

УДК 539.3

К.П. Музичук

Рівненський державний гуманітарний університет

НАПРУЖЕНИЙ СТАН КУСКОВО-ОДНОРІДНОЇ ПЛАСТИНКИ З ДВОМА КРИВОЛІНІЙНИМИ РОЗРІЗАМИ, БЕРЕГИ ЯКИХ КОНТАКТУЮТЬ ПРИ ЗГІНІ

Розглянуто мішану контактну задачу для нескінченної ізотропної пластинки з криволінійним отвором і абсолютно жорсткого диска, при наявності на лінії спаю двох розрізів, береги яких контактують за дії згинального навантаження на пластинку чи диск. Математичну модель задачі побудовано у вигляді системи сингулярних інтегрально-диференціальних рівнянь з логарифмічними ядрами для визначення функцій, через які виражаються контактні зусилля і моменти між пластинкою і диском.

Методом механічних квадратур і колокації досліджується вплив на величину зон контакту та розподіл компонентів напруженого стану по контуру отвору пластинки величини зон спаю, форми отвору, зовнішнього навантаження.

Ключові слова: *ізотропна пластинка, жорсткий диск, береги розрізу, напружений стан, ділянка контакту, інтегрально-диференціальні рівняння.*

Міцність і довговічність пластинчастих елементів інженерних конструкцій у вигляді нескінченної ізотропної пластинки з впаєм в неї жорстким чи пружним диском, суттєво залежить від наявності на межі поділу матеріалів різних дефектів, наприклад, розрізів або тріщин. Відомо, що вони є потужними концентраторами напружень і можуть призвести до передчасного руйнування конструкцій.

При згині таких пластин рівномірно розподіленими моментами на нескінченності чи зосередженим моментом в центрі диска, береги розрізів можуть змикатися частково або по всій довжині. При дослідженні конструкцій з подібними дефектами важливо з'ясувати, за яких умов забезпечується їх герметичність і непроникність.

Модельовання контакту берегів тріщин при згині пластин у науковій літературі подається в різних постановках. В роботах [1, 2] запропоновано модель, відповідно до якої контакт берегів тріщини відбувається по лінії на одній з основ пластинки. Такий підхід використано в [3] при розв'язанні задачі про двосторонній циліндричний згин однорідної ізотропної пластинки з двома тріщинами по дузі кола.

Згин кусково-однорідної конструкції з одним криволінійним розрізом між ізотропною пластинкою і абсолютно жорстким (пружним) диском досліджується в [4]. Аналогічна задача за наявності на межі поділу матеріалів двох криволінійних розрізів з контактуючими берегами в науковій літературі не розглядалася.

Постановка задачі. Граничні умови. Розглянемо нескінченну ізотропну пластинку товщиною $2h$ з симетричним криволінійним отвором, обмеженим гладким контуром Γ .

Систему прямокутних $Oxuz$ і полярних (r, δ) координат оберемо так, щоб початок відліку співпадав з центром отвору, а полярна вісь – з віссю абсцис. Вісь Oz спрямована вниз. Вважаємо, що осі Ox , Oy розміщені в середній площині пластинки.

Нехай на ділянках $[\alpha_1^*; \beta_1^*] \cup [-\alpha_1^*; -\beta_1^*]$ пластинку спаяно з диском. На решті контуру отвору Γ наявні два наскрізні розрізи, симетричні відносно осі Ox . Допустимо, що береги розрізів на ділянках $[-\alpha_0^*; \alpha_0^*]$ та $[\pi - \beta_0^*; \pi + \beta_0^*]$ гладко контактують по лінії на одній з основ пластинки за дії на нескінченності рівномірно розподілених моментів M_1 , M_2 в напрямках координатних осей або прикладеної в центрі диска пари сил з моментом M_y , (рис. 1). Тут $-\alpha_0^*$, α_0^* , $\pi - \beta_0^*$, $\pi + \beta_0^*$, α_1^* , β_1^* , $-\alpha_1^*$, $-\beta_1^*$ - полярні кути кінців ділянок контакту та спаю.

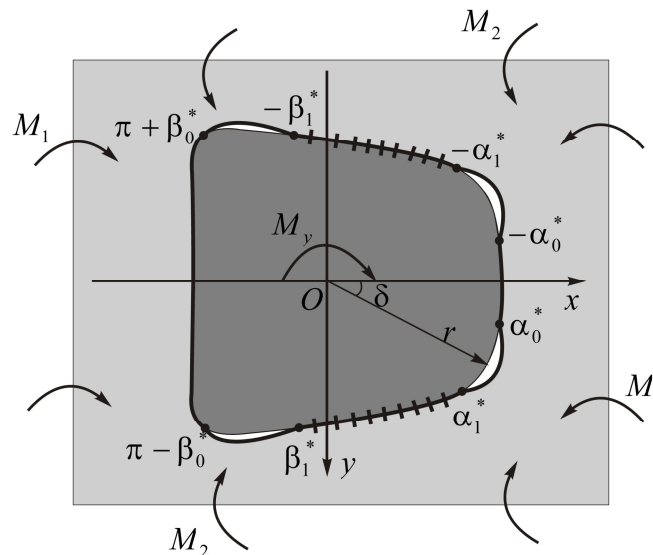


Рис. 1. Розрахункова схема пластинки

Розв'язок поставленої задачі передбачає визначення величини розрізів, для яких при заданому навантаженні: забезпечується повний контакт їх берегів; в межах розрізів або на їх кінцях виникатимуть точки, в яких контактні зусилля і моменти дорівнюють нулю; в межах кожного із розрізів виникають ізольована зона контакту і дві ділянки відставання. Для кожного з цих випадків необхідно визначити напружений стан на контурі Γ .

Будемо вважати, що форма отвору в пластинці визначається функцією [5]

$$\omega(\xi) = R_0 \left(\xi + \frac{\varepsilon_1}{\xi} + \frac{\varepsilon_2}{\xi^2} + \frac{\varepsilon_3}{\xi^3} \right), \quad (1)$$

яка здійснює конформне відображення зовнішності S^- одиничного кола γ в площині $\xi = \rho e^{i\lambda}$ на область, яку займає середня площина пластинки в площині xOy . Тут R_0 – характерний розмір отвору (для спрощення викладу вважаємо, що $R_0 = 1$); $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ – параметри, які характеризують відхилення контуру Γ від кола ($|\varepsilon_1 + 2\varepsilon_2 + 3\varepsilon_3| < 1$); (ρ, λ) – полярна система координат в площині ξ ; $i = \sqrt{-1}$.

Враховуючи, що контакт берегів розрізів між пластинкою та диском гладкий і відбувається по лінії на одній з основ пластинки, а на ділянках спаю має місце ідеальний механічний контакт, граничні умови задачі на підставі [4, 6] можна обрати у такому вигляді

$$a(\lambda) \left(U + h \frac{\partial w}{\partial x} \right) + b(\lambda) \left(V + h \frac{\partial w}{\partial y} \right) = a(\lambda) \left(U^0 + h \frac{\partial w^0}{\partial x} \right);$$

$$S_{\rho\lambda} = P = 0; M_\rho = -hT_\rho, \lambda \in [-\alpha_0; \alpha_0]; \quad (2)$$

$$U + iV = U^0; \frac{\partial w}{\partial x} + i \frac{\partial w}{\partial y} = \frac{\partial w^0}{\partial x}, \lambda \in [\alpha_1; \beta_1] \cup [-\alpha_1; -\beta_1]; \quad (3)$$

$$a(\lambda) \left(U \pm h \frac{\partial w}{\partial x} \right) + b(\lambda) \left(V \pm h \frac{\partial w}{\partial y} \right) = a(\lambda) \left(U^0 \pm h \frac{\partial w^0}{\partial x} \right);$$

$$S_{\rho\lambda} = P = 0; M_\rho = \mp hT_\rho, \lambda \in [\pi - \beta_0; \pi + \beta_0], \quad (4)$$

