

УДК 624.012.45.001

О.А.Шкурупій, О.М.Лазарєва

Полтавський національний технічний університет імені Юрія Кондратюка

МІЦНІСТЬ СТАТИЧНО НЕВИЗНАЧУВАНИХ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ БАЛОК

Виконані теоретичні дослідження розрахунку міцності залізобетонних нерозрізних балок у нормальних перерізах на основі деформаційної моделі з екстремальним критерієм із застосуванням оптимізаційних і чисельних методів, а також методу граничної рівноваги. Виконано співставлення результатів теоретичних розрахунків міцності таких конструкцій з експериментальними даними, наведеними в роботах [4, 5, 6].

Постановка проблеми і завдання дослідження. Статично невизначувані залізобетонні конструкції (ЗБК), зокрема нерозрізні балки, досить широко застосовуються в різних будівлях та спорудах як несучі конструкції. Тому дослідження їх роботи і вдосконалення методики розрахунку таких конструкцій є досить важливим питанням у теперішній тенденції розвитку залізобетону.

Використання деформаційної моделі (ДМ) для розрахунку міцності та несучої здатності ЗБК та їх елементів, а також для підбору арматури в розтягнутій або стиснутій зонах нормального перерізу, дає можливість досить точно врахувати напружено-деформований стан (НДС) на різних стадіях їх роботи, у тому числі й у граничному стані. Як відмічено в роботах [9, 10], деформаційна модель з екстремальним критерієм міцності (ДМ з ЕКМ) має значні переваги над існуючими ДМ, особливо для розрахунку статично невизначуваних ЗБК, а також є суттєво новим підходом щодо розрахунку їх міцності та несучої здатності. Вона ґрунтується на рівняннях механіки деформівного твердого тіла (МДТТ), і завдяки врахуванню низхідної гілки повної діаграми стиску (ПДС) бетону й зон зміцнення діаграм арматурних сталей, а також використанню чисельних та оптимізаційних методів, дає можливість визначити характеристики НДС у нормальному перерізі елемента ЗБК.

Повнота ДМ з ЕКМ обумовлює необхідність ретельного контролю значень усіх граничних параметрів НДС елементів ЗБК, особливо напруження в розтягнутій σ_s та стиснутій σ'_s арматурі, оскільки розрахункові залежності суттєво різняться в діапазонах її пружної та не пружної роботи, перш за все в переармованих конструкціях. Тому обмежений контроль параметрів НДС може призвести до результатів, які не відповідають дійсності. На основі ДМ з ЕКМ та розробленої оптимізаційної методики [9, 10] можна вирішувати широке коло задач при розрахунку ЗБК (балок, колон, рам тощо). Вона дає можливість розраховувати міцність залізобетонних елементів (ЗБЕ) в нормальному перерізі при застосуванні широкого спектру класів міцності бетону ($f_{ck,cube}$), у тому числі й високоміцних бетонів [8].

Виходячи з вищевикладеного, проведення теоретичних і експериментальних досліджень для вивчення роботи статично невизначуваних ЗБК з урахуванням перерозподілу зусиль при утворенні в характерних перерізах умовних пластичних шарнірів [7] і визначення відповідних їм значень згинальних моментів, а також граничного навантаження з використанням методу граничної рівноваги [1] є актуальною задачею.

Виділення не вирішених раніше частин загальної проблеми, яким присвячується стаття. Для розрахунку міцності ЗБЕ у нормальних перерізах необхідна додаткова умова міцності. Такою умовою може бути умова міцності по бетону

$$\varepsilon_{cm} \leq \varepsilon_{cu} \quad (1)$$

та умова міцності по арматурі

$$\varepsilon_s \leq \varepsilon_{su}, \quad (2)$$

в яких відповідно $\varepsilon_{cm}, \varepsilon_s$ – деформації найбільш стиснутого волокна бетону та розтягнутої арматури ЗБЕ, що виникають від зовнішнього навантаження, $\varepsilon_{cu}, \varepsilon_{su}$ – граничні деформації найбільш стиснутого волокна бетону й розтягнутої арматури.

На сьогодні, жодна з існуючих ДМ, окрім ДМ з ЕКМ, не дає можливості розраховувати міцність та несучу здатність ЗБК та їх елементів, що працюють на різні види деформування (згин, центральний та позацентровий стиск чи розтяг тощо) без наперед заданого значення ε_{cu} [2, 3, 12]. Вони потребують даних експериментальних досліджень, у тому числі й експериментального

визначення ε_{cu} . У дійсності, ε_{cu} є критеріальною характеристикою, яка залежить від багатьох факторів, основними з яких є: клас міцності бетону на стиск, форма поперечного перерізу, клас арматурної сталі та її розташування тощо. Лише ДМ з ЕКМ дає можливість аналітично одержати величину ε_{cu} в результаті розрахунку за методикою наведеною в роботах [9, 10].

Метою роботи є розрахунок міцності нерозрізних залізобетонних балок з використанням ДМ з ЕКМ з бетонів різної міцності на стиск, армованих стержневою арматурою, завантажених зосередженими силами в прольотах і порівняння результатів розрахунків з експериментальними даними, приведеними в роботах [4, 5, 6].

Виклад основного матеріалу. Теоретичні дослідження обмежувались задачею розрахунку міцності та несучої здатності залізобетонних нерозрізних балок із застосуванням ДМ з ЕКМ, оптимізаційних і чисельних методів [10] та методу граничної рівноваги [1].

Розрахункові положення наведені в роботі [9]. Стан руйнування нормального перерізу описується розрахунковими схемами зусиль й деформацій, що наведені на рис. 1.

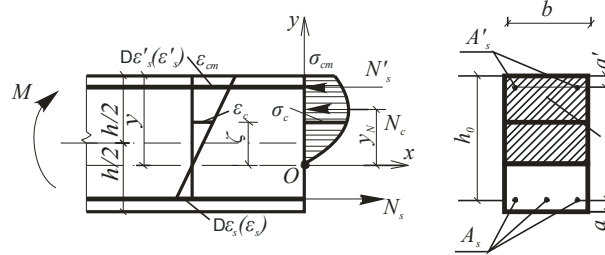


Рис. 1. Розрахункові схеми для розрахунку міцності у нормальному перерізі ЗБЕ

Розрахункові залежності:

1. *Фізичні:*

а) для бетону – ПДС представлена у вигляді апроксимації рекомендованої в нормах [2, 12] (рис. 2, а)

$$\sigma_c = f_{ck,prism} (K\eta - \eta^2) / [1 + (K - 2)\eta], \quad (3)$$

де рівень деформації η і параметр деформативно-міцнісних властивостей бетону K визначаються за формулами

$$\eta = \varepsilon_c / \varepsilon_f = \alpha \zeta / y, \quad K = 1,1 E_{cm} \varepsilon_f / f_{ck,prism}, \quad (4)$$

де E_{cm} – початковий модуль пружності бетону ($E_{cm} = 12,7 \cdot \ln(f_{ck,cube}) - 11$);

$f_{ck,prism}$, ε_f – напруження і деформація в максимумі кривої $\sigma_c - \varepsilon_c$ (рис. 2, а) $f_{ck,prism} = 0,8 (f_{ck,cube})^{0,973}$.

Аналітичні вирази для E_{cm} та $f_{ck,prism}$ наведені в роботі [8].

Деформація ε_f визначається за формулою

$$\varepsilon_f = 70 \cdot 10^{-5} (f_{ck,prism})^{0,31}, \quad (5)$$

б) для арматури аналітичні вирази діаграми розтягу (стиску) розділені на два відомих типи: з фізичною межею текучості σ_y і з умовною межею текучості $\sigma_{0,2}$ (рис. 3, [10]). На інтервалі ВС (рис. 3 а, [10]) $\varepsilon_{yu} \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{su}$, зона зміцнення апроксимується параболою

$$\sigma_s = \frac{\sigma_{su}}{(1 - \varepsilon_{yu} / \varepsilon_{su})^2} - \left[\left(1 - \frac{\sigma_y}{\sigma_{su}} \right) \left(2 - \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_{su}} \right) \frac{\varepsilon_s}{\varepsilon_{su}} + \frac{\sigma_y}{\sigma_{su}} + \left(\frac{\varepsilon_{yu}}{\varepsilon_{su}} \right)^2 - 2 \frac{\varepsilon_{yu}}{\varepsilon_{su}} \right], \quad (6)$$

де ε_{yu} – деформація наприкінці площадки текучості (точка В), σ_{su} , ε_{su} – напруження (границя міцності) і деформація в точці максимуму С діаграми $\sigma_s - \varepsilon_s$ (рис. 3, а, [10]).

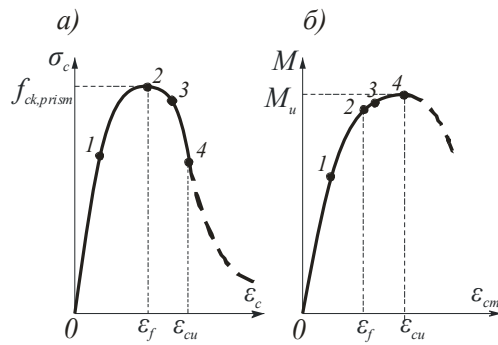


Рис. 2 . Дограничні (1,2,3) і граничні (4) стани на діаграмі стискування бетону (а) і кривій «момент в перерізі – деформація стиснутої грані бетону» (б)

Для арматури з умовною межею текучості застосовується лінійно-двопараболічна апроксимація діаграми розтягу (стиску) [10]

$$\begin{cases} 0 \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{se}, & \sigma_s = E_s \varepsilon_s, \\ \varepsilon_{se} \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{0,2}, & \sigma_s = -\alpha \varepsilon_s^2 + \beta \varepsilon_s + \gamma, \\ \varepsilon_{0,2} \leq \varepsilon_s \leq \varepsilon_{su}, & \sigma_s = -a \varepsilon_s^2 + b \varepsilon_s + c, \end{cases} \quad (7)$$

в якій

$$\begin{cases} \alpha = p - q, & \beta = 2p\varepsilon_{0,2} - q(\varepsilon_{se} + \varepsilon_{0,2}), & \gamma = \sigma_{0,2} - p\varepsilon_{0,2}^2 + q\varepsilon_{se}\varepsilon_{0,2}, \\ p = (\varepsilon_{0,2} - \varepsilon_{se}) / (\varepsilon_{0,2} - \varepsilon_{se})^2, & q = \sigma'_{0,2} / (\varepsilon_{0,2} - \varepsilon_{se}), \\ \sigma'_{0,2} = -2 \cdot a \cdot \varepsilon_{0,2} + b, \end{cases} \quad (8)$$

$$a = (\sigma_{su} - \sigma_{0,2}) / (\varepsilon_{su} - \varepsilon_{0,2})^2, \quad b = 2a\varepsilon_{su}, \quad c = \sigma_{su} - a\varepsilon_{su}^2, \quad (9)$$

де вихідними параметрами арматури є: модуль пружності E_s , межа пропорційності σ_{se} , умовна межа текучості $\sigma_{0,2}$, межа міцності σ_{su} і відповідні їм деформації – $\varepsilon_{se}, \varepsilon_{0,2}, \varepsilon_{su}$.

2. *Геометричні.* Залежності визначались на основі гіпотези плоских перерізів, що дозволяє виразити через деформацію ε_{cm} деформації стиснутої зони бетону ε_c на рівні волокон із координатою ζ , а також деформації розтягнутої й стиснутої арматури (рис. 1):

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{cm} \cdot \zeta / y; \quad (10)$$

$$\varepsilon_s = \varepsilon_{cm} \cdot (h_0 / y - 1); \quad (11)$$

$$\varepsilon'_s = \varepsilon_{cm} \cdot (1 - a' / y), \quad (12)$$

де y – висота стиснутої зони бетону, a' – відстань від рівнодіючої в арматурі стиснутої зони бетону до найближчої грані перерізу, h_0 – робоча висота перерізу. Приймавши позначення $\alpha = \varepsilon_{cm} / \varepsilon_f$, одержимо, що $\eta = \alpha \zeta / y$, де α – відносна деформація стиснутої грані бетону ЗБЕ в нормальному перерізі.

