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial z} = 0.$$

Знайдемо частинні похідні кінетичної енергії по узагальнених координатах:

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} = \left[m_{cx} + (I_{Bx} + I_{Px}) \cdot \frac{4\pi^2}{h_x^2} \right] \cdot \dot{x}, \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{z}} = \left[m_{cz} + (I_{Bz} + I_{Pz}) \cdot \frac{4\pi^2}{h_z^2} \right] \cdot \dot{z}. \quad (5)$$

Звичайні похідні по часу частинної похідної (5) кінетичної енергії визначаються шляхом диференціювання формули (5) і відповідають залежностям:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}} \right) = \left[m_{cx} + (I_{Bx} + I_{Px}) \cdot \frac{4\pi^2}{h_x^2} \right] \cdot \ddot{x} = m_x \ddot{x}, \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{z}} \right) = \left[m_{cz} + (I_{Bz} + I_{Pz}) \cdot \frac{4\pi^2}{h_z^2} \right] \cdot \ddot{z} = m_z \ddot{z} \quad (6)$$

де вирази в квадратних дужках є приведеними масами супорта при його переміщенні в напрямках x і z :

$$m_x = m_{cx} + (I_{Bx} + I_{Px}) \cdot \frac{4\pi^2}{h_x^2}, \quad m_z = m_{cz} + (I_{Bz} + I_{Pz}) \cdot \frac{4\pi^2}{h_z^2}. \quad (7)$$

Потенціальна енергія пружної системи супорта залежить від пружності кінематичних ланцюгів (приводів) і складає:

$$\Pi = \frac{1}{2} c_{Px} \cdot (\varphi_x - \varphi_{\Pi x})^2 + \frac{1}{2} c_{Pz} \cdot (\varphi_z - \varphi_{\Pi z})^2. \quad (8)$$

де c_{Px}, c_{Pz} – еквівалентні крутильні жорсткості пружних систем привода горизонтальних та вертикальних переміщень відповідно.

Еквівалентні крутильні жорсткості залежать від багатьох факторів. Зокрема, вони визначаються контактними деформаціями у рухомих з'єднаннях. Контактні деформації є нечітко визначеними і носять випадковий характер.

Використовуючи кінематичні співвідношення (3) із формули (8) знайдемо:

$$\Pi = \frac{1}{2} c_{Px} \cdot \left(\varphi_x - \frac{2\pi}{h_x} x \right)^2 + \frac{1}{2} c_{Pz} \cdot \left(\varphi_z - \frac{2\pi}{h_z} z \right)^2. \quad (9)$$

Частинні похідні від потенціальної енергії по переміщенню супорта в горизонтальному та вертикальному напрямках складає:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Pi}{\partial x} &= c_{Px} \cdot \left(\varphi_x - \frac{2\pi}{h_x} x \right) \cdot \left(-\frac{2\pi}{h_x} \right) = -\frac{2\pi}{h_x} \cdot c_{Px} \cdot \varphi_x + \left(\frac{2\pi}{h_x} \right)^2 \cdot c_{Px} \cdot x, \\ \frac{\partial \Pi}{\partial z} &= c_{Pz} \cdot \left(\varphi_z - \frac{2\pi}{h_z} z \right) \cdot \left(-\frac{2\pi}{h_z} \right) = -\frac{2\pi}{h_z} \cdot c_{Pz} \cdot \varphi_z + \left(\frac{2\pi}{h_z} \right)^2 \cdot c_{Pz} \cdot z \end{aligned} \quad (10)$$

В динамічній системі супорта мають місце втрати енергії. Вони визначаються дисипативною функцією Релея. Дисипативна функція Релея для динамічної системи супорта визначена залежністю:

$$R = \frac{1}{2} b_{hx} \dot{x}^2 + \frac{1}{2} \cdot (b_{hx} + b_{ox} + b_{px}) \cdot \dot{\varphi}_{\Pi x}^2 + \frac{1}{2} b_{hz} \dot{z}^2 + \frac{1}{2} \cdot (b_{hz} + b_{oz} + b_{pz}) \cdot \dot{\varphi}_{\Pi z}^2, \quad (11)$$