де

$a(\lambda) = \cos \lambda - \varepsilon_1 \cos \lambda - 2\varepsilon_2 \cos 2\lambda - 3\varepsilon_3 \cos 3\lambda$; $b(\lambda) = \sin \lambda + \varepsilon_1 \sin \lambda + 2\varepsilon_2 \sin 2\lambda + 3\varepsilon_3 \sin 3\lambda$;
 U, V – компоненти вектора зміщення контурних точок пластинки; $\frac{\partial w}{\partial x}, \frac{\partial w}{\partial y}$ – кути повороту нормалі до середньої площини пластинки в напрямках координатних осей; w – прогин пластинки; $T_\rho, S_{\rho\lambda}$ – нормальні та дотичні зусилля; M_ρ, P – нормальні та узагальнені дотичні

згинальні моменти; U^0 , $\frac{\partial w^0}{\partial x}$ – зміщення і кут повороту диска як жорсткого цілого в напрямку осі Ox ; $[-\alpha_0; \alpha_0]$, $[\alpha_1; \beta_1] \cup [-\alpha_1; -\beta_1]$, $[\pi - \beta_0; \pi + \beta_0]$ – образи ділянок $[-\alpha_0^*; \alpha_0^*]$, $[\alpha_1^*; \beta_1^*] \cup [-\alpha_1^*; -\beta_1^*]$, $[\pi - \beta_0^*; \pi + \beta_0^*]$ при відображенні (1).

У співвідношеннях (4) верхній знак відповідає навантаженню на нескінченності, а нижній – навантаженню в центрі диска.

Інтегральні рівняння задачі. Компоненти вектора зміщення та кута повороту нормалі в напрямках координатних осей в контурних точок пластинки [4, 7] при заданому навантаженні з урахуванням симетрії задачі відносно осі Ox можна записати у вигляді

$$\begin{aligned}
 U_\Gamma &= \frac{1}{2Eh} \left\{ (1-\nu) \int_0^\lambda f_1'(t) dt + \frac{2}{\pi} \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} f_2'(t) \ln \sin \frac{\lambda-t}{2} dt + \right. \\
 &+ \left. \frac{2}{\pi} \int_{\alpha_1}^{\beta_1} f_4'(t) \left(\ln \sin \frac{\lambda-t}{2} + \ln \sin \frac{\lambda+t}{2} \right) dt + \frac{2}{\pi} \int_{-\beta_0}^{\beta_0} f_6'(t) \ln \cos \frac{\lambda-t}{2} dt + T_1(\lambda) + C_1 \right\}; \\
 V_\Gamma &= \frac{1}{2Eh} \left\{ (1-\nu) \int_0^\lambda f_2'(t) dt - \frac{2}{\pi} \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} f_1'(t) \ln \sin \frac{\lambda-t}{2} dt - \right. \\
 &- \left. \frac{2}{\pi} \int_{\alpha_1}^{\beta_1} f_3'(t) \left(\ln \sin \frac{\lambda-t}{2} - \ln \sin \frac{\lambda+t}{2} \right) dt - \frac{2}{\pi} \int_{-\beta_0}^{\beta_0} f_5'(t) \ln \cos \frac{\lambda-t}{2} dt - T_2(\lambda) \right\}; \\
 \frac{\partial w}{\partial x} &= \frac{k}{3+\nu} \left\{ (1+\nu) \int_0^\lambda g_1'(t) dt - \frac{2}{\pi} \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} g_2'(t) \ln \sin \frac{\lambda-t}{2} dt - \right. \\
 &- \left. \frac{2}{\pi} \int_{\alpha_1}^{\beta_1} g_4'(t) \left(\ln \sin \frac{\lambda-t}{2} + \ln \sin \frac{\lambda+t}{2} \right) dt - \frac{2}{\pi} \int_{-\beta_0}^{\beta_0} g_6'(t) \ln \cos \frac{\lambda-t}{2} dt + F_0(\lambda) + C_3 \right\}; \\
 \frac{\partial w}{\partial y} &= \frac{k}{3+\nu} \left\{ (1+\nu) \int_0^\lambda g_2'(t) dt + \frac{2}{\pi} \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} g_1'(t) \ln \sin \frac{\lambda-t}{2} dt + \right. \\
 &+ \left. \frac{2}{\pi} \int_{\alpha_1}^{\beta_1} g_4'(t) \left(\ln \sin \frac{\lambda-t}{2} - \ln \sin \frac{\lambda+t}{2} \right) dt + \frac{2}{\pi} \int_{-\beta_0}^{\beta_0} g_6'(t) \ln \cos \frac{\lambda-t}{2} dt + F_1(\lambda) \right\}, \quad \lambda \in \gamma. \quad (5)
 \end{aligned}$$

Тут C_1, C_3, \tilde{C}_1 – довільні сталі; E, ν – модуль Юнга і коефіцієнт Пуассона матеріалу пластинки;

$$k = \frac{1}{D(1-\nu)}; \quad D = \frac{2Eh^3}{3(1-\nu^2)} \text{ – циліндрична жорсткість пластинки; } \chi = \frac{3+\nu}{1-\nu};$$

$$f_1' + if_2' = ih(T_\rho^* + iS_{\rho\lambda}^*)e^{i\lambda}; \quad g_1' + ig_2' = i(M_\rho^* + iP^*)e^{i\lambda}, \quad \lambda \in [-\alpha_0; \alpha_0];$$

$$f_3' + if_4' = ih(T_\rho^* + iS_{\rho\lambda}^*)e^{i\lambda}; \quad g_3' + ig_4' = i(M_\rho^* + iP^*)e^{i\lambda}, \quad \lambda \in [\alpha_1; \beta_1];$$

$$f_5' + if_6' = ih(T_\rho^* + iS_{\rho\lambda}^*)e^{i\lambda}; \quad g_5' + ig_6' = i(M_\rho^* + iP^*)e^{i\lambda}, \quad \lambda \in [\pi - \beta_0; \pi + \beta_0];$$

$$T_\rho^* + iS_{\rho\lambda}^* = (T_\rho + iS_{\rho\lambda})\omega'(\sigma); \quad M_\rho^* + iP^* = (M_\rho + iP)\omega'(\sigma); \quad \sigma = e^{i\lambda}; \quad (6)$$

$$T_1(\lambda) = 4\varepsilon_3(\tilde{\mu}_1 \cos \lambda - \tilde{\eta}_1 \sin \lambda); \quad T_2(\lambda) = 4\varepsilon_3(\tilde{\mu}_1 \sin \lambda + \tilde{\eta}_1 \cos \lambda);$$

$$F_0(\lambda) = -\frac{3+\nu}{1+\nu}(M_1 + M_2) \cos \lambda + 2(M_2 - M_1) \cos \lambda -$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{1-\nu}{1+\nu}(M_1+M_2)[(\varepsilon_1+\varepsilon_1\varepsilon_3)\cos\lambda+\varepsilon_2\cos 2\lambda+\varepsilon_3\cos 3\lambda]+ \\
& +\frac{1-\nu}{2\pi}M_y(\varepsilon_2\cos\lambda+\varepsilon_3\cos 2\lambda)-\frac{4\varepsilon_3}{k}(\mu_1\cos\lambda-\eta_1\sin\lambda)- \\
& -\tilde{C}_1[(3+\nu)\sin\lambda+(1-\nu)(\varepsilon_1\sin\lambda+\varepsilon_2\sin 2\lambda+\varepsilon_3\sin 3\lambda)]; \\
F_1(\lambda) & =-\frac{3+\nu}{1+\nu}(M_1+M_2)\sin\lambda-2(M_2-M_1)\sin\lambda+ \\
& +\frac{1-\nu}{1+\nu}(M_1+M_2)[(\varepsilon_1+\varepsilon_1\varepsilon_3)\sin\lambda+\varepsilon_2\sin 2\lambda+\varepsilon_3\sin 3\lambda]+\frac{M_y}{2\pi}(1+\nu)\lambda- \\
& -\frac{1-\nu}{2\pi}M_y(\varepsilon_2\sin\lambda+\varepsilon_3\sin 2\lambda)+\frac{4\varepsilon_3}{k}(\mu_1\sin\lambda+\eta_1\cos\lambda)+ \\
& +\tilde{C}_1[(3+\nu)\cos\lambda-(1-\nu)(\varepsilon_1\cos\lambda+\varepsilon_2\cos 2\lambda+\varepsilon_3\cos 3\lambda)]; \\
\tilde{\mu}_1 & =\frac{1}{1-\varepsilon_3}\left(-\frac{1}{2\pi}\int_{-\alpha_0}^{\alpha_0}f'_1(t)\sin tdt-\frac{1}{\pi}\int_{\alpha_1}^{\beta_1}f'_3(t)\sin tdt+\frac{1}{2\pi}\int_{-\beta_0}^{\beta_0}f'_5(t)\sin tdt- \right. \\
& \left. -\frac{1}{2\pi}\int_{-\alpha_0}^{\alpha_0}f'_2(t)\cos tdt-\frac{1}{\pi}\int_{\alpha_1}^{\beta_1}f'_4(t)\cos tdt+\frac{1}{2\pi}\int_{-\beta_0}^{\beta_0}f'_6(t)\cos tdt\right); \\
\tilde{\eta}_1 & =\frac{1}{1+\varepsilon_3}\left(\frac{1}{2\pi}\int_{-\alpha_0}^{\alpha_0}f'_1(t)\cos tdt-\frac{1}{2\pi}\int_{-\beta_0}^{\beta_0}f'_5(t)\cos tdt- \right. \\
& \left. -\frac{1}{2\pi}\int_{-\alpha_0}^{\alpha_0}f'_2(t)\sin tdt+\frac{1}{2\pi}\int_{-\beta_0}^{\beta_0}f'_6(t)\sin tdt\right); \\
\mu_1 & =\frac{k}{\chi+\varepsilon_3}\left(\frac{1}{2\pi}\int_{-\alpha_0}^{\alpha_0}g'_1(t)\sin tdt+\frac{1}{\pi}\int_{\alpha_1}^{\beta_1}g'_3(t)\sin tdt-\frac{1}{2\pi}\int_{-\beta_0}^{\beta_0}g'_5(t)\sin tdt+ \right. \\
& +\frac{1}{2\pi}\int_{-\alpha_0}^{\alpha_0}g'_2(t)\cos tdt+\frac{1}{\pi}\int_{\alpha_1}^{\beta_1}g'_4(t)\cos tdt-\frac{1}{2\pi}\int_{-\beta_0}^{\beta_0}g'_6(t)\cos tdt+ \\
& \left. +\frac{M_2-M_1}{2}-(1-\nu)(\varepsilon_1+\varepsilon_1\varepsilon_2)\frac{M_1+M_2}{4(1+\nu)}+(1-\nu)\varepsilon_2\frac{M_y}{8\pi}\right); \\
\eta_1 & =\frac{k}{\chi+\varepsilon_3}\left(-\frac{1}{2\pi}\int_{-\alpha_0}^{\alpha_0}g'_1(t)\cos tdt+\frac{1}{2\pi}\int_{-\beta_0}^{\beta_0}g'_5(t)\cos tdt- \right. \\
& \left. -\frac{1}{2\pi}\int_{-\alpha_0}^{\alpha_0}g'_2(t)\sin tdt+\frac{1}{2\pi}\int_{-\beta_0}^{\beta_0}g'_6(t)\sin tdt+\varepsilon_1\tilde{C}_1\right). \tag{7}
\end{aligned}$$

Підстановка (5) – (7) у граничні умови (2) – (4) приводить до системи дванадцяти сингулярних інтегральних рівнянь з логарифмічними ядрами для визначення функцій f'_j , g'_j ($j = \overline{1,6}$). Цю систему необхідно доповнити силовою і моментною умовами рівноваги диска та умовою однозначності прогину пластинки [4, 7]

$$\int_{-\alpha_0}^{\alpha_0}f'_2(t)dt+2\int_{\alpha_1}^{\beta_1}f'_4(t)dt+\int_{-\beta_0}^{\beta_0}f'_6(t)dt=0; \tag{8}$$

$$\begin{aligned}
 & \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} g_2'(t) dt + 2 \int_{\alpha_1}^{\beta_1} g_4'(t) dt + \int_{-\beta_0}^{\beta_0} g_6'(t) dt = M_y; \quad (9) \\
 & - \frac{1}{2\pi} \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} g_1'(t) [(\varepsilon_1 - \chi) \cos t + \varepsilon_2 \cos 2t + \varepsilon_3 \cos 3t] dt - \\
 & - \frac{1}{2\pi} \int_{-\beta_0}^{\beta_0} g_5'(t) [-(\varepsilon_1 - \chi) \cos t + \varepsilon_2 \cos 2t - \varepsilon_3 \cos 3t] dt + \\
 & + \frac{1}{2\pi} \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} g_2'(t) [(\varepsilon_1 + \chi) \sin t + \varepsilon_2 \sin 2t + \varepsilon_3 \sin 3t] dt + \\
 & + \frac{1}{2\pi} \int_{-\beta_0}^{\beta_0} g_6'(t) [-(\varepsilon_1 + \chi) \sin t + \varepsilon_2 \sin 2t - \varepsilon_3 \sin 3t] dt + \\
 & + \varepsilon_1 \varepsilon_3 \frac{\eta_1}{k} - \tilde{C}_1 (\chi + \varepsilon_1^2 + 2\varepsilon_2^2 + 3\varepsilon_3^2) = 0. \quad (10)
 \end{aligned}$$

Силова умова (8) служить для визначення сталої $C_1 - 2EhU^0$, моментна умова (9) – сталої $C_3 - \frac{3+\nu}{k} \frac{\partial w^0}{\partial x}$, а стала \tilde{C}_1 визначається з умови (10).

Якщо розв'язок системи стане відомим, то контактні зусилля і моменти на ділянках контакту і спаю знаходяться із співвідношень (6).

Кільцеві зусилля T_λ , моменти M_λ та крутні моменти $H_{\rho\lambda}$ на контурі Γ можна визначити за формулами [4, 7].

Числова реалізація задачі. Точний розв'язок побудованої системи знайти не вдасться. Оскільки вона має таку ж структуру як і відповідна система для кусково-однорідної пластинки з одним криволінійним розрізом на межі поділу матеріалів [4], тому метод механічних квадратур і колокації її наближеного розв'язання переноситься без змін. Цим методом для пластинки ($\nu = 0.3$) з отвором у вигляді криволінійної трапеції ($\varepsilon_1 = 0$; $\varepsilon_2 = 0.1$; $\varepsilon_3 = -0.1$) досліджено вплив на величину зон контакту і напружений стан на контурі отвору величини розрізів і зовнішнього навантаження.

Результати розрахунку контактних зусиль і моментів при повному контактуванні берегів розрізів за умови одностороннього циліндричного згину пластинки моментами $M_1 \neq 0$, $M_2 = 0$ наведені на рис. 2. У нижній частині рисунка побудовано графіки розподілу контактних зусиль і моментів для випадку, коли забезпечується гарантований контакт берегів розрізів по всій довжині ($\alpha_0 = \alpha_1 = 45^\circ$, $hT_\rho(0) = -M_\rho(0) = -1.363M_1$; $\pi - \beta_0 = \beta_1 = 120^\circ$, $hT_\rho(\pi) = -M_\rho(\pi) = -0.932M_1$). Верхня частина рисунка відповідає випадку, коли контакт берегів розрізу порушується в двох симетричних точках. При цьому точки розмикання можуть бути внутрішніми або кінцевими для розрізу. Якщо позначити через $\tilde{\alpha}_0^1$, $\pi - \tilde{\beta}_0^1$ кути, які визначають точки розмикання, то в наведеному прикладі маємо: $\alpha_0 = \alpha_1 = 80.501^\circ$, $\tilde{\alpha}_0^1 = 59.577^\circ$, $hT_\rho(0) = -M_\rho(0) = -1.41M_1$; $\pi - \beta_0 = \beta_1 = 109.491^\circ$, $\pi - \tilde{\beta}_0^1 = 119.475^\circ$, $hT_\rho(\pi) = -M_\rho(\pi) = -0.851M_1$.

На рис. 3 наведені результати розрахунку компонентів напруженого стану на контурі для випадку часткового контактування берегів розрізів при $\alpha_1 = 83^\circ$, $\beta_1 = 88^\circ$. Для таких ділянок спаю визначено: $\alpha_0 = 47.708^\circ$, $hT_\rho(0) = -M_\rho(0) = -1.388M_1$; $\beta_0 = 50.27^\circ$, $hT_\rho(\pi) = -M_\rho(\pi) = -0.849M_1$.

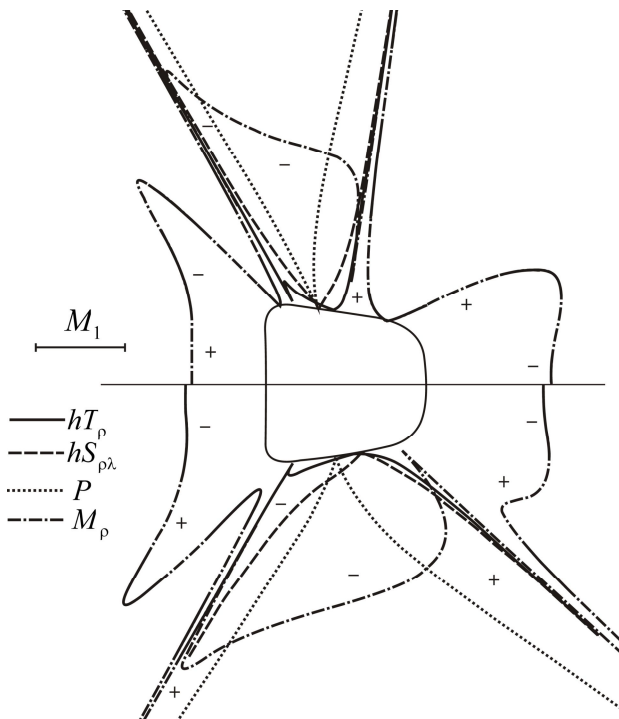


Рис. 2. Розподіл контактних зусиль і моментів

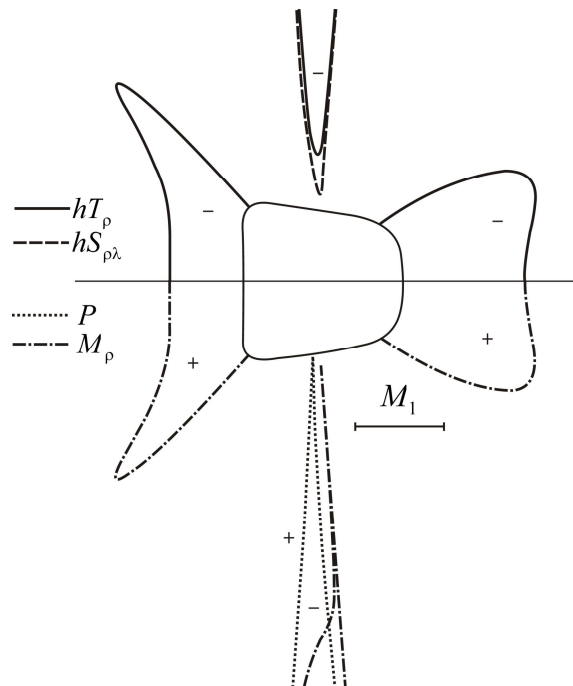


Рис. 3. Розподіл контактних зусиль і моментів

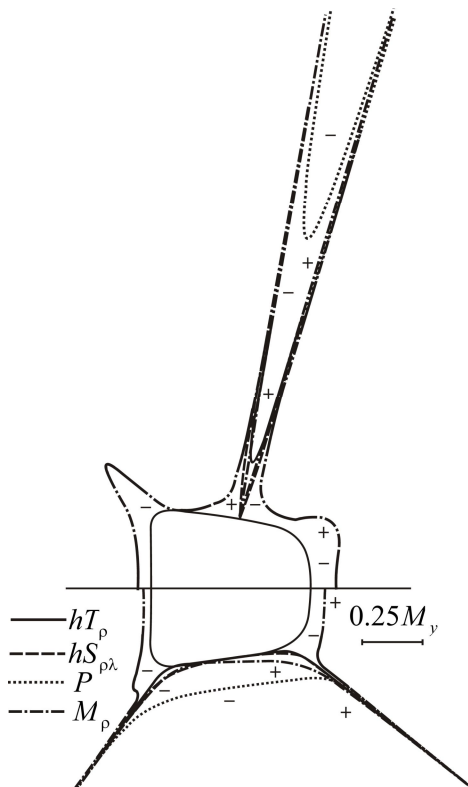


Рис. 4. Розподіл контактних зусиль і моментів

Якщо пластинчаста конструкція перебуває під дією зосередженої пари сил з моментом $M_y \neq 0$, прикладеної в центрі диска, то контакт берегів розрізів відбувається по лініях на протилежних основах пластинки. При цьому встановлено, що одночасного розмикання контакту на обох розрізах для заданого навантаження досягти не вдається. Випадок розмикання повного контакту в двох симетричних точках на одному з розрізів розглянуто для таких параметрів: $\alpha_0 = \alpha_1 = 75.44^\circ$, $hT_\rho(0) = M_\rho(0) = -0.145M_y$; $\pi - \beta_0 = \beta_1 = 79.51^\circ$, $\pi - \tilde{\beta}_0^1 = 110.09^\circ$, $hT_\rho(\pi) = M_\rho(\pi) = -0.083M_y$. Графіки розподілу контактних зусиль і моментів наведені на рис. 4 (верхня частина).

Приклад повного контактування берегів розрізів при $\alpha_0 = \alpha_1 = 45^\circ$, $hT_\rho(0) = M_\rho(0) = -0.075M_y$; $\pi - \beta_0 = \beta_1 = 120^\circ$, $hT_\rho(\pi) = M_\rho(\pi) = -0.049M_y$ наведено на рис. 4 (нижня частина).

Висновки. Для нескінченної кусково-однорідної ізотропної пластинки знайдено допустимі величини розрізів, для яких герметичність конструкції не порушується. Встановлено, що повний контакт берегів розрізів порушується в їх межах і при циліндричному згині виникатиме в двох симетричних точках на кожному з розрізів, а при зосередженому згинальному

навантаженні в центрі диска лише в межах одного з розрізів. У таких випадках всі компоненти напруженого стану на кінцях розрізів набувають необмежених значень.

Величина зони контакту залежить від її кривини. У центрі ділянки з більшою кривиною контактні зусилля та моменти набувають більших значень ніж на ділянці з меншою кривиною.

Запропонований метод може бути використаний при розв'язуванні аналогічної задачі для ортотропної пластинки з еліптичним отвором.

1. Шацький І.П. Згин пластини, ослабленої розрізом з контактуючими берегами / І.П. Шацький // Доп. АН УРСР. Сер. А. – 1988. - №7. – С. 49-51.
2. Шацький І.П. контактна взаємодія берегів тріщини під час згину пластини на пружній основі / І.П. Шацький, М.В. Маковійчук // Фізико-хімічна механіка матеріалів. – Львів:, 2003. - №3. – С. 59-62.
3. Сулим Г.Т. Двосторонній згин пластини з круговим отвором і шайбою з урахуванням контакту берегів шайби / Г.Т. Сулим, В.К. Опанасович, П.В. Герасимчук // Наукові нотатки: Міжвузівський збірник (за напрямом «Інженерна механіка»). – Луцьк: Луцький державний технічний університет, 2007, Вип. 20 (2). – С. 200-204.
4. Сяський А.О. Згин кусково-однорідної пластинки з криволінійним розрізом за умови контактування його берегів / А.О. Сяський, К.П. Музичук // Вісник Тернопільського національного технічного університету. – 2012. – №2 (66). – С.7-15.
5. Савин Г.Н. Распределение напряжений около отверстий / Г.Н. Савин. – К.: Наукова думка, 1968. – 888 с.
6. Божидарнік В.В. Згин пластини з двома рівними симетричними тріщинами по дузі кола з урахуванням контакту їх берегів / В.В. Божидарнік, В.К. Опанасович, П.В. Герасимчук // Механічна втома матеріалів. Праці 13-го міжнародного колоквиуму (МВМ-2006), 25-28 вересня 2006 р. Тернопіль (Україна): Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя, 2006. – С. 450-455. – 536 с.
7. Сяський А.О. Мішана контактна задача для пластинки з криволінійним отвором і жорсткого диска / А.О. Сяський, Н.В. Шинкарчук // Волинський математичний вісник. Серія прикладна математика. Випуск 7 (16) – Рівне: РДГУ, 2010. – С. 199-209.