

УДК 621.81

Р.М. Рогатинський, І.Б.Гевко, А.Є. Дячун, Р.О. Любачівський, Р.С. Грудовий
Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя**ВИЗНАЧЕННЯ ДИНАМІЧНИХ НАВАНТАЖЕНЬ У ГВИНТОВИХ ЗМІШУВАЧАХ**

Представлено математичну модель змішувача сипких матеріалів, запропоновано і розв'язано диференціальні рівняння руху мас. Виведено аналітичні залежності динамічних моментів опору, моменту двигуна та жорсткості елементів. Представлено практичні рекомендації щодо навантажень на систему в перехідному і усталеному режимах.

Ключові слова: гвинтовий змішувач, динамічна модель.

Постановка проблеми. Робота більшості транспортуючих та змішуючих пристроїв зазвичай супроводжується певними динамічними навантаженнями, які частково спричиняються неточністю монтажу ланок кінематичного ланцюга певного механізму. В практиці транспортування сипких вантажів за допомогою шнекових транспортерів часто спостерігаються випадки його пуску в завантаженому стані, після попередньої зупинки без вивантаження вмісту, наприклад у дозаторах чи навантажувачах зерна, піску, інших матеріалів. Явища, які виникають у цьому випадку, суттєво відрізняються від пуску порожнього шнекового транспортера. Крім цього зовнішні навантаження на робочі елементи змішувачів носять не постійний характер, що призводить до зростання динамічних навантажень на елементи змішувача, які можуть привести до виходу з ладу конструктивних частин змішувачів.

Аналіз останніх досліджень. У роботах [1], [2] та [3] представлено двохмасові та трьохмасові динамічні моделі гвинтових конвеєрів і змішувачів, проведено аналіз складових елементів диференціальних рівнянь. Проте не враховано змінні навантаження, що виