

УДК 531.1; 625.72

К.М. Басс, В.В. Кравец, Т.В. Кравец

ГВУЗ «Национальный горный университет»,

Днепропетровский национальный университет железнодорожного транспорта
им. Академика В. Лазаряна

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДОРОЖНОЙ ПОВЕРХНОСТИ СКОРОСТНОЙ АВТОМАГИСТРАЛИ В РАЗВЯЗКАХ И ПОВОРОТАХ

Предлагается формировать план, продольный и поперечный профиль скоростной автомобильной дороги в развязках и поворотах в виде линейчатой поверхности (поверхности Шухова), образующие которой лежат в нормальной плоскости натурального триэдра траектории движения, перпендикулярно проекции результирующего вектора сил инерции, включая гравитацию, на эту нормальную плоскость в каждой точке направляющей, выбираемой как отрезок спирали-винтовой линии, содержащей девять варьируемых параметров, определяемых по требуемым краевым (граничным) условиям, накладываемых в том числе и на величину кривизны, при заданных режимах движения.

Ключевые слова: годограф, переходные кривые, кривизна, натуральный триэдр, инерционные силы.

Введение.

По мере возрастания скорости движения колесного транспорта (автомобильного, железнодорожного) ведущие страны мира (Германия, Япония, Франция и др.) продолжают исследования по определению новых форм переходных кривых, обеспечивающих плавное изменение кривизны [5]. Известны переходные кривые в виде кубической параболы, синусоиды, лемнискаты, трех или четырех лепестковой розы, а также псевдоспирали, которая в частных случаях является окружностью, логарифмической спиралью, клотоидой и т.д. Предложенные из эвристических или критериальных соображений переходные кривые должны соответствовать истинной траектории движения транспортного экипажа, как при постоянной, так и при переменной скорости движения [4].

В данной работе предлагается формировать план и профиль скоростной автомобильной дороги в развязках и поворотах в виде линейчатой поверхности на основе годографа движения, заданного спирали-винтовой линией [1].

1. Постановка задачи. Полагаются заданными время движения автомобиля в повороте, положение и скорость в момент входа и выхода из поворота. Требуется установить план, продольный и поперечный профиль дорожной поверхности в повороте.

2. Направляющая дорожной линейчатой поверхности. Математическая модель дорожной поверхности скоростной автомагистрали в развязках и поворотах строится в виде линейчатой поверхности (поверхности Шухова). Направляющая этой поверхности (переходная кривая) выбирается соответствующей истинной траектории движения автомобиля, рассматриваемого здесь как материальная точка. Эта траектория представляется в параметрической форме, где в качестве параметра принимается время движения автомобиля в повороте, т.е. годограф [1]. Годограф, соответствующий истинной траектории движения, ищется в классе спирали-винтовых линий, заданных в неподвижной (земной) системе координат, следующим образом:

$$\bar{r}(t) = \|\rho_0 \rho_1 \rho_2 \rho_3\| \begin{vmatrix} 1 \\ t \\ t^2 \\ t^3 \end{vmatrix} (\bar{i} \cos \omega t + \bar{j} \sin \omega t) + \bar{k} \|h_0 h_1 h_2 h_3\| \begin{vmatrix} 1 \\ t \\ t^2 \\ t^3 \end{vmatrix}$$

где $\rho_i h_i (i = 0, 1, 2, 3)$ – варьируемые параметры, определяемые по заданным краевым условиям; ω – средняя угловая скорость разворота равная $\omega = \frac{\varphi_0}{t_0}$. Здесь φ_0 – полный угол разворота; t_0 – требуемое время прохождения поворота.

3. Образующие дорожной линейчатой поверхности. Образующие линейчатой поверхности, формирующие поперечный профиль автодороги в повороте, определяются в зависимости от направления действия инерционных сил, включая силу гравитации Земли, центробежную силу в заданной точке поверхности Земли и обусловленную её вращением, кориолисову силу инерции, обусловленную вращением Земли и относительной скоростью движения автомобиля в повороте, а также центробежной силой, обусловленной местной скоростью и кривизной траектории движения автомобиля в повороте [2]. Направление и величина сил инерции определяется соответствующим вектором ускорения. Нормальное ускорение автомобиля в повороте определяется известной формулой [3]:

$$\bar{W}_n = K V^2 \bar{n}$$

где K – кривизна пути; V – величина скорости автомобиля; \bar{n} – единый вектор главной нормали переходной кривой.

