УДК 539.375

Ю.Я.Матвіїв
Луцький національний технічний університет

ВИЗНАЧЕННЯ РЕСУРСУ ЄМНОСТЕЙ ПІДВИЩЕНОГО ТИСКУ З ПОВЕРХНЕВИМИ ТРІЩИНАМИ НИЗЬКОТЕМПЕРАТУРНОЇ ПОВЗУЧОСТІ

Сформульована розрахункова модель для визначення ресурсу ємностей підвищеного тиску з тріщинами низькотемпературної повзучості. В основу моделі покладений розв'язок задачі про визначення періоду докритичного росту поверхневої тріщини низькотемпературної повзучості в пластині за її довготривалого розтягу.

Ключові слова**:** *ємності підвищеного тиску, тріщини низькотемпературної повзучості*, *залишковий ресурс, період докритичного росту тріщин низькотемпературної повзучості*, *коефіцієнт інтенсивності напружень.*

Як свідчать результати натурних обстежень, ємності підвищеного тиску (парові котли, паропроводи, нафтогазопроводи, водопроводи, цистерни з рідким аміаком, газові балони тощо) під час експлуатації містять дефекти типу тріщин, що утворилися в результаті їх виготовлення або тривалого експлуатування. Руйнування таких елементів за довготривалого статичного навантаження може проходити шляхом поширення тріщин повзучості. Для випадків поширення тріщин високотемпературної повзучості на даний час уже відома [1-8] низка теоретичних підходів для визначення періоду їх докритичного розвитку. Однак для інженерної практики важливими також є розрахунки довговічності елементів конструкцій з тріщинами за довготривалого статичного навантаження і звичайних (кімнатних) або низьких температур, коли вичерпання їх ресурсу проходить шляхом поширення тріщин низькотемпературної повзучості. Тому в даному дослідженні зроблено спробу створити теорію, зокрема, розрахункову модель для визначення періоду докритичного росту тріщин низькотемпературної повзучості в ємностях підвищених тисків, використовуючи сформульований раніше [9, 10] автором енергетичний підхід.

Постановка задачі. Розглянемо ємність, що має товщину стінки h (рис. 1) з наявною поверхневою півеліптичною тріщиною з півосями a, b, яка піддана дії внутрішнього довготривалого тиску p за кімнатної температури, що спричиняє в пластичній зоні біля контуру тріщини явище низькотемпературної повзучості [1]. Задача полягає у визначенні такого часу $t = t_*$, за який тріщина низькотемпературної повзучості проросте скрізь стінку ємності (в нормальній до поверхні стінки площині), що призведе до її розгерметизації.

Для розв'язання такої задачі використовуємо сформульовану раніше автором розрахункову модель [9, 10]. Згідно цієї моделі період $t = t_*$ докритичного росту тріщин низькотемпературної повзучості в стінці посудини (залишковий ресурс ємності підвищеного тиску) визначаємо із рівняння

$$\frac{dS}{dt} = \frac{A_{2t}}{\delta_{CC}^{-m}} \int_L [\delta_t^m(0,\xi) - \delta_{thc}^m] d\xi \cdot [1 - \delta_{CC}^{-1} \int_L \delta_t(0,\xi) d\xi]^{-1}. \tag{1}$$

за початкової і кінцевої умов

$$t = 0, S(0) = S_0;\ t = t_*,\ b(t_*) = h. \tag{2}$$

Тут S – змінна площа тріщини; S_0 – її початкова величина; L – контур тріщини; A_{2t}, m – характеристики низькотемпературної повзучості [9, 10]; $\delta_t(0,\xi)$ – поточне розкриття тріщини в зоні передруйнування; δ_{CC} – критичне значення $\delta_t(0,\xi)$; ξ – поточна координата вздовж контуру тріщини довжини L.

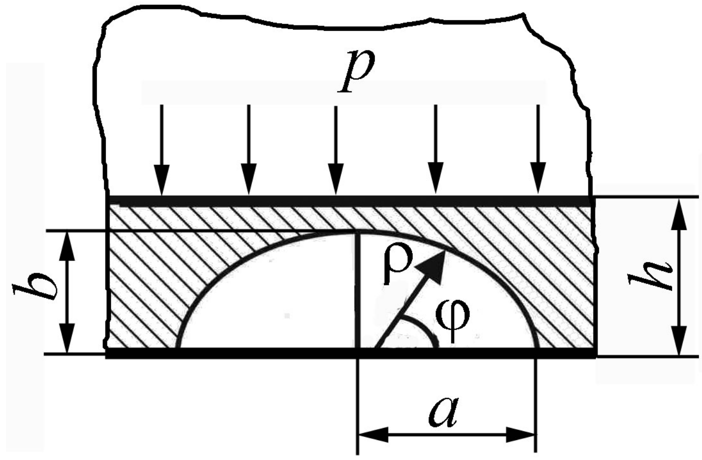

Рис. 1. Схема навантаження ємності підвищеного тиску з поверхневою півеліптичною тріщиною.

