

УДК 666.965.2.022.5-434

Є.О. Трейман, Ю.В. Клак

Луцький національний технічний університет

## МОДЕЛЮВАННЯ ДВОХФРАКЦІЙНОГО ОКАТАНОГО ЗАПОВНЮВАЧА ДЛЯ КОНГЛОМЕРАТНИХ МАТЕРІАЛІВ

**Постановка проблеми.** В багаточисельних роботах дослідників розглянуто ряд варіантів укладки зерен заповнювача. Наявність великої кількості робіт по цьому питанню підкреслює важливість проблеми. В основу досліджень авторами ставляться різні критерії якості укладки заповнювача.

**Аналіз останніх досліджень та публікацій.** Можна стверджувати, що ідеальним заповнювачем є такий, в якому здійснюється ефективне зчеплення заповнювача з цементним каменем [1, 2, 3]. В таких роботах увага концентрується на властивостях поверхні частинок заповнювача. Інші автори звертають головну увагу на вплив щільності укладки зерен заповнювача на якість виробів. Проблема пошуків ідеальних варіантів наштовхується на велику різноманітність природних матеріалів як по гранулометричному, так і по мінералогічному складу. Не виключена роль форми частинок заповнювача. Штучний підбір найбільш щільного пакування зерен заповнювача не завжди економічно обґрунтовується і може бути доцільним тільки для спеціальних робіт, де потрібна надвисока щільність виробів.

**Постановка завдання.** Дана робота є продовженням досліджень, описаних в [4]. В ній пропонується теоретичне дослідження пустотності двохфракційного заповнювача для конгломератних матеріалів. Укладка окатаних зерен заповнювача також моделюється у вигляді впорядкованої системи.

З метою дослідження впливу на пустотність такої двохфракційної системи відносної різниці у розмірах зерен, що належать до різних фракцій, було прийнято наступне: одна з фракцій (що трактується в роботі першою) розглядається як така, що складена з однакових зерен радіуса, рівного умовній одиниці ( $r_1 = 1$ ). Розмір зерен другої фракції, що попадають у пустоти між зернами першої в кількості по одному зерну на кожен міжзернову пустоту, міняється від  $r_2 = 0$  до кінцевої величини. При цьому досліджується ефективність заповнення міжзернових пустот і пустотність аналізованої системи в цілому для випадку, коли зерна першої фракції укладені у вигляді щільнішої кубічної (або щільнішої гексагональної) упаковки.

**Основна частина.** Різниця між вказаними упаковками полягає в характері розташування структурних елементів, але в обох випадках кількість структурних тетраедрів вдвічі більше кількості октаедрів і дорівнює числу зерен першої фракції. Звідси витікає, що і міжзернові пустоти, що знаходяться всередині вказаних структурних елементів, для обох цих упаковок будуть однаковими (рис.1).

При безсистемній укладці зерен реального заповнювача може статися, що в окремих частках об'єму конгломерату виникнуть одиничні тетраедри або октаедри самостійно.

Тому аналіз даної моделі двохфракційного заповнювача треба почати з аналізу кожного з вище означених елементів окремо.

Виконаємо спочатку детальний аналіз тетраедричної пустоти. Припустимо, що в центрі елементарної тетраедричної пустоти розміщено одне зерно другої фракції (рис. 1,а).

Розмір цього зерна будемо рівномірно змінювати так, щоб його збільшення від нуля до кінцевої величини відбувалося в 2 етапи. Нехай на першому етапі діаметр цього зерна змінюється від нуля до величини, при якій вона доторкнеться поверхні зовнішніх зерен. При цьому його діаметр  $d_2$  стане рівним  $d_2 = 0,225 d_1$ , де  $d_1$  – діаметр зерна першої фракції. Розміри елементарного тетраедра на цьому етапі не змінюються, тому заповнення пустоти відбувається тільки за рахунок росту зерна другої фракції.

Наступний етап збільшення розмірів вписаного в пустоту зерна супроводжується розсуванням зерен першої фракції. Діаметр цього зерна росте, доки його поверхня не доторкнеться

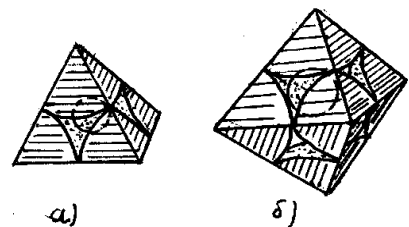


Рис. 1. Структурні елементи щільнішої впорядкованої упаковки однорідних зерен:  
а) елементарний тетраедр;  
б) елементарний октаедр.

увяних граней конструктивного елемента-тетраедра, у вершинах якого знаходяться зерна першої фракції (рис. 2 точки  $M_1, M_2$ ).

Геометричний аналіз показує, що розмір вписаного зерна на другому етапі знаходиться в межах  $0,225 d_1 \leq d_2 \leq 0,4878 d_1$ . Відмітимо, що на другому етапі зерна другої фракції також становляться несучими елементами каркаса, що створюється в конгломераті заповнювача.

Заповнення елементарної тетраедричної порожнини (а в подальшому і октаедричної) будемо оцінювати коефіцієнтом заповнення  $J_T$  цієї порожнини, рівним:

$$J_T = \frac{V_{\text{вн.к.}}}{V_{T.\text{пуст.}}},$$

де:  $V_{\text{вн.к.}}$  - об'єм елементарної кульки,

$V_{T.\text{пуст.}}$  - об'єм елементарної тетраедричної порожнини.

Числові значення коефіцієнта  $J_T$  порожнотності  $\Pi_T$  і об'єму тетраедра  $V_T$  в залежності від розмірів вписаної кульки показані в таблиці 1.

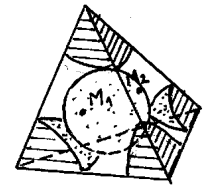


Рис. 2. Мінімальний розмір вписаного зерна

Значення коефіцієнта заповнення, порожнотності і об'єму елементарного тетраедра при  $0 \leq d_2 \leq 0,4878 d_1$ .

Таблиця 1.

Радіус вписаного зерна (при $r_1 = 1$ ) $r_2 = d_2/2$	Коефіцієнт заповнення $J_T$	Порожнотність елементарного тетраедра $\Pi_T, \%$	Об'єм елементарного тетраедра $V_T$
0,000	0,00000	22,03	0,29432
0,600	0,00435	21,93	
0,120	0,03484	21,26	
0,180	0,11758	19,44	
0,225	0,22965	16,97	
0,245	0,23071	16,47	0,9896
0,298	0,27672	24,56	
0,355	0,33728	27,73	
0,419	0,41119	28,84	
0,488	0,49873	27,73	

На рис. 3 показані графіки зміни коефіцієнта заповнення порожнотності і об'єму елементарного тетраедра. Як бачимо  $J_T$  зростає зі збільшенням розмірів вписаного у порожнину зерна як на першому, так і на другому етапах, але завдяки розсувенню зерен на другому етапі інтенсивно зростає і порожнотність тетраедра. З цього слідує, що заповнення такої порожнини зерном з розмірами більше величини  $d_2 = 0,225 d_1$  є невідповідним, бо веде до зменшення густини укладки заповнювача.

Дослідження заповнення одним зерном елементарного октаедра здійснюється аналогічно, тобто процес заповнення можна розділити на два етапи. На першому етапі діаметр вписаного зерна змінюється в межах  $0 \leq d_2 \leq 0,4142 d_1$ .

Граничний розмір діаметра  $d_2$  вписаного зерна на цьому етапі такий, що його поверхня доторкається до зовнішніх зерен. Розміри октаедра і октаедричної порожнини на цьому етапі залишаються незмінними.

