

УДК 621.7

С.В. Струтинський

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут»

ВИЗНАЧЕННЯ СИНГУЛЯРНИХ ПОЛОЖЕНЬ ПРОСТОРОВОЇ СИСТЕМИ ПРИВОДІВ З ВИКОРИСТАННЯМ МЕТОДІВ МОНТЕ-КАРЛО

Розроблена методика визначення сингулярних положень просторової системи приводів, побудованої по схемі механізму трипода із застосуванням методів Монте Карло. Здійснено аналіз наявності особливих положень системи при її конкретному положенні. Приведена методика встановлення наявних сингулярних положень в межах всього робочого простору системи приводів.

Актуальність досліджень

Просторові системи приводів застосовуються в прогресивному технологічному обладнанні; промислових роботах, маніпуляторах, тренажерах. Широке впровадження просторових систем приводів стримується відсутністю теорії проектування. Основним положенням теорії проектування є вибір геометричної схеми системи приводів. Геометрія приводів повинна виключати сингулярні положення механізмів. Тому розробка методів визначення сингулярних положень просторової системи приводів є актуальним.

Постановка проблеми в загальному вигляді

Якісні показники просторової системи приводів визначаються кінематичними і динамічними параметрами механізмів які утворюють систему. Кінематичні параметри залежать від особливостей схемного рішення зокрема від близькості системи до особливих (сингулярних) положень.

Зв'язок проблеми із важливими науковими і практичними завданнями

Розробка методів вибору схемного рішення просторової системи приводів дає можливість розв'язати ряд важливих наукових і практичних завдань пов'язаних із створенням прогресивних систем маніпулювання об'єктами в машинобудуванні.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

В останніх дослідженнях і публікаціях наявні методики визначення сингулярних положень в просторових механізмах [1,2]. Їх недоліком є складність практичного застосування [3]. Методів визначення сингулярних положень механізму на основі сучасних інформаційних технологій, зокрема на основі методів Монте-Карло в літературних джерелах не виявлено.

Розв'язок невирішених раніше частин загальної проблеми

До таких проблем відноситься розробка елементів теорії проектування просторової системи приводів побудованої по схемі механізму-трипода [4]. Для вибору раціональних схем механізму необхідно розробити розрахунковий апарат для виключення особливих (сингулярних) положень механізму.

Мета і задачі досліджень

Метою досліджень є розробка методики визначення сингулярних положень просторової системи приводів, побудованої по схемі механізму трипода, яка базується на застосуванні методів Монте Карло. Задачами досліджень є аналіз наявності особливих положень системи при її конкретному положенні та розробка методики встановлення наявних сингулярних положень в межах всього робочого простору системи приводів.

Виклад основного матеріалу досліджень

Схемна і конструктивна реалізація механізмів-триподів та умова наявності сингулярного положення механізму

Механізм трипод має три приводи AA_1 , BB_1 , CC_1 які повертають виконавчий орган 1 в просторі навколо нерухомої точки O (рис. 1а).

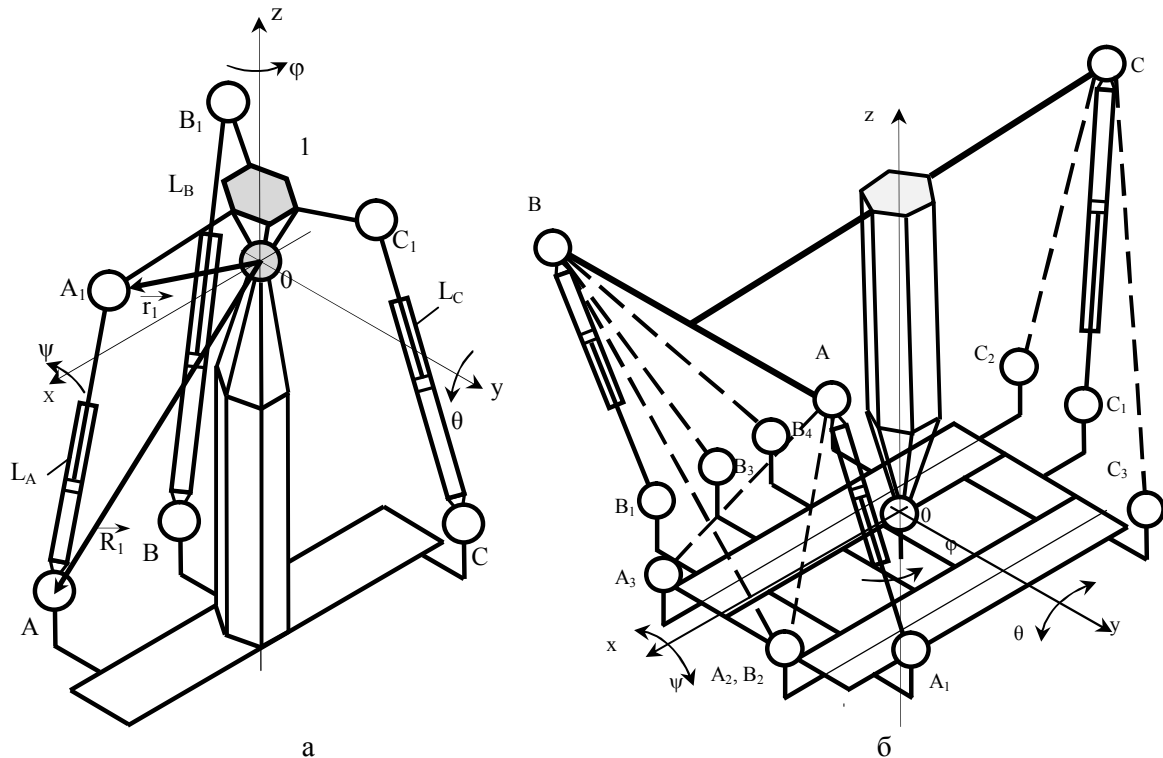


Рис. 1. Варіанти системи приводів на основі механізму трипода: а – фіксоване розташування шарнірів на виконавчому органі; б – система з виконавчим органом у вигляді рами із можливістю зміни положення шарнірів на рамі

При зміні довжини штанг L_A, L_B, L_C (переміщенні поршнів циліндрів) змінюється поперечно кутове положення виконавчого органу. Воно характеризується кутами повороту ψ, θ, ϕ . При повороті змінюються поточні координати шарнірів A_1, B_1, C_1 . В нерухомій абсолютній системі координат $Oxyz$ зміна положення шарнірів визначається матрицею повороту [5]

$$M(\psi, \theta, \phi) := M1(\psi) \cdot M2(\theta) \cdot M3(\phi), \tag{1}$$

де матриці співмножники визначено залежностями

$$M1(\psi) := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\psi) & -\sin(\psi) \\ 0 & \sin(\psi) & \cos(\psi) \end{pmatrix} \quad M2(\theta) := \begin{pmatrix} \cos(\theta) & 0 & \sin(\theta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\theta) & 0 & \cos(\theta) \end{pmatrix} \quad M3(\phi) := \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) & 0 \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Поточне положення кожного шарніра (наприклад A_1) визначається із матрично-векторної залежності [5]

$$\vec{r}_1 = M(\psi, \theta, \phi) \vec{r}_{10} \tag{2}$$

де \vec{r}_1 - вектор стовпчик поточних координат шарніра A_1 ; \vec{r}_{10} - вектор координат шарніра A_1 в початковому положенні виконавчого органу.

Довжина штанги визначається як модуль різниці векторів координат шарнірів. Наприклад для штанги AA_1

$$L_A = \left| \vec{r}_1 - \vec{R}_1 \right|, \tag{3}$$

де \vec{R}_1 - вектор координат шарніра A розташованого на платформі.

Залежності (1) – (3) реалізують розв'язок зворотної задачі кінематики для просторового механізму – трипода.

Наведені співвідношення служать для вибору схеми розташування шарнірів, що є основною проблемою теорії проектування просторової системи приводів. В механізмах можливе різне розташування шарнірів (рис. 1б). Не кожне положення шарніра забезпечує побудову працездатної конструкції механізму. Причиною втрати працездатності є наявність сингулярних положень механізму.

Визначення сингулярних положень механізму

Сингулярне положення механізму характеризується втратою керованості положенням виконавчого органу відповідним приводом.

Положення виконавчого органу визначається трьома кутовими координатами ψ , θ , φ . Вектор X – координат ψ , θ , φ однозначно визначається вектором L – координат якими є довжини штанг L_A , L_B , L_C . При певному розташуванні приводів виникає невизначеність положення механізму при зміні L координат яка відповідає сингулярному положенню механізму (рис.2а).

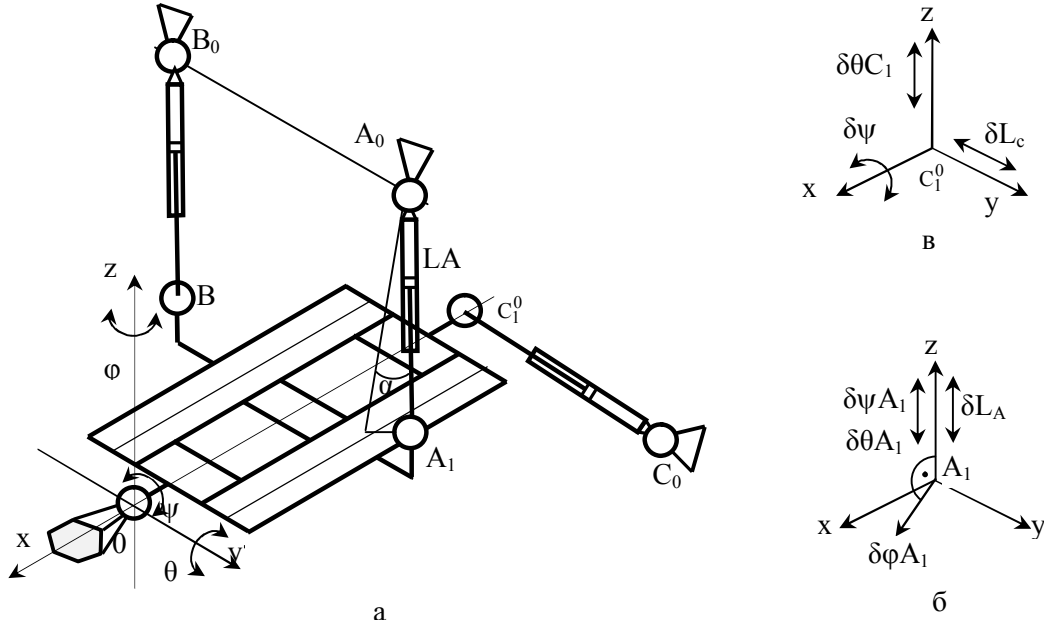


Рис. 2. Схема механізму трипода в номінальній конфігурації якого мають місце сингулярні положення (а) та геометрична інтерпретація сингулярних положень шарніра A_1 (б) і шарніра C_1 (в)

Кожна із X – координат ψ , θ , φ є функцією трьох незалежних параметрів L – координат L_A , L_B , L_C . Тому диференціал кожної із X - координат визначається лінійною комбінацією диференціалів L -координат, наприклад для кутової координати ψ маємо

$$d\psi = \frac{\partial\psi}{\partial L_A} dL_A + \frac{\partial\psi}{\partial L_B} dL_B + \frac{\partial\psi}{\partial L_C} dL_C. \quad (4)$$

Якщо якась із частинних похідних, що входить в дану залежність дорівнює нулю (близька до нуля) маємо сингулярне положення механізму, коли для забезпечення елементарного переміщення $d\psi$ виконавчого органу необхідно нескінченно велику зміну відповідної L – координати.

Умова сингулярності також виконується коли якась із частинних похідних, що входить в (4) є дуже великою (прямує до нескінченності). Тоді елементарна зміна деякої L – координати приведе до нескінченно великої зміни відповідної X – координати.

З іншого боку кожна із L – координат є функцією трьох незалежних змінних X -координат. Тому маємо диференціальну залежність

$$dL_A = \frac{\partial L_A}{\partial\psi} d\psi + \frac{\partial L_A}{\partial\theta} d\theta + \frac{\partial L_A}{\partial\varphi} d\varphi. \quad (5)$$

Умовою сингулярності механізму є рівність (близькість) нулю або нескінченність однієї або кількох частинних похідних які входять в залежність (5).

Узагальненням формул (4) і (5) є матрично-векторний запис зв'язку елементарних змін X -координат та L – координат

$$dX = \begin{bmatrix} d\psi \\ d\theta \\ d\varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \psi}{\partial L_A} & \frac{\partial \psi}{\partial L_B} & \frac{\partial \psi}{\partial L_C} \\ \frac{\partial \theta}{\partial L_A} & \frac{\partial \theta}{\partial L_B} & \frac{\partial \theta}{\partial L_C} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial L_A} & \frac{\partial \varphi}{\partial L_B} & \frac{\partial \varphi}{\partial L_C} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} dL_A \\ dL_B \\ dL_C \end{bmatrix}, \quad dL = \begin{bmatrix} dL_A \\ dL_B \\ dL_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial L_A}{\partial \psi} & \frac{\partial L_A}{\partial \theta} & \frac{\partial L_A}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial L_B}{\partial \psi} & \frac{\partial L_B}{\partial \theta} & \frac{\partial L_B}{\partial \varphi} \\ \frac{\partial L_C}{\partial \psi} & \frac{\partial L_C}{\partial \theta} & \frac{\partial L_C}{\partial \varphi} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} d\psi \\ d\theta \\ d\varphi \end{bmatrix}, \quad (6)$$

Матриці Якобі, які входять в формули (6), є повністю виродженими, їх ранг дорівнює одиниці. Тобто кожен із мінорів матриць крім мінорів порядку 1 дорівнює нулю. Слід зазначити, що

$$\frac{\partial \psi}{\partial L_A} = \left(\frac{\partial L_A}{\partial \psi} \right)^{-1}. \quad (7)$$

Для визначення сингулярних положень можна використовувати матриці, які входять в (6) як рівнозначні. Це дає можливість суттєво спростити аналіз сингулярних положень механізму, тому, що компоненти матриці $\frac{\partial L_A}{\partial \psi}$ визначаються із розв'язку зворотної задачі кінематики, яка є набагато простішою від розв'язку прямої задачі.