де b_{hx}, b_{hz} - лінійні коефіцієнти опору напрямних горизонтальних і вертикальних переміщень відповідно; b_{px}, b_{pz} - коефіцієнти опору в передачах «гвинт-гайка» відповідних приводів; b_{ox}, b_{oz} - коефіцієнти опору радіальних і осьових підшипників гвинтів приводів горизонтального і вертикального переміщень; b_{px}, b_{pz} - коефіцієнти опору у виконавчих електродвигунах.

Коефіцієнти опору залежать від багато чисельних факторів. Зокрема, на величину коефіцієнтів опору впливає наявність змащення, температура та інші нечітко визначені фактори. Тому, коефіцієнти опору являють собою нечітко визначені параметри. Враховуючи значне число параметрів, що визначають величину коефіцієнтів опору їх можна вважати випадковими величинами.

Використовуючи кінематичні співвідношення (3) із формули (11) визначимо дисипативну функцію Релея:

$$R = \frac{1}{2} \cdot \left[b_{hx} + \left(\frac{2\pi}{h_x} \right)^2 \cdot (b_{px} + b_{ox} + b_{px}) \right] \cdot \dot{x}^2 + \frac{1}{2} \cdot \left[b_{hz} + \left(\frac{2\pi}{h_z} \right)^2 \cdot (b_{pz} + b_{oz} + b_{pz}) \right] \cdot \dot{z}^2.$$

Знайдемо частинні похідні дисипативної функції по узагальнених швидкостях:

$$\frac{\partial R}{\partial \dot{x}} = \left[b_{hx} + \left(\frac{2\pi}{h_x} \right)^2 \cdot (b_{px} + b_{ox} + b_{px}) \right] \cdot \dot{x} = b_x \cdot \dot{x}, \quad \frac{\partial R}{\partial \dot{z}} = \left[b_{hz} + \left(\frac{2\pi}{h_z} \right)^2 \cdot (b_{pz} + b_{oz} + b_{pz}) \right] \cdot \dot{z} = b_z \cdot \dot{z} \quad (12)$$

де постійні величини в квадратних дужках визначають еквівалентні дисипативні коефіцієнти (коефіцієнти опору) приводів переміщення супорта у горизонтальному та вертикальному напрямках:

$$b_x = b_{hx} + \left(\frac{2\pi}{h_x} \right)^2 \cdot (b_{px} + b_{ox} + b_{px}), \quad b_z = b_{hz} + \left(\frac{2\pi}{h_z} \right)^2 \cdot (b_{pz} + b_{oz} + b_{pz}). \quad (13)$$

Узагальнена сила Q , що діє на привод ззовні, з точністю до знака співпадає із силою різання. Відповідно

$$Q_x = -P_x = -P \cos \gamma, \quad Q_z = -P_z = -P \sin \gamma, \quad (14)$$

де P_x, P_z - горизонтальна і вертикальна проекції сили різання; P - модуль сили різання; γ - кут між напрямом дії сили різання і віссю x .

Підставимо значення величин в рівняння Лагранжа другого роду (1) і одержимо систему двох звичайних диференціальних рівнянь:

$$m_x \cdot \ddot{x} + b_x \cdot \dot{x} + c_{px} \cdot \left(\frac{2\pi}{h_x} \right)^2 \cdot x = \frac{2\pi}{h_x} \cdot c_{px} \cdot \varphi_x - P_x, \quad m_z \cdot \ddot{z} + b_z \cdot \dot{z} + c_{pz} \cdot \left(\frac{2\pi}{h_z} \right)^2 \cdot z = \frac{2\pi}{h_z} \cdot c_{pz} \cdot \varphi_z - P_z. \quad (15)$$

Виконаємо аналіз математичної моделі привода у вигляді рівнянь (15).

Розглянемо рух супорта в окремому випадку, що відповідає усталеному рівномірному обертанню гвинтів приводів. При цьому:

$$\varphi_x = \omega_{0x} t, \quad \varphi_z = \omega_{0z} t,$$

де ω_{0x}, ω_{0z} - постійні кутові швидкості обертання гвинтів; t - час.

Введемо нові змінні у вигляді відносного зміщення супорта:

$$x_\Delta = x - v_{0x} \cdot t, \quad z_\Delta = z - v_{0z} \cdot t, \quad (16)$$

де v_{0x}, v_{0z} - постійні значення проекцій швидкості супорта в напрямках x і z відповідно.

Ці змінні визначають відхилення положення супорта від його номінального значення.

Знайдемо похідні змінних x_Δ і z_Δ :

$$\dot{x}_\Delta = \dot{x} - v_{0x}; \quad \ddot{x}_\Delta = \ddot{x}; \quad \dot{z}_\Delta = \dot{z} - v_{0z}; \quad \ddot{z}_\Delta = \ddot{z}.$$

Із залежностей (16) знайдемо:

$$x = x_\Delta + v_{0x} \cdot t; \quad \dot{x} = \dot{x}_\Delta + v_{0x}; \quad z = z_\Delta + v_{0z} \cdot t; \quad \dot{z} = \dot{z}_\Delta + v_{0z}.$$

Підставимо величини у диференціальні рівняння (15) і одержимо

$$\begin{aligned} m_x \ddot{x}_\Delta + b_x \dot{x}_\Delta + b_x v_{0x} + c_{Px} \left(\frac{2\pi}{h_x} \right)^2 x_\Delta + c_{Px} \left(\frac{2\pi}{h_x} \right)^2 v_{0x} t &= \frac{2\pi}{h_x} c_{Px} \cdot \omega_{ox} t - P_x, \\ m_z \ddot{z}_\Delta + b_z \dot{z}_\Delta + b_z v_{0z} + c_{Pz} \left(\frac{2\pi}{h_z} \right)^2 z_\Delta + c_{Pz} \left(\frac{2\pi}{h_z} \right)^2 v_{0z} t &= \frac{2\pi}{h_z} c_{Pz} \cdot \omega_{oz} t - P_z. \end{aligned} \quad (17)$$

Із кінематичних співвідношень випливає:

$$\omega_{0x} = \frac{2\pi}{h_x} v_{0x}, \quad \omega_{0z} = \frac{2\pi}{h_z} v_{0z}.$$

Враховуючи дані залежності із (17) одержимо рівняння руху супорта у відхиленнях відносно номінального положення:

$$m \ddot{x}_\Delta + b_x \dot{x}_\Delta + c_{Px} \left(\frac{2\pi}{h_x} \right)^2 x_\Delta = -b_x v_{0x} - P_x, \quad m \ddot{z}_\Delta + b_z \dot{z}_\Delta + c_{Pz} \left(\frac{2\pi}{h_z} \right)^2 z_\Delta = -b_z v_{0z} - P_z. \quad (18)$$

В правих частинах рівнянь постійні складові відповідають постійній (квазістатичній) силі опору, що має місце при русі супорта. Ця складова не впливає на динамічну точність позиціонування привода.

Номінальне положення супорта, яке відповідає рівномірному руху супорта, проекції швидкості якого складають v_{0x} і v_{0z} . Модуль швидкості номінального положення супорта та кут між вектором номінальної швидкості та віссю x визначаються через його проекції згідно формул:

$$v_0 = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0z}^2}, \quad \gamma_{v_0} = \arctg \frac{v_{0z}}{v_{0x}} = \arctg \frac{\omega_{oz}}{\omega_{ox}}. \quad (19)$$

Одна або обидві проекції швидкості номінального руху можуть набувати нульового значення, наприклад, $v_{0x} = 0$, що відповідає обробці циліндричної поверхні деталі. Випадок $v_{0z} = 0$ відповідає обробці торцевих поверхонь.

Рівняння (18) описує відносний рух супорта в загальному вигляді. Недоліком даних рівнянь є наявність постійних складових сил опору в правих частинах. Для перетворення рівнянь до нульових початкових умов перейдемо до нової змінної в диференціальних рівняннях (18):

$$X = x_\Delta + \frac{b_x v_{0x}}{c_{Px}} \cdot \left(\frac{h_x}{2\pi} \right)^2, \quad Z = z_\Delta + \frac{b_z v_{0z}}{c_{Pz}} \cdot \left(\frac{h_z}{2\pi} \right)^2. \quad (20)$$

Введемо коефіцієнти, які зв'язані з параметрами приводів:

$$\begin{aligned} T_x &= \frac{h_x}{2\pi} \sqrt{\frac{m_x}{c_{Px}}}; & \xi_x &= \frac{b_x}{4\pi} \cdot \frac{h_x}{\sqrt{m_x c_{Px}}}; & K_x &= \frac{h_x^2}{4\pi^2 c_{Px}}, \\ T_z &= \frac{h_z}{2\pi} \sqrt{\frac{m_z}{c_{Pz}}}; & \xi_z &= \frac{b_z}{4\pi} \cdot \frac{h_z}{\sqrt{m_z c_{Pz}}}; & K_z &= \frac{h_z^2}{4\pi^2 c_{Pz}}. \end{aligned} \quad (21)$$

При цьому диференціальні рівняння (18) набудуть вигляду:

$$T_x^2 \frac{d^2 X}{dt^2} + 2\xi_x T_x \frac{dX}{dt} + X = K_x P_x, \quad T_z^2 \frac{d^2 Z}{dt^2} + 2\xi_z T_z \frac{dZ}{dt} + Z = K_z P_z. \quad (22)$$

Ці рівняння є математичною моделлю супорта, поданій у нормалізованому (стандартному) вигляді.

Математична модель у вигляді рівнянь описує динамічні переміщення супорта при його рівномірному номінальному русі. Номінальний рух здійснюється в площині x, z . При цьому, проекції швидкостей номінального руху можуть набувати нульових значень.

Розглянемо рух супорта під дією різко змінних ступінчатих змінних сил різання.

Для аналізу динамічних процесів використаємо динамічну характеристику системи у вигляді перехідної функції. Перехідна функція визначає відхилення положення супорта від номінального значення при ступінчастій зміні сили різання у вигляді:

$$P = P_a \cdot 1(t) = \begin{cases} 1 & \text{при } t \geq 0 \\ 0 & \text{при } t < 0 \end{cases}.$$

де P_a – модуль ступінчатої зміни сили різання.

Проекції сили різання згідно залежностей (14) також визначаються через одиничну ступінчасту функцію і складають

$$P_x = P_a \cdot \cos \gamma \cdot 1(t), \quad P_y = P_a \cdot \sin \gamma \cdot 1(t). \quad (23)$$

Підставимо значення проекцій сили різання в диференціальні рівняння (22) і одержимо для $t \geq 0$ два незалежних диференціальних рівняння, які визначають проекції переміщення супорта (оброблюваної деталі).

$$T_x^2 \frac{d^2 X}{dt^2} + 2\xi_x T_x \frac{dX}{dt} + X = K_x \cdot P_a \cos \gamma, \quad T_z^2 \frac{d^2 Z}{dt^2} + 2\xi_z T_z \frac{dZ}{dt} + Z = K_z \cdot P_a \sin \gamma \quad (24)$$

Дані рівняння є звичайними диференціальними рівняннями другого порядку з постійними коефіцієнтами і нульовими початковими умовами:

Для нульових початкових умов розв'язок рівнянь (24):

$$X(t) = K_x \cdot P_a \cos \gamma \cdot \left\{ 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\xi_x^2}} \cdot e^{-\frac{\xi_x t}{T_x}} \cdot \sin \left[\frac{\sqrt{1-\xi_x^2}}{T_x} \cdot t + \arctg \sqrt{\frac{1}{\xi_x^2} - 1} \right] \right\}, \quad (25)$$

$$Z(t) = K_z \cdot P_a \sin \gamma \cdot \left\{ 1 - \frac{1}{\sqrt{1-\xi_z^2}} \cdot e^{-\frac{\xi_z t}{T_z}} \cdot \sin \left[\frac{\sqrt{1-\xi_z^2}}{T_z} \cdot t + \arctg \sqrt{\frac{1}{\xi_z^2} - 1} \right] \right\}$$

Розв'язок (25) визначає відхилення положення супорта від номінального значення. Це відхилення являє собою основну складову динамічної похибки позиціонування, а також похибки обробки. Переміщення супорта відповідає затухаючим коливальним процесам (рис. 2).

Динамічні переміщення мають вигляд слабо затухаючих коливальних процесів. Розрахункові частоти власних коливань складають 17 і 21 Гц відповідно для горизонтальних та вертикальних переміщень супорта.

Внаслідок різного характеру динамічних переміщень супорта в двох взаємно перпендикулярних напрямках має місце складна динамічна траєкторія переміщення деталі в зоні різання (рис. 2в).

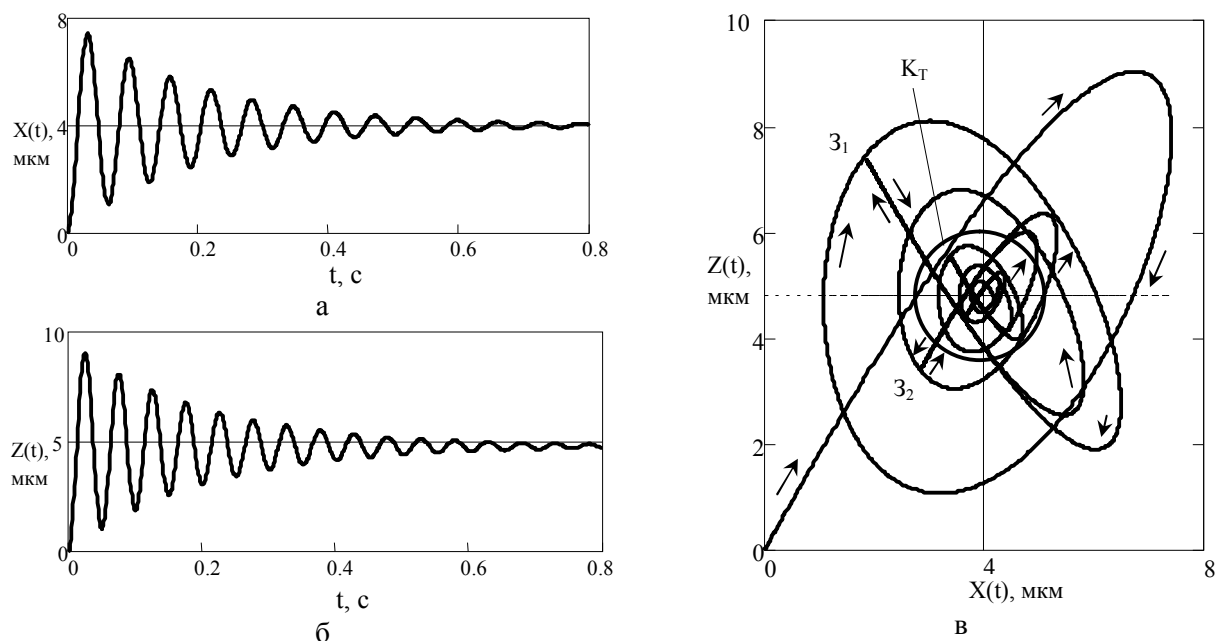


Рис. 2. Динамічні переміщення супорта в горизонтальному напрямку (а), у вертикальному напрямку (б) та траєкторія переміщення деталі в зоні різання (в)

Траєкторія має петле подібний вигляд і з плином часу стягується в обмежену область (K_T), близьку до кола. На траєкторіях наявні точки зворотнього ходу Z_1 , Z_2 та інші. В даних точках крива має вістря, а дотична є спільною для обох гілок кривої. В даних точках супорт має миттєві зупинки з подальшим продовженням руху.