При умовному розмірі радіуса зовнішнього зерна, прийнятому як  $r_1 = 1$ , об'єм елементарного октаедра складає  $V_{\text{окт}} = 3,7712$ . на другому етапі, внаслідок розсувенню зовнішніх зерен,

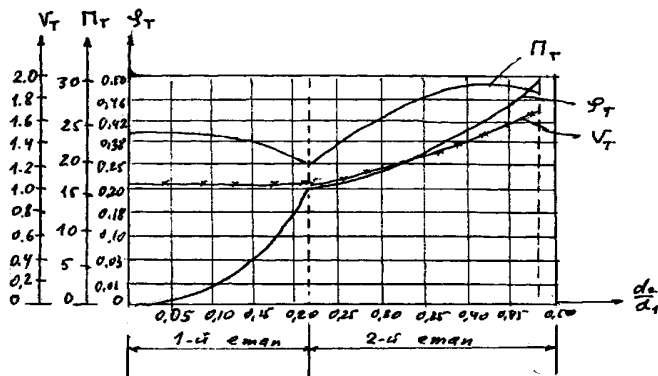


Рис. 3. Коефіцієнт заповнення, порожнотність і об'єм елементарного тетраедра

відбувається збільшення об'єму тетраедра. Розсушення зерен продовжується доти, поки зерно, що вписане у внутрішню область октаедричної порожнечі, не торкнеться своєю поверхнею умовної грані октаедра, в вершинах якого розміщені центри суміжних зерен першої фракції.

Граничною величиною вписаного зерна у цьому випадку являється діаметр  $d_2 = 1,3660 d_1$ . Значення коефіцієнта заповнення  $J_{\text{окт}}$ , порожнечі  $\Pi_{\text{окт}}$ , а також об'єму елементарного тетраедра  $V_{\text{окт}}$  в залежності від розмірів вписаного в порожнечу зерна показані для першого і другого етапів в таблиці 2.

Графіки для коефіцієнта заповнення, порожнечі і об'єму октаедричної порожнечі показані на рис. 4.

Таблиця 2.

Значення коефіцієнта заповнення, порожнечі і об'єму елементарного тетраедра при  $0 \leq d_2 \leq 1,336 d_1$ .

Радіус вписаного зерна (при $r_1 = 1$ ) $r_2 = d_2/2$	Коефіцієнт заповнення $J_{\text{окт}}$	Порожнечість елементарного октаедра $\Pi_{\text{окт}}, \%$	Об'єм елементарного октаедра $V_{\text{окт}}$
0,000	0,00000	27,91	3,7712
0,120	0,00688	27,72	
0,240	0,05502	26,37	
0,360	0,18568	22,73	0,37712
0,489	0,29094	27,75	4,4100
0,589	0,32535	33,19	5,3500
0,790	0,41911	37,43	7,6471
1,050	0,55280	33,19	11,3195
1,366	0,71461	24,36	17,7022

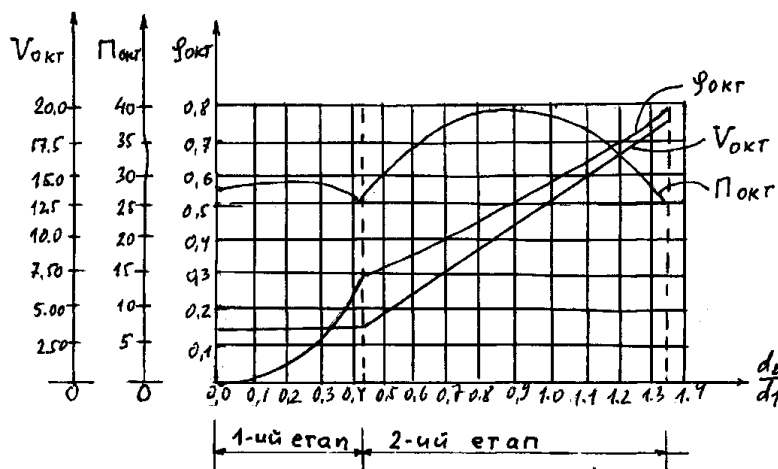


Рис. 4. Коефіцієнт заповнення, порожнечі і об'єму елементарного октаедра

З рис. 4 видно, що коефіцієнт заповнення  $J_{\text{окт}}$  збільшується з ростом розмірів вписаного зерна. Але при введенні другої фракції з метою зменшення порожнечі системи являється ефективним тільки на першому етапі. При розсуванні зерен першої фракції порожнечість октаедра після переходу за величину  $d_2 = 0,4142 d_1$  відразу починає різко зростати і при  $d_2 = 0,5 d_1$  вже перебільшує початкову величину. Таким чином, введення другої фракції з

$d_2 > 0,4142 d_1$  не тільки не знижує порожнечі конструктивного елемента, що розглядається, а навіть збільшує її на значній частці другого етапу, за виключенням участка  $0,8 d_1 \leq d_2 \leq 1,366 d_1$ , тобто там, де введення другої фракції втрачає практичний сенс.