Використовуючи результати праці [11] і вважаючи тріщину макроскопічною, математичну задачу (1), (2) можемо прозоріше записати в полярних координатах ρ, φ (рис. 1) так

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = f(\lambda)\left(1 + \rho^{-2}\left(\frac{\partial \rho}{\partial \varphi}\right)^2\right)^{1/2}; \quad f(\lambda) = \frac{A_{2t}(\lambda^{2m} - \lambda_{thc}^{2m})}{1 - \lambda^2}; \tag{3}$$

$$\lambda = \frac{\delta_t}{\delta_{CC}} = \frac{K_I^2}{K_{CC}^2}; \qquad \lambda_{thc} = \frac{\delta_{thc}}{\delta_{CC}} = \frac{K_{thc}^2}{K_{CC}^2}$$

за початкових і кінцевих умов

$$\begin{aligned} &t = 0; \qquad \rho(0, \varphi) = \rho_0(\varphi); \\ &t = t_*; \qquad \rho(t_*, 0,5\pi) = h. \end{aligned} \tag{4}$$

Тут K_I – коефіцієнт інтенсивності напружень (КІН) біля контуру тріщини; K_{CC} – його критичне значення за низькотемпературної повзучості (верхнє порогове значення на кінетичній діаграмі поширення тріщини низькотемпературної повзучості [9, 10]); K_{thc} – значення K_I, за якого не буде поширення тріщини низькотемпературної повзучості (нижнє порогове значення на кінетичній діаграмі поширення тріщини низькотемпературної повзучості [9, 10]); $\rho = \rho_0(\varphi)$ – рівняння початкового контуру тріщини. У залежності від конфігурації ємності визначення K_I пов'язане з великими математичними трудностями. Для спрощення розв'язку задачі вважаємо, що розміри тріщини a, b і товщина стінки h набагато менші від найменших діаметрів ємності. Тоді розрахунковою моделлю для визначення залишкового ресурсу $t = t_*$ ємності буде задача про визначення періоду докритичного росту півеліптичної тріщини низькотемпературної повзучості в стінці пластини товщини h (рис. 2) , яка розтягується рівномірно розподіленими зусиллями інтенсивності p. При цьому вважаємо, що зусилля p рівнюють середнім значенням нормальних напружень в площині тріщини стінки ємності. Нижче розв'язано таку задача для пластини.

Поверхнева півеліптична тріщина в пластині. Розглянемо пластину товщини *h*, яка послаблена поверхневою півеліптичною тріщиною з півосями a_0 і b_0 ($a_o > в_o$) (рис. 2) і виготовлена із полімерного композиційного матеріалу (величини K_{CC} = 11,11 МПа$\sqrt{\text{м}}$; K_{CC} = 5,78 МПа$\sqrt{\text{м}}$; $m \approx 0,7$; $A_{2t} \approx 0,013$ м/год [6]). Вважається, що така пластина розтягується за низьких температур у нескінченно віддалених точках рівномірно розподіленими довготривалими зусиллями інтенсивності p, які напрямлені перпендикулярно до площини поширення тріщини. Задача полягає у визначенні такого часу $t = t_*$, за досягнення якого контур тріщини низькотемпературної повзучості досягне протилежної поверхні. Як було сказано вище, дана задача є розрахунковою моделлю для визначення залишкового ресурсу тонкостінних ємностей довготривалого тиску з поверхневими тріщинами.

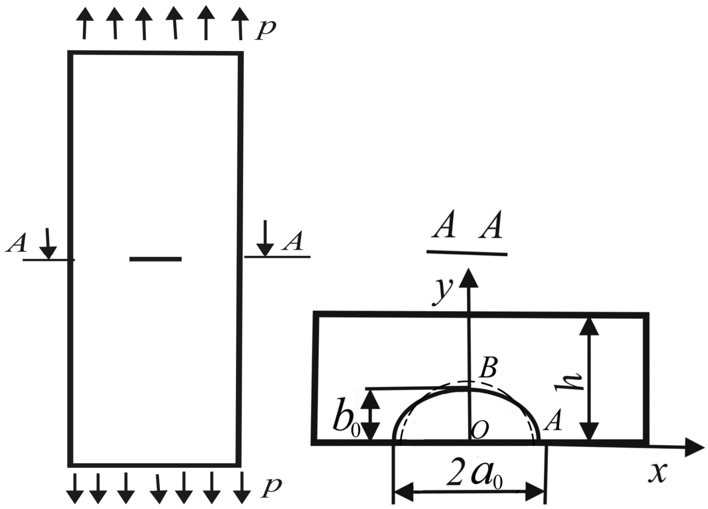

Рис. 2. Схема розтягу товстої пластини з поверхневою півеліптичною тріщиною.