Таким чином умовою виникнення сингулярного положення механізму є наявність хоча б однієї нульової або нескінченно великої компоненти матриці $\frac{\partial L_A}{\partial \psi}$ в межах робочого простору механізму.

Геометричні умови сингулярності в конкретному положенні механізму

Сингулярність в певному положенні механізму має відповідну геометричну інтерпретацію. Розглянемо механізм в сингулярному положенні із штангами A_0A_1, B_0B_1, C_0C_1 (див. рис. 2а).

Для встановлення сингулярності механізму у фіксованому (нульовому, початковому) положенні визначимо віртуальні переміщення кінця штанги і обойми кожного шарніра. Зокрема розглянемо віртуальні переміщення обойми шарніра A_1 при кутових переміщеннях виконавчого органу. При зміні кутів положення виконавчого органу на кут $\delta\psi$ має місце відповідна зміна довжини штанги

$$dL_A = \delta\psi A_1 = r_{x_{A_1}} \delta\psi, \text{ де } r_{x_{A_1}} - \text{відстань від осі } x \text{ до точки } A_1.$$

При цьому переміщення обойми шарніра по напрямку співпадає з переміщення кінця штанги (рис. 2б). Аналогічно при зміні кута θ буде мати місце залежність

$$\delta L_A = \delta\theta A_1 = r_{y_{A_1}} \cdot \delta\theta, \text{ де } r_{y_{A_1}} - \text{відстань від осі } y \text{ до точки } A_1.$$

В даному випадку переміщення обойми шарніра також співпадає по напрямку з переміщенням кінця штанги.

При повороті виконавчого органу на кут $\delta\varphi$ мають місце незначні зміни довжини штанги A_0A_1 . Наявне співвідношення $\delta\varphi A_1 = r_{\varphi_{A_1}} \delta\varphi \gg \delta L_A$, де $r_{\varphi_{A_1}}$ – відстань від осі r до точки A_1 .

При цьому реалізується сингулярне положення в якому

$$\frac{\delta\varphi}{\delta\varphi A_1} \rightarrow \infty \text{ і відповідно } \frac{\delta L_A}{\delta\varphi} \rightarrow 0.$$

Нелінійний зв'язок переміщень корпусу шарніра і кінця штанги (5) описується співвідношеннями

$$\delta\varphi A_1 = L_{A_1} \sin \alpha, \quad \delta L_A = L_A (1 - \cos \alpha), \quad (8)$$

де α – кут відхилення штанги L_A від початкового положення.

Для малих відхилень $\sin \alpha \approx \alpha, \cos \alpha \approx 1 - \frac{\alpha^2}{2}$. Відповідно взявши відношення рівнянь (8)

одержимо

$$\frac{\delta L_A}{\delta\varphi A_1} = \frac{\alpha^2}{2} \frac{1}{\alpha} = \frac{\alpha}{2}. \quad (9)$$

Частинна похідна (9) прямує до нуля відповідно величині кута відхилення штанги. Для малих відхилень $\alpha \rightarrow 0$ маємо умову сингулярності (9) у вигляді

$$\frac{\delta L_A}{\delta \varphi A_1} \rightarrow \lim_{\alpha \rightarrow 0} \frac{\alpha}{2} = 0. \quad (10)$$

При збільшенні відхилення умова сингулярності не виконується. Маємо

$$\frac{\delta L_A}{\delta \varphi A_1} = \frac{1 - \cos \alpha}{\sin \alpha} \neq 0 \quad \text{при} \quad \alpha \neq 0.$$

Для малих кутових переміщень штанг має місце геометрична інтерпретація сингулярності (див.рис. 2б). Вона полягає в тому, що переміщення обидвома шарніра A_1 відбувається в площині перпендикулярній вісі штанги.

Аналогічний зв'язок віртуальних переміщень корпусу і сфери має місце для шарніра B_1 . При повороті виконавчого органу навколо вісі з переміщення обидвома шарніра B_1 буде перпендикулярним напрямку зміни довжини штанги (напряму вісі штанги) і тому виникне сингулярне положення механізму. Дещо інші закономірності виникнення сингулярності мають місце для шарніра C_1^0 . Поворот виконавчого органу навколо вісі з обумовлює взаємно однозначний і пропорційний зв'язок віртуальних переміщень обидвома шарніра C_1^0 і сфери $\delta \varphi L_{C_1} = \delta L_C$. В даному випадку умова сингулярності не виконується.

Поворот виконавчого органу навколо вісі у обумовлює типову сингулярність механізму розглянуту раніше. Вона полягає в тому, що $\delta \theta C_1 = r_{\varphi C_1} \cdot \delta \theta \gg \delta L_C$, де $r_{\varphi C_1}$ – відстань від вісі у до точки C_1^0 .

Відповідно $\frac{\delta L_C}{\delta \theta} = 0$. Геометрично це означає, що переміщення обидвома шарніра C_1 відбувається у напрямку, перпендикулярному вісі штанги.

Зовсім інша умова сингулярності має місце при повороті виконавчого органу навколо вісі x . Поворот виконавчого органу на кут ψ навколо вісі x ніяк не впливає на довжину штанги L_C . Має місце повна відсутність зв'язку між поворотом $\delta \psi$ та зміною довжини штанги δL_C . Математично це означає, що $\lim \frac{\delta L_C}{\delta \psi}$ не існує.

Геометрична інтерпретація даної сингулярності полягає у наявності різнорідних, якісно різних віртуальних переміщень шарніра і кінця штанги. Переміщення обидвома шарніра є обертальним, а переміщення кінця штанги поступальним. Це приводить до відсутності зв'язку віртуальних переміщень шарніра і штанги для конкретного положення механізму.

Виникнення сингулярності при зміні положення системи приводів

Відсутність сингулярності в нульовому положенні не виключає наявності сингулярності при зміні положення системи приводів. Розглянемо механізм (рис.3а), який не є сингулярним в номінальному положенні.

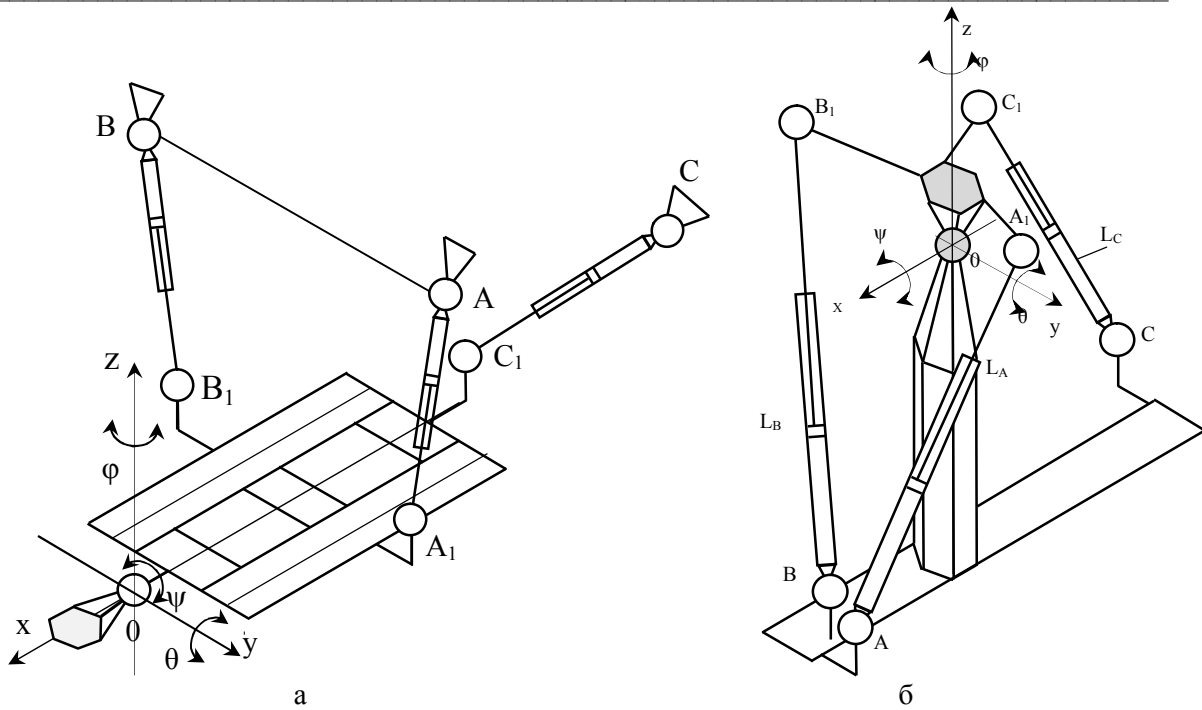


Рис. 3. Геометричні схеми механізмів триподів, які не мають сингулярних положень в межах робочого простору

Для даного механізму обчислено значення довжини штанги в залежності від однієї з координат ψ , φ , θ при фіксованих значеннях координат.

Результати обчислень зміни L-координат в залежності від змін X координат подані в графічному вигляді (рис.4).

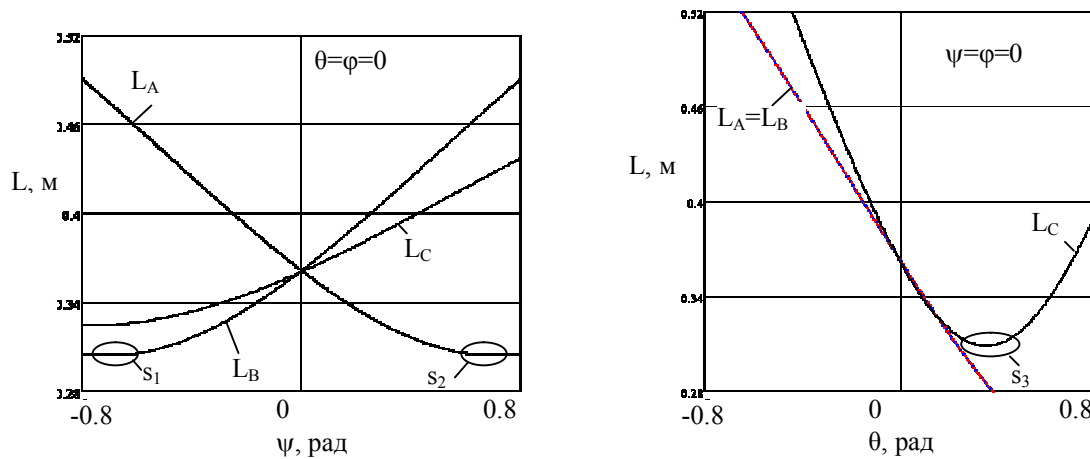


Рис. 4. Залежність довжини штанг механізму від положення виконавчого органу

Області зміни кутових координат s_1 , s_2 , s_3 відповідають сингулярним положенням в яких мають місце нульові значення окремих компонент матриць (6), а саме $\frac{\partial L_B}{\partial \psi} \cong 0$ (область s_1),

$$\frac{\partial L_A}{\partial \psi} \cong 0 \text{ (область } s_2), \quad \frac{\partial L_C}{\partial \theta} \cong 0 \text{ (область } s_3).$$

Аналітичне значення сингулярних положень не може бути проведено для всього робочого простору механізму. Запропоновано знаходити компоненти матриць (6) в межах робочого простору механізму методом Монте Карло.

Виявлення наявних сингулярних положень методом Монте – Карло.

Згідно запропонованого методу задається робочий простір механізму (див. рис.3) у вигляді обмежень на кутові координати $\psi_1 \leq \psi \leq \psi_2$, $\theta_1 \leq \theta \leq \theta_2$, $\varphi_1 \leq \varphi \leq \varphi_2$.

Для даного робочого простору формуються масиви випадкових значень X координат у вигляді набору значень випадкових величин ψ , θ , φ з рівномірними законами розподілу.

Для цього використовуються генератори випадкових чисел, наприклад $\psi_i = \text{runif}(10000, \psi_1, \psi_2)$, які формують масиви значень 10000 випадкових положень виконавчого органу, розподілені по рівномірному закону в інтервалі ψ_1, ψ_2 . Результати обчислення X координат для механізму (див. рис.3б) наведено в табл.1.

Таблиця 1

Масиви значень X-координат та L-координат просторової системи приводів, обчислених для випадкових положень виконавчого органу в межах робочого простору

Індекс положення, i	Параметр ψ , рад	θ , рад	φ , рад	L_A , м	L_B , м	L_C , м
0	-0,299	-0,159	0,019	0,563	0,635	0,596
1	-0,184	-0,05	0,155	0,504	0,662	0,613
2	0,051	0,179	-0,113	0,512	0,623	0,609
...
10000	0,194	-0,168	0,031	0,531	0,654	0,617

Одержаний достатньо великий (10000) масив випадкових положень виконавчого органу перевіряється на наявність сингулярного положення у вигляді рівності нулю або нескінченності частинних похідних $\left(\frac{dL}{dx}\right)$.