3. *Рівняння рівноваги.*

$$\sum X = 0; \quad \sigma_s \cdot A_s - N_c - \sigma'_s \cdot A'_s = 0, \quad (13)$$

$$\sum M_O = 0; \quad M - N_c \cdot y_N - \sigma'_s \cdot A'_s \cdot (y - a') - \sigma_s \cdot A_s \cdot (h_0 - y) = 0. \quad (14)$$

$$N_c = \iint_{A_c} \sigma_c(\alpha, \zeta) dx d\zeta = b \int_0^y \sigma_c(\alpha, \zeta) d\zeta = N_c(\alpha, y), \quad (15)$$

$$y_N = \left(\iint_{A_c} \sigma_c(\alpha, \zeta) \zeta dx d\zeta \right) / N_c = \left(b \int_0^y \sigma_c(\alpha, \zeta) \zeta d\zeta \right) / N_c = y_N(\alpha, y) \quad (16)$$

Використовуючи залежності (3)-(14), з урахуванням (15)-(16) отримаємо систему рівнянь з невідомими M, α, y . Для визначення невідомих використовуємо (13), (14) і додаткову умову (17) у вигляді ЕКМ нормального перерізу елемента ЗБК (рис. 2 б).

$$M(\varepsilon_{cu}) = \max M(\varepsilon_{cm}). \quad (17)$$

В результаті отримуємо оптимізаційну задачу нелінійного математичного програмування на умовний екстремум з цільовою функцією (17) при обмеженнях-рівностях (13), (14), котра розв'язується з використанням ПЕОМ за спеціально розробленою авторами прикладною програмою в OS Windows.

Теоретичні розрахунки міцності залізобетонних нерозрізних балок порівнювалися з експериментальними даними досліджень [4, 5, 6], які проводилися на балках зі співвідношенням довжини прольоту ℓ до висоти перерізу h більше 10. Перерізи балки мали прямокутну форму з постійними геометричними розмірами по всій довжині. Дана умова дає можливість нехтувати впливом поперечних сил при розрахунку міцності і несучої здатності балки.

У роботах [4, 5] використовувалися балки з $\ell = 2,7$ м, у якості подовжньої арматури використовувалися високоміцні арматурні стержні класу А-IV, марки 80С із умовною межею текучості.

У роботі [6] балки мали прольоти по 3 м з розмірами поперечного перерізу $b \times h = 170 \times 220$ мм. У якості подовжньої арматури використовувалися арматурні стержні класу А-III (марки 35ГС) з мінімальним значенням межі текучості $\sigma_y = 400$ МПа. Призмове міцність бетону для залізобетонних нерозрізних балок цієї серії складала $f_{ck,prism} = 29,2$ МПа, а початковий модуль пружності – $E_{cm} = 30,4 \cdot 10^3$ МПа.

Розрахункова схема нерозрізних балок [4, 5, 6] зображена на рис. 3, де m – коефіцієнт співвідношення між зосередженими силами.

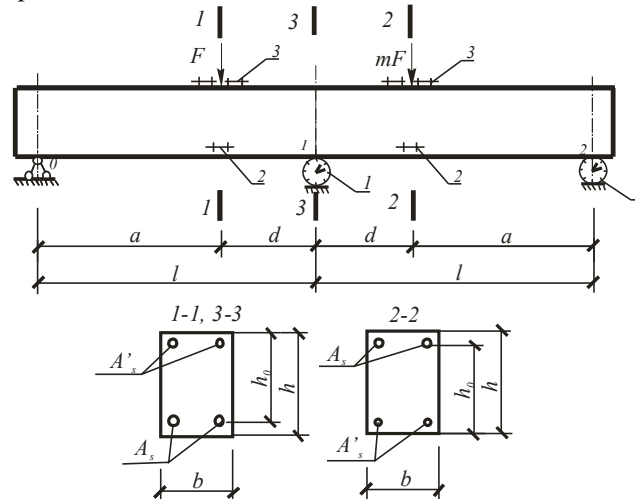


Рис. 3. Розрахункова схема, характер армування і схема розташування вимірювальних приладів і розрахункових перерізів балок: 1 – кільцевий динамометр; 2 – тензометр для арматури (база 100 мм); 3 – тензометр для бетону (база 100 мм)

Для порівняння теоретичних розрахунків несучої здатності нерозрізних балок, одержуваних по запропонованій методиці з використанням методу граничної рівноваги [1] з експериментальними даними, використовувалися ті ж фізико-механічні характеристики матеріалів, геометричні розміри, характер армування перерізів, які приведені в роботах [4, 5, 6]. Розміщення розрахункових перерізів нерозрізних балок і вимірювальних приладів, а також характер їх армування показано на рис. 3.