Здесь K , V и \bar{n} непосредственно выражаются через производные по времени от заданного годографа в виде:

$$K = \frac{|\dot{\vec{r}} \times \ddot{\vec{r}}|}{V^3}, \quad V^2 = \dot{\vec{r}} \cdot \dot{\vec{r}}, \quad \bar{n} = -\frac{\dot{\vec{r}} \times (\dot{\vec{r}} \times \ddot{\vec{r}})}{V^4 K}.$$

Тогда исходная формула для \bar{W}_n упрощается и принимает вид:

$$\bar{W}_n = -\frac{\dot{\vec{r}} \times (\dot{\vec{r}} \times \ddot{\vec{r}})}{\dot{\vec{r}} \cdot \dot{\vec{r}}}.$$

Оценка влияния кориолисова ускорения проводится по известной формуле [3]:

$$\bar{W}_c = 2(\bar{\omega}_0 \times \dot{\vec{r}}),$$

где $\bar{\omega}_0$ – вектор угловой скорости вращения Земли ($\bar{\omega}_0 = 7,3 \cdot 10^{-5} \text{ сек}^{-1}$).

Направление результирующей силы гравитации и местной центробежной силы, обусловленной вращением Земли, определяется направлением местного отвеса, принятого в качестве единичного вектора \bar{k} земной декартовой системы координат, т.е.

$$\bar{G} = -g m \bar{k}$$

где g – величина местного ускорения свободного падения; m – масса автомобиля.

Итак, результирующий вектор рассмотренных инерционных сил имеет вид

$$\bar{R} = -m(g \bar{k} + \bar{W}_n + \bar{W}_c).$$

и может быть представлен как векторная сумма двух компонент, одна из которых $-R_\tau \bar{\tau}$ является проекцией на направление касательной к переходной кривой, а вторая \bar{N} – проекцией на нормальную плоскость к этой кривой, т.е.

$$\bar{R} = -R_\tau \bar{\tau} + \bar{N}$$

где $\bar{\tau}$ – единичный вектор касательной к переходной кривой, определяемой по формуле:

$$\bar{\tau} = \frac{\dot{\vec{r}}}{\sqrt{\dot{\vec{r}} \cdot \dot{\vec{r}}}},$$

и соответствующая этому вектору компонента результирующего вектора:

$$R_\tau = -m(g \bar{k} + \bar{W}_n + \bar{W}_c) \cdot \bar{\tau}.$$

Откуда, учитывая, что $\bar{N} \cdot \bar{\tau} = 0$, находится проекция результирующего вектора инерционных сил на нормальную плоскость к переходной кривой

$$\bar{N} = \bar{R} - R_\tau \bar{\tau}.$$

Тогда в каждой точке годографа направляющий вектор образующей линейчатой поверхности \bar{L} определяется по формуле:

$$\bar{L} = \bar{N} \times \bar{\tau},$$

т.е. образующие поперечного профиля дорожной линейчатой поверхности лежат в нормальной плоскости переходной кривой перпендикулярно проекции \bar{N} результирующего вектора инерционных сил.

Выводы

Построена математическая модель дорожной поверхности скоростной автомагистрали в развязках и поворотах в форме линейчатой поверхности. Предложена направляющая (план и продольный профиль дороги) линейчатой поверхности в классе спирале-винтовых линий, соответствующих реальной траектории движения автомобиля в различных скоростных режимах, описываемых годографом. Найдены образующие (поперечный профиль дороги) линейчатой поверхности в зависимости от интенсивности инерционных сил, воздействующих на скоростной автомобиль в повороте.

1. Кравец Т.В. Определение управляющих сил и моментов при движении асимметричного летательного аппарата по программной траектории сложной пространственной конфигурации // Техническая механика. – 2003. – № 1. – с.60-65.
2. Kravets V.V., Kravets T.V. Evaluation of the Centrifugal, Coriolis and Gyroscopic Forces on a Railroad Vehicle Moving at High Speed // Int.Appl.Mech. – 2008. – 44, №1. – p.101-109.
3. Лобас Л.Г., Лобас Людм. Г. Теоретична мехніка. – К.: ДЕ ТУТ, 2009. – 407с.
4. Мартынюк А.А., Лобас Л.Г., Никитина Н.В. Динамика и устойчивость движения колесных транспортных машин. – К.: Техника, 1981. – 223с.
5. Скоростной и высокоскоростной железнодорожный транспорт / Под ред. В.И. Ковалева. Т.2. – СПб.: Информационный центр «Выбор», 2003. – 448с.