Для цього по формулі (3) обчислюються L-координати у вигляді масивів ; $L=L_A, L_B, L_C$; $i=0, \dots, 10000$. Обчислені значення ряду L-координат також наведені в табл. 1

Частинні похідні знаходяться через кінцеві різниці першого чи другого порядку. Наприклад обчислення частинної похідної $\frac{\partial L_A}{\partial \psi}$ з використанням кінцевих різниць першого порядку здійснено за наступною формулою

$$\frac{\partial L_A}{\partial \psi} \cong \frac{L_A(\psi + \Delta, \theta, \varphi) - L_A(\psi, \theta, \varphi)}{\Delta},$$

де Δ – невеликий відносно заданого кутового робочого простору приріст кутової координати ψ ; $L(\psi, \theta, \varphi)$ - значення довжини штанги, обчислене за формулами (1)-(3).

Значення частинних похідних для сформованих випадкових положень виконавчого органу системи приводів наведено в табл. 2.

Таблиця 2

Значення частинних похідних, обчислені для масиву окремих випадкових положень просторової системи приводів

Індекс положення, i	Параметр	$\frac{\partial L_A}{\partial \psi}$	$\frac{\partial L_A}{\partial \theta}$	$\frac{\partial L_A}{\partial \varphi}$	$\frac{\partial L_B}{\partial \psi}$	$\frac{\partial L_B}{\partial \theta}$	$\frac{\partial L_B}{\partial \varphi}$	$\frac{\partial L_C}{\partial \psi}$	$\frac{\partial L_C}{\partial \theta}$	$\frac{\partial L_C}{\partial \varphi}$
0		-0,299	-0,159	-0,092	-0,049	0,069	0,044	0,058	-0,014	0,061
1		-0,184	-0,05	-0,093	-0,055	0,062	0,05	0,055	-0,001	0,053
2		0,051	0,179	-0,108	-0,061	0,054	0,027	0,062	-0,026	0,071
...	
10000		0,194	-0,168	-0,106	-0,054	0,067	0,042	0,057	-0,016	0,056

Для кожної колонки масиву значень $\left(\frac{\partial L}{\partial X}\right)_i$, наведених в табл.2, знаходиться максимальне і мінімальне значення. Якщо значення $\min\left[\left(\frac{\partial L}{\partial X}\right)_i\right]$ та $\max\left[\left(\frac{\partial L}{\partial X}\right)_i\right]$ мають однаковий знак, не дорівнюють нулю або нескінченності, то механізм в межах даного робочого простору не має сингулярних положень. Коли ж знаки мінімуму і максимуму різні, це означає, що в межах робочого простору є положення в якому $\left(\frac{\partial L}{\partial X}\right) = 0$, тобто в межах робочого простору наявне сингулярне положення механізму. Для механізму наведеному на рис. 3а робочий простір в якому відсутні сингулярні положення в початковій конфігурації є невеликим і складає $-6^\circ \leq \psi \leq 6^\circ$, $-6^\circ \leq \theta \leq 6^\circ$, $-6^\circ \leq \varphi \leq 6^\circ$.

Для механізму, наведеному на рис. 3б, робочий простір є значно більшим. Знайдені для даного механізму відповідно табл. 1 мінімальні і максимальні значення частинних похідних подані у вигляді таблиць (рис.5).

	$\frac{\partial L_A}{\partial}$	$\frac{\partial L_B}{\partial}$	$\frac{\partial L_C}{\partial}$
$\frac{\partial}{\partial \psi}$	-0.061	-0.048	0.067
$\frac{\partial}{\partial \theta}$	-0.145	-0.061	0.046
$\frac{\partial}{\partial \varphi}$	-0.056	0.072	-0.014
$\frac{\partial}{\partial \psi}$	-0.133	0.049	-0.03
$\frac{\partial}{\partial \theta}$	-0.055	0.06	0.074
$\frac{\partial}{\partial \varphi}$	-0.146	0.015	0.041

а

	$\frac{\partial}{\partial L_A}$	$\frac{\partial}{\partial L_B}$	$\frac{\partial}{\partial L_C}$
$\frac{\partial \psi}{\partial}$	-7,69	-18,18	17,85
$\frac{\partial \theta}{\partial}$	-10,53	16,39	45,46
$\frac{\partial \varphi}{\partial}$	-9,9	26,32	17,24

б

	$\frac{\partial L_A}{\partial}$	$\frac{\partial L_B}{\partial}$	$\frac{\partial L_C}{\partial}$
$\frac{\partial}{\partial \psi}$	0,42	0,78	0,68
$\frac{\partial}{\partial \theta}$	0,42	0,68	0,47
$\frac{\partial}{\partial \varphi}$	0,38	0,25	0,55

в

Рис.5. Максимальні (чисельник) і мінімальні (знаменник) значення частинних похідних (а), середні значення частинних похідних (б) та відношення модулів мінімальних і максимальних значень (в), розраховані відповідно табл. 1 для набору реалізацій випадкових положень просторової системи приводів