Поточні швидкості переміщення деталі в зоні різання визначаються шляхом диференціювання залежностей (25).

Розрахункові значення швидкостей також являють собою коливальні процеси (рис.3).

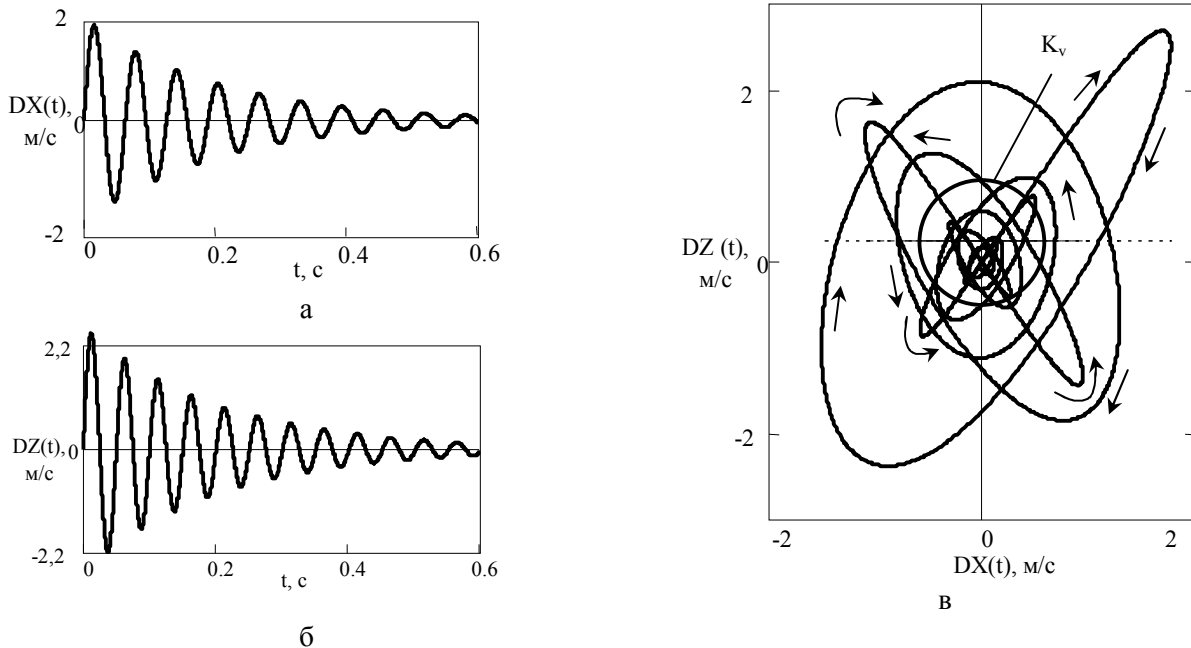


Рис. 3. Розрахункові значення горизонтальної (а) та вертикальної (б) проекції швидкості супорта та годограф швидкості (в)

Затухання швидкості переміщення супорта має місце в проміжку часу близько 0,4 с. Годограф вектора швидкості (див. рис. 3в) являє собою петле подібну криву із зигзагоподібними ділянками.

Важливими характеристиками динамічних переміщень супорта є енергетичні процеси. Кінетична енергія супорта розрахована згідно залежності (4), а потенціальна по формулі (9). Зміни кінетичної і потенціальної енергії являють собою знакостійкі коливальні процеси (рис. 4)