Розв’язок сформульованої вище математичної задачі (3), (4) пов’язаний зі значними математичними труднощами, оскільки необхідно розв’язувати нелінійне диференціальне рівняння в часткових похідних. Якщо припустити, що під час поширення тріщина низькотемпературної повзучості залишається весь час півеліптичної конфігурації, то математична задача (3), (4) спроститься і зведеться до наступної системи звичайних диференціальних рівнянь

$$\begin{cases} \dfrac{da}{dt} = \dfrac{A_{2t} K_{CC}^2}{K_{CC}^{2m}} \dfrac{K_{IA}^{2m}(a,b) - K_{thc}^{2m}}{K_{CC}^2 - K_{IA}^2(a,b)} \\ \dfrac{db}{dt} = \dfrac{A_{2t} K_{CC}^2}{K_{CC}^{2m}} \dfrac{K_{IB}^{2m}(a,b) - K_{thc}^{2m}}{K_{CC}^2 - K_{IB}^2(a,b)} \end{cases} \tag{5}$$

за початкових і кінцевих умов

$$\begin{aligned} &t = 0,\ a(0) = a_0,\ b(0) = b_0; \\ &t = t_*,\ b(t_*) = h. \end{aligned} \tag{6}$$

Тут $K_{IA}(a,b),\ K_{IB}(a,b)$ – коефіцієнти інтенсивності напружень біля контуру тріщини, відповідно в точках A і B (рис. 2), які на основі праці [12] визначаються так:

$$K_{IA} = p\sqrt{\pi b}\,\frac{M}{\Phi} S\,,\ K_{IB} = p\sqrt{\pi b}\,\frac{M}{\Phi}\,,$$

$$M = (1{,}13 - 0{,}09\lambda) + \left(-0{,}54 + \frac{0{,}89}{0{,}2+\lambda}\right)\varepsilon^2 + \left(0{,}5 - \frac{1}{0{,}65+\lambda} + 14{,}0(1-\lambda)^{2{,}4}\right)\varepsilon^4, \tag{7}$$

$$\Phi = \sqrt{1 + 1{,}464\lambda^{1{,}65}},\ S = \left(1{,}1 + 0{,}35\varepsilon^2\right)\sqrt{\lambda}\,,\ \lambda = \frac{b}{a}, \varepsilon = \frac{b}{h}.$$

Математичну задачу (5), (6) набагато простіше в розв’язати порівняно з задачею (3), (4), наприклад чисельно відомим методом Рунге-Кута. Разом з тим розв’язок даної задачі можна спростити ще більше, не втрачаючи при цьому потрібної для інженерних розрахунків точності. Для цього застосуємо метод еквівалентних площ [11], згідно якого зміна площі внаслідок поширення тріщини низькотемпературної повзучості, конфігурації що розглядається, буде наближено такою, як для півкругової тріщини радіуса a такої ж початкової площі і швидкість поширення точок контуру якої буде наближено однакова.

Замінюючи дану задачу модельною, в якій контур тріщини в пластині півколовий радіуса a обмежує площу рівновелику півеліптичній реальної тріщини, вибираєм найбільше значення КІН вздовж такого кругового контуру, а саме [12]

$$K_I = 2p\sqrt{a\pi^{-1}}F(\varepsilon),\ \ F(\varepsilon) = (1{,}01 + 0{,}067\varepsilon^3)(1{,}57 - 0{,}51e^{-0{,}21\varepsilon^2}),\ \varepsilon = ah^{-1}. \quad (8)$$

Підставляючи (8) в (3), для визначення періоду докритичного росту тріщини низькотемпературної повзучості $t = t_*$ отримаємо таке рівняння

$$\frac{d\varepsilon}{dt} \approx \frac{A_{2t}h^{-1}K_{CC}^{-2m}[(4p^2\pi^{-1}F^2(\varepsilon))^m - K_{thc}^{2m}]}{1 - K_{CC}^{-2}4p^2a\pi^{-1}F^2(\varepsilon)} \quad (9)$$

при початковій і кінцевій умовах

$$t = 0, \qquad \varepsilon = \varepsilon_0 = h^{-1}\sqrt{a_0 b_0}; \quad (10)$$
$$t = t_* \qquad \varepsilon = 1.$$