У експериментальних зразках приведених у публікаціях [4, 5] $a = 1,8$ м, $d = 0,9$ м, $m = 1$. У роботі [6] для балок різних серій $a = d = \ell/2 = 1,5$ м, $m = 1,45 \dots 1,49$. Значення граничних згинальних моментів, в прольотах і на опорі (рис. 4) обчислені за методикою ДМ з ЕКМ з використанням спеціально розробленої авторами прикладної програми для ПЕОМ. Враховуючи схему розташування навантаження і виходячи з рівності балочних моментів, значення теоретичних граничних навантажень визначали із залежності

$$F_{теор} = \frac{M_{u,1} + M_{u,2} \cdot a/\ell}{ad} \ell. \quad (18)$$

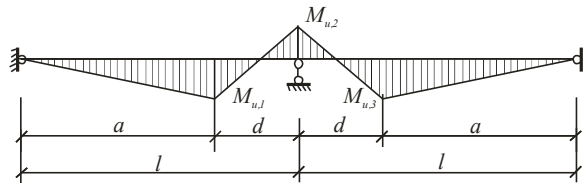


Рис. 4. Епюра згинальних моментів балки в граничному стані

Використовуючи метод граничної рівноваги [1], отримаємо граничні значення зосереджених сил в прольотах балки. Їх величини в порівнянні з даними експериментів опублікованих в роботах [4, 5, 6] приведені в таблицях 1 і 2.

Таблиця 1

Співставлення експериментальних і теоретичних значень граничних згинальних моментів та навантажень за даними приведеним в роботах [4, 5]

№ серії	Шифр зразка	Опорний		$\frac{M_{експ}^o}{M_{теор}^o}$	Пролітний		$\frac{M_{експ}^n}{M_{теор}^n}$	$F_{експ}$	$F_{теор}$	$\frac{F_{експ}}{F_{теор}}$
		$M_{експ}^o$	$M_{теор}^o$		$M_{експ}^n$	$M_{теор}^n$				
		кНм			кНм					
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
I	БОІ-1А	47,1	36,74	1,28	34,6	36,42	0,95	110,5	101,7	1,09
	БОІ-1Б	42,8	36,11	1,19	38,7	37,88	1,02	112	103,5	1,08
	БОІ-2А	41,1	32,02	1,28	31,5	31,53	1,00	100	88,31	1,13
	БОІ-2Б	40,6	31,6	1,28	34,5	33,21	1,04	103,1	90,63	1,14
II	БВІ-3А	59	51,08	1,15	51	51,64	0,99	150,6	143,1	1,05
	БВІ-3Б	60,3	51,28	1,18	49	52,4	0,94	148,7	144,6	1,03
	БВІ-4А	35,4	30,56	1,16	30,9	30,96	1,00	93,7	85,73	1,09
	БВІ-4Б	33	30,64	1,08	29,3	32,19	0,91	88,3	87,86	1,00
III	БВУ-5А	54,5	44,14	1,23	41	46,02	0,89	136	126	1,08
Середньоарифметичне значення										1,08
Середньоквадратичне відхилення										0,039
Коефіцієнт варіації %										3,63

За результатами розрахунків, величини граничних згинальних моментів в перерізах 1 і 2 для балок обох серій (Б-4 і Б-5) [6] дорівнюють відповідно $M_{u,1} = 26,39$ кНм, $M_{u,3} = 40,24$ кНм. Розрахункові значення граничних згинальних моментів на опорі 1 (переріз 3) різні, тому що в цьому перерізі різне поздовжнє армування балок серій Б-4 і Б-5. Їх значення дорівнюють $M_{u,2} = 20,72$ кНм (Б-4) і $M_{u,2} = 43,76$ кНм (Б-5).

Таблиця 2

Співставлення теоретичних і експериментальних значень граничних навантажень за даними приведеним в роботі [6]

Серія експериментальних балок [1]	Експериментальні значення граничного навантаження, кН		Розрахункові значення граничного навантаження, кН		$\frac{F_{u1,e}}{F_{u1,m}}$	$\frac{F_{u2,e}}{F_{u2,m}}$
	$F_{u1,e}$	$F_{u2,e}$	$F_{u1,m}$	$F_{u2,m}$		
Б-4	46,87	68,14	49,00	67,47	0,96	1,01
Б-5	66,37	98,60	64,36	82,83	1,03	1,19
Середня відносна похибка %						4,70

Висновки

1. ДМ з ЕКМ ґрунтується на рівняннях МДТТ (статичних, геометричних, фізичних), враховує реальні діаграми роботи матеріалів і в поєднанні з ЕКМ дає можливість розв'язувати практичні інженерні задачі.

2. Такий підхід в сукупності з чисельними та оптимізаційними методами, дозволяє аналізувати повний комплекс граничних параметрів нормальних перерізів у стадії їх руйнування, дає можливість визначити значення згинальних моментів у перерізах, у котрих утворюються

умовні пластичні шарніри та з використанням методу граничної рівноваги враховувати перерозподіл зусиль у статично невизначуваних системах та визначати граничні навантаження.

3. Статистичний аналіз порівняння теоретичних і експериментальних даних розрахунку міцності та несучої здатності нерозрізних залізобетонних балок, котрі наведені в таблицях 1 та 2 свідчать про хорошу збіжність співвідношень розрахункових значень граничних навантажень з експериментальними.

1. Гвоздев А.А. Расчёт несущей способности конструкций по методу предельного равновесия. Сущность метода и его обоснование – М.: Госстройиздат, 1949. – 280 с.
2. ДБН В.2.6-98:2009. Бетонні та залізобетонні конструкції – К.: Мінрегіонбуд України, 2011. – 72 с.
3. ДСТУ Б В.2.6-156: 2010. Конструкції будинків і споруд. Бетонні та залізобетонні конструкції з важкого бетону – К.: Мінрегіонбуд України, 2010. – 168 с.
4. Крылов С.М., Гуца Ю.П., Абаканов М.С. Несущая способность статически неопределимых железобетонных балок из бетонов прочностью до 90 МПа, армированных высокопрочной стержневой арматурой // Поведение бетонов и элементов железобетонных конструкций при воздействии различной длительности. Под ред. А.А. Гвоздева, С.М. Крылова – М.: НИИЖБ, 1980. – С. 102–119.
5. Крылов С.М., Гуца Ю.П., Абаканов М.С. Перераспределение усилий в статически неопределимых железобетонных конструкциях, армированных сталями без площадки текучести // Прочность, жесткость и трещиностойкость железобетонных конструкций. – М.: НИИЖБ, 1979. – С. 171–186.
6. Оатул А.А., Чирков В.П. Исследование естественного распределения усилий в неразрезных железобетонных балках с ненапрягаемой арматурой при длительном действии эксплуатационной нагрузки // Исследования по бетону и железобетону. Сборник трудов № 34 Челябинского политехнического института. – Челябинск: ЧОТУП, 1965. – С. 116–135.
7. Тихий М., Ракосник Й. Расчёт железобетонных конструкций в пластической стадии. // Перераспределение усилий; пер. с чешск. – М.: Стройиздат, 1976. – 198 с.
8. Шкурупій О.А., Бабич Є.М. Аналітичне визначення фізико-механічних характеристик бетону // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: Збірник наукових праць. – Рівне: НУВГП, 2011. – Вип. 21. – С. 401–407.
9. Шкурупій О.А. Міцність залізобетонних конструкцій та їх елементів на основі деформаційної моделі з екстремальним критерієм // Будівельні конструкції: Міжвідомчий науково-технічний збірник наукових праць (будівництво). – Вип. 74: В 2-х кн.: Книга 1. – Київ, ДП НДІБК, 2011. – С. 605–614.
10. Шкурупій О.А., Лазарев Д.М. Використання чисельних і оптимізаційних методів для розрахунку міцності нормальних перерізів залізобетонних елементів на основі деформаційної моделі з екстремальним критерієм // Коммунальное хозяйство городов: сб. науч. тр. – Вип. 76. – К.: Техника, 2007. – С. 71–79.
11. Шкурупій О.А., Лазарева О.М. Розрахунок міцності статично невизначуваних залізобетонних конструкцій // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди: збірник наукових праць – Рівне: НУВГП, 2011 – Вип.22. – С. 518 – 525.
12. Eurocode 2: Design of Concrete Structures. EN 1992 – 1.1: General Rules and Rules for buildings. – Brussels: CEN, 2004.–226 p.