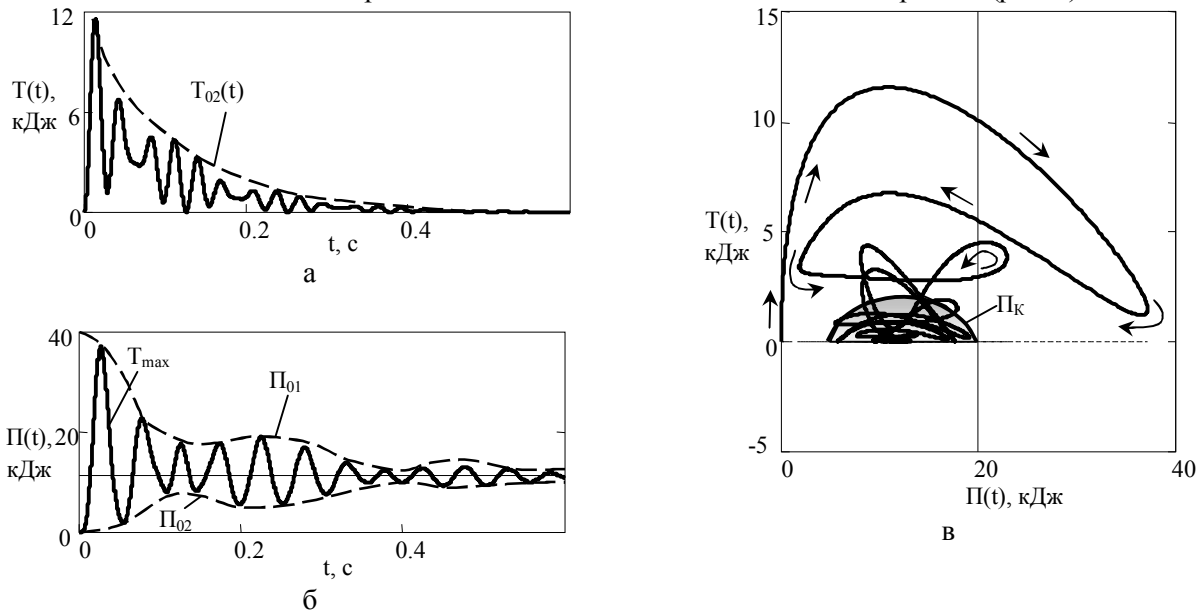


Рис. 4. Енергетичні характеристики динамічних переміщень супорта: а – зміна в часі кінетичної енергії; б- зміна потенціальної енергії; в – діаграма зміни в часі складових механічної енергії супорта

Загальний рівень потенціальної енергії в 3...4 рази перевищує рівень кінетичної енергії. Це пояснюється незначними швидкостями переміщень мас супорта. Основна енергія йшла на деформацію пружних систем приводів переміщень. Огинання кінетичної енергії зменшується до нуля за час близько 0,3 с. (див. рис. а). Закон зміни огинальної T_{02} близький до експотенціального.

Огинальні закону зміни потенціальної енергії відповідають затухаючому процесу з биттям (див. рис. 4б). Дані закономірності обумовлені близькими власних частот динамічних підсистем приводів горизонтального і вертикального переміщень супорта.

Діаграма зміни в часі складових механічної енергії (див. рис. 4в) має петлеподібний вигляд і з часом зосереджується в межах напівеліпса Π_K , що відповідає значенням потенціальної енергії при практичному нульовому значенні кінетичної енергії. Енергетичними характеристиками динамічної системи є повна механічна енергія та різниця кінетичної і потенціальної енергій (функція Лагранжа)

$$E(t) = \Gamma(t) + \Pi(t), \quad L(t) = \Gamma(t) - \Pi(t).$$

Розрахункові значення даних енергетичних характеристик також відповідають затухаючим процесам з «биттям» (рис.5).

Діаграма зміни в часі енергетичних характеристик в кінці перехідного процесу змінюється у вузькій області в напрямку лінії М.