Мінімальні і максимальні значення частинних похідних є основою для визначення ступеня керованості системи приводів по відповідним координатам. Для цього використовуються середні значення частотних похідних, визначені згідно значень

$$\frac{\partial X_j}{\partial L_i} = 2.0 \left[\frac{\partial L_i}{\partial X_j} \Big|_{\min} + \frac{\partial L_i}{\partial X_j} \Big|_{\max} \right]^{-1}, \quad X_j = \psi, \theta, \varphi, \quad L_i = L_A, L_B, L_C, \quad (11)$$

Числові значення, відповідні формулі (11), наведені у вигляді матриці (див. рис. 5б). Із аналізу матриці випливає, що найбільша керованість 45, 46 відповідає частинній похідній $\frac{\partial \theta}{\partial L_C}$, а найменша керованість -7,69 відповідає частинній похідній $\frac{\partial \psi}{\partial L_A}$.

Важливе значення для функціонування системи приводів має збереження рівня керованості в межах всього робочого простору. Для оцінки рівномірності рівня керованості використано відношення мінімального і максимального значень частинних похідних у вигляді

$$v_{ij} = \frac{\min\left(\frac{\partial L_i}{\partial X_j}\right)}{\max\left(\frac{\partial L_i}{\partial X_j}\right)} \quad (12)$$

Розрахункові за формулою (12) відношення подані у вигляді матриці (див. рис.5в). Із аналізу числових значень матриці випливає, що найбільш низька рівномірність керованості (25%) відповідає частинній похідній $\frac{\partial L_B}{\partial \varphi}$.

Методика вибору геометричної схеми механізму полягає в наступному. Задається початкова конфігурація механізму в якій виключені сингулярні положення. Задаються діапазони зміни кутів координат (робочий простір) починаючи з невеликих значень з поступовим збільшенням. При виявленні наявності сингулярного положення змінюється конфігурація механізму шляхом зміни положення шарнірів. Методом послідовних наближень вибирається геометрична схема механізму яка забезпечує необхідний робочий простір. Для розглянутого механізму (див. рис. 3б) шляхом підбору положення шарнірів реалізована схема яка виключає сингулярні положення в межах робочого простору $-18^\circ \leq \psi \leq 18^\circ$, $-12^\circ \leq \theta \leq 12^\circ$, $-12^\circ \leq \phi \leq 12^\circ$

Запропонована методика реалізована при розробці просторової системи приводів механізма трипода (рис. 6).



Рис.6. Розроблена просторова система приводів на основі механізму трипода

Висновки

1. Сформульовані умови виникнення сингулярності в конкретному положенні просторової системи приводів які полягають у наявності особливих значень (нульових або нескінченних) частинних похідних L – координат по X – координатам.
2. Запропонована геометрична інтерпретація сингулярності у вигляді перпендикулярності напрямків або відсутності зв'язку віртуальних переміщень кожного шарніра та штанги.
3. Розроблена методика виявлення сингулярних положень механізму на основі методів Монте Карло. Вона полягає у формуванні масиву випадкових положень виконавчого органу який охоплює весь робочий простір механізму та аналіз механізму в кожному положенні з метою виявлення наявності сингулярних положень.
4. Розроблена методика апробована при розробці конкретних систем приводів побудованих по схемі механізма трипода, чим підтверджена ефективність запропонованої методики.
5. Як напрямок подальших досліджень рекомендується розробка методу синтезу просторової системи приводів із рівномірною керованістю в межах робочого простору

1. Афонин В.Л., Подзоров П.В., Слепцов В.В. Обрабатывающее оборудование на основе механизмов параллельной структуры / Под общ. Ред В.Л. Афонина. – М.:Изд-во МГТУ Станкин, Янус. – К., 2006. – 452с.
2. Подураев Ю.В. Мехатроника: основы применения. Учебное пособие. – М.: Машиностроение, 2006. – 160 с.
3. Крижанівський В. А., Кузнецов Ю. М., Валявський І. А., Склярів Р. А. Технологічне обладнання з паралельною кінематикою: Навчальний посібник для ВНЗ. Під ред. Ю. М. Кузнецова. – Кіровоград, 2004. – 449 с.
4. Кузнецов Ю.М., Дмитрієв Д.О., Діневич Г.Ю. Компоновка верстатів з механізмами паралельної структури. Монографія. – Херсон: ПП Вишнемирський В.С., 2009. – 456 с.
5. Лойцянский Л. Г., Лурье А. И. Курс теоретической механики: в 2-х томах. Т. II. Динамика. – 6-е изд. перераб. и доп. – М.: Наука, 1983. – 640 с.