Перейдемо тепер до аналізу упаковки зерен першої фракції в цілому, при припущенні, що у міжзерновій порожнечі введено по одному зерну другої фракції. Вище було зазначено, що конструктивними елементами першої фракції в цій упаковці існують і тетраедри і октаедри, що чередуються у просторі. При цьому одному октаедру відповідає два тетраедри. Розглянемо тому комплексний конструктивний елемент, що складається з двох тетраедрів і одного октаедра (рис. 5).

Треба врахувати, що при аналізі даної упаковки зерен першої фракції існування комплексного елемента без збільшення по розмірах теоретично можливо тільки до величини  $d_2 = 0,225 d_1$ , подальше збільшення діаметра зерна другої фракції викликає розсовування

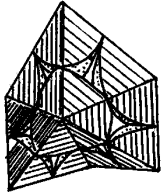


Рис. 5. Комплексний конструктивний елемент максимально щільного упакування

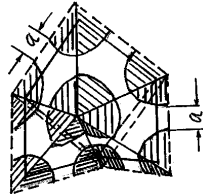


Рис. 6. Схема розсовування зерен комплексного конструктивного елемента на величину „а”

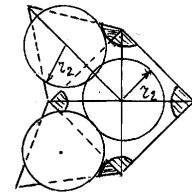


Рис. 7. Гранична величина зерен другої фракції у комплексному конструктивному елементі

зовнішніх зерен тетраедра, як це було відмічено раніше при аналізі даного елемента. Виходячи з умови сумісного існування у комплексному елементі тетраедрів, що розглядаються, збільшення розмірів тетраедра супроводжується збільшенням розмірів і октаедра (рис. 6).

Необхідно приймати до уваги, що зерна, які вписуються у тетраедр, швидше досягають граничної величини, виходячи своєю поверхнею на грані тетраедра, ніж зерна, що знаходяться у внутрішній зоні октаедра. При сумісному існуванні в даному типі упаковки тетраедрів і октаедрів розміри вписаних в октаедри зерен можуть зростати далі доки не торкнуться до поверхні суміжних зерен, що знаходяться у внутрішній зоні октаедрів (рис. 7).

Граничний розмір зерен другої фракції при цьому дорівнює  $r_2 = 1.0$ , а двофракційна упаковка перероджується в однофракційну, в якій зерна укладені у вигляді об'ємно центрованих впорядкованих упаковок з пустотністю, що дорівнює 31,99 %.

Величина коефіцієнта заповнення, пустотності і об'єму комплексного конструктивного елемента в залежності від розмірів вписаних зерен представлені в таблиці 3.

Таблиця 3.

Значення коефіцієнта заповнення, пустотності і об'єму комплексного конструктивного елемента

Радіус вписаного зерна (при $r_1 = 1$ ) $r_2 = d_2/2$	Коефіцієнт заповнення J	Пустотність комплексного конструктивного елемента П, %	Об'єм комплексного елемента
0,000	0,00000	25,95	5,6576
0,120	0,01479	25,56	
0,225	0,09750	26,42	
0,2978	0,12937	32,98	6,7277
0,4186	0,19890	42,23	8,7888
0,4878	0,24349	44,69	10,1402
0,600	0,32141	45,37	12,6301
0,800	0,46629	40,95	17,9831
1,000	0,61350	31,99	24,6632

Значення коефіцієнта заповнення, пустотності і об'єму конструктивного елемента в залежності від розмірів вписаних у пустоту зерен показано графічно на рис. 8.

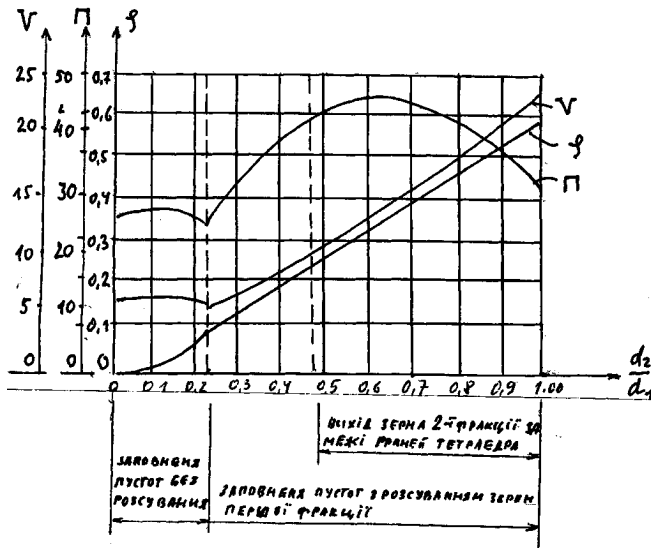


Рис. 8. Коефіцієнт заповнення, пустотність і об'єм комплексного конструктивного елемента

Характеристики

комплексного конструктивного елемента відображають властивості упаковки, що розглядається в цілому. Тому графіки, приведені на рис. 8, можна використовувати для оцінки пустотності даного виду упаковки в залежності від розмірів зерен другої фракції, введеної в систему у кількості одного зерна на кожну пустоту. Зрозуміло, що в області, де розміри зерен другої фракції дорівнюють

$0 \leq d_2 \leq 0,225 d_1$ , пустотність двохфракційної системи є мінімальною.

Подальше зростання розмірів зерен другої фракції приводить до різкого росту пустотності системи. При  $d_2 \leq 0,5 d_1$  пустотність системи становиться максимальною, значно перевищуючи величину, що вона має при однофракційній найплотнішій упаковці зерен.

На підставі цих міркувань можна зробити важливий для практики висновок про те, що досягнути найбільш ефективного ущільнення двохфракційної системи з фракцій, що розрізняються по розмірах зерен вдвічі (а це відповідає стандартному співвідношенню суміжних ситових фракцій), неможливо.

При подальшому збільшенні  $d_2$  пустотність системи починає зменшуватись, але в обмежених границях і в області, що є перспективною для практики.

Відмітимо, що коефіцієнт заповнення ефективно відображає стан пустотності тільки в області  $d_2$ , що включає розсування зерен першої фракції. При наяві ефекту розсування збільшення цього коефіцієнта не є свідомством зниження пустотності системи в цілому.

### Висновки:

1. Пустотність двохфракційного заповнювача, модельованого зернами кулькового форми однакових розмірів в межах кожної фракції суттєво залежить від співвідношення між розмірами та відносною кількістю в суміші зерен суміжних фракцій.
2. Для максимально щільного гексагонального (кубічного) початкового упакування зерен однієї з фракцій найменша пустотність двохфракційної моделі заповнювача при умові, що в кожну міжзернову пустоту попадає по одному зерну другої фракції, має місце при співвідношенні діаметрів зерен суміжних, що дорівнює  $d_1/d_2 = 0,225$ .
3. Співвідношення між зернами суміжних фракцій, що практикується у сучасній промисловості, що дорівнює 1:0,5, не забезпечує одержання сумішей з мінімальною пустотністю.

1. Гордон С.С. Структура и свойства тяжелых бетонов на различных заполнителях. – М.: Стройиздат, 1969.
2. Виноградов Б.Н. Влияние заполнителей на свойства бетонов. – М.: Стройиздат, 1979.
3. Горчаков Г.И. и др. Состав, структура и свойства цементных бетонов. – М.: Стройиздат, 1976.
4. Трейман Є.О. Дослідження пустотності двохфракційного окатаного заповнювача для конгломератних матеріалів. // Науковий журнал: Технологічні комплекси. – Луцьк. – 2010. – №