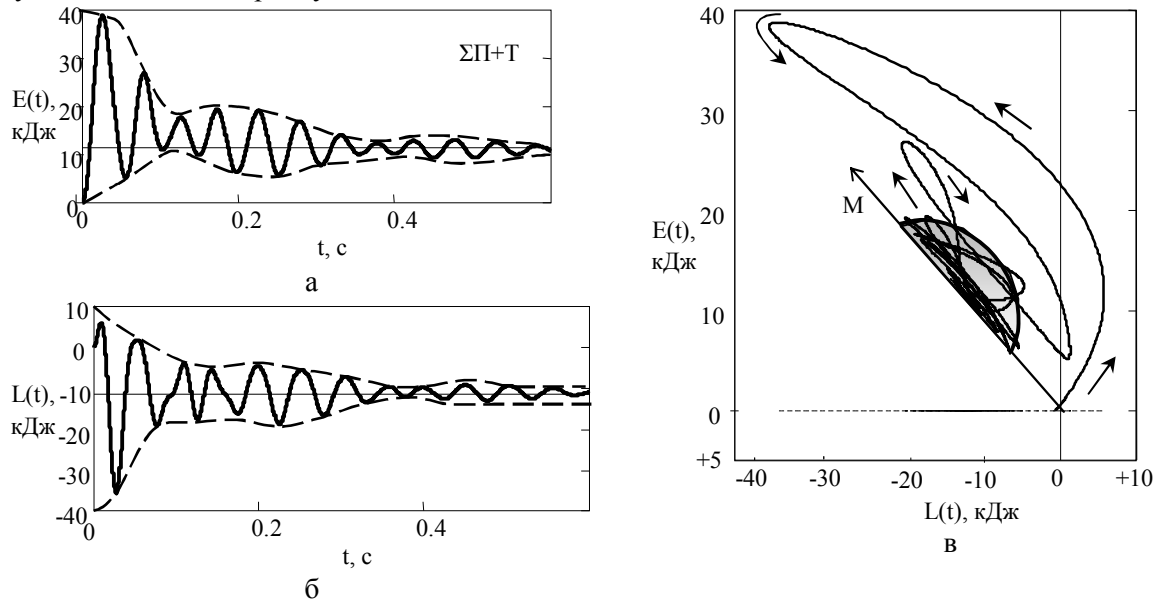


Рис. 5. Загальні енергетичні характеристики динамічної системи супорта: а – повна енергія; б – функція Лагранжа; в – діаграма зміни в часі загальних енергетичних характеристик системи

Висновки

- Точні переміщення супорта із рухомих шпинделем відповідають одно масовій динамічній моделі з двома ступенями вільності. Для розрахунку переміщень супорта доцільно використати диференціальні рівняння, які розв'язуються в символічному вигляді для перехідних процесів позиціонування, що відбуваються при дії ступінчатої сили різання.
- Перехідні процеси позиціонування мають значну коливальність (число повних коливань складає 7..10) та близькі частоти власних коливань при русі супорта в двох взаємно перпендикулярних напрямках.
- Процеси зміни кінетичної і потенціальної енергії системи мають властивості «биття» і швидко затухають. Основний вклад в енергетику перехідного процесу вносять деформативні параметри системи. При цьому, потенціальна енергія системи має рівень в 3..4 рази вищий кінетичної енергії системи. Процеси дисипації енергії не є суттєвими.
- Як напрямок подальших досліджень рекомендується встановити взаємозв'язок інтегральних енергетичних характеристик системи із показниками динамічної якості верстата.

1. Струтинський В.Б., Дрозденко В.М. Динамічні процеси в металорізальних верстатах: Монографія. - Київ.: Основа-Принт, 2010. – 440с.
2. Струтинський В.Б., Дрозденко В.М., Юрчишин О.Я. Математичне моделювання вібраційного поля заготовки токарного автоматизованого комплексу при випадкових навантаженнях силами різання // Вісник КПІ, серія машинобудування. - 2011. - №62. - С.20-29.
3. Струтинський В.Б., У. Хайзель, Сторчак М.Г., Дрозденко В.М. Експериментальне визначення характеристик стохастичного вектора сили різання при точінні / Сучасні технології в машинобудуванні: зб.наук.праць. – Вип.3 / Харків: НТУ «ХПІ», 2009. – С. 114 – 124.
4. Лойцянский Л.Г., Лурье А.И. Курс теоретической механики: в 2 т. М.: Наука - т. 2 – 1983, 640 с.
5. Павловский М.А. Теоретична механіка: підручник. К.: Техніка, 2002. – 512 с.