Для визначення $t = t_*$ проінтегруємо (9) в межах заданих початкової і кінцевої умов (10). В результаті отримаємо

$$t_* = A_{2t}^{-1}hK_{CC}^{2m}\int_{\varepsilon_0}^{1}\frac{(1 - K_{CC}^{-2}4p^2a\pi^{-1}F^2(\varepsilon))}{[(4p^2\pi^{-1}F^2(\varepsilon))^m - K_{thc}^{2m}]}d\varepsilon. \quad (11)$$

Підставимо в (11) дані кінетичної діаграми поширення тріщини низькотемпературної повзучості в полімерній пластині [9] (див. вище представлені дані), прийнявши $h = 0{,}04$ м, $p = 30$ МПа. Тоді співвідношення (11) набуде вигляду

$$t_* = 7{,}676\int_{\varepsilon_0}^{1}\frac{1 - 0{,}371\varepsilon F^2(\varepsilon)}{1{,}247\varepsilon^{0{,}7}F^{1{,}4}(\varepsilon) - 1}d\varepsilon. \quad (12)$$

За допомогою формули (12) на рис. 3 побудована графічна залежність періоду докритичного росту тріщини повзучості t_* від її початкового розміру.

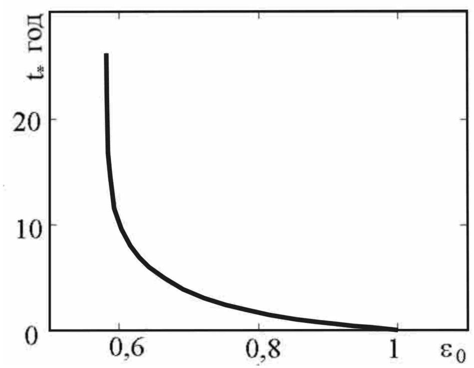

Рис. 3. Графічна залежність періоду t_* докритичного росту в пластині поверхневої тріщини повзучості від її початкового розміру ε_0.

Як видно з рис. 3, незначне збільшення початкового розміру тріщини значно зменшує період докритичного росту тріщини повзучості (залишковий ресурс пластини).

ВИСНОВКИ

1. На підставі раніше розробленого енергетичного підходу сформульована розрахункова модель для визначення ресурсу ємності підвищеного тиску з поверхневою тріщиною низькотемпературної повзучості. В основу моделі покладений розв'язок методом еквівалентних площ задачі про визначення періоду докритичного росту поверхневої півеліптичної тріщини низькотемпературної повзучості у пластині за її довготривалого розтягу.
2. Проведено конкретні розрахунки залишкового ресурсу ємності з полімерного матеріалу і побудована відповідна його залежність від початкового розміру тріщини.

1. Garofalo F. Fundamentals of creep and creep-rupture in metals. – New York - London: Mac Millan Company, 1970. – 343 p.
2. Лепин Г.Ф. Ползучесть металлов и критерии жаропрочности. – М.: Металлургия, 1976. – 375 с.
3. Тайра С., Отани Р. Теория высокотемпературной прочности материалов. – М.: Металлургия, 1986. – 280 с.
4. Jakowluk A. Procesy pelzania i zmęczenia w materiałach. – Warszawa: WNT, 1993. – 271 S.
5. Надаи А. Пластичность и разрушение твёрдых тел. – т.2. – М. : Мир, 1969. – 863 с.
6. Каминский А.А. Механика разрушения вязкоупругих тел . – К.: Наук. думка, 1980. – 157 с.
7. Андрейків О.Є, Сас Н.Б. Механіка руйнування металічних пластин при високотемпературній повзучості . Фіз.-хім. механ. матеріалів. – 2006. №2. – С. 62-68.
8. Андрейків О.Є., Сас Н.Б. Математична модель для визначення періоду докритичного поширення тріщин високотемпературної повзучості в твердих тілах. //Доп. НАН України/ – 2006. − №5 – С. 47–52.
9. Андрейків О., Скальський В., Матвіїв Ю., Крадінова Т. Визначення довговічності трьохвимірних тіл з тріщинами за довготривалого статичного навантаження. //Машинознавство. – 2011. – №6. – С. 18–24.
10. Андрейків О.Є., Скальський В.Р., Матвіїв Ю.Я., Крадінова Т.А. Довговічність пластин з тріщинами за довготривалого статичного навантаження // Фізико-хімічна механіка матеріалів. – 2012. – № 1. – С 39–46.
11. Андрейків О.Є., Сас Н.Б. Докритичний ріст плоскої тріщини в тривимірному тілі за високотемпературної повзучості // Фізико-хімічна механіка матеріалів. – 2008. – №2. – С. 19–26.
12. Справочник по коэффициентам интенсивности напряжений / Под. ред. Мураками. – М.: Мир, 1990. – Т.1,2. – 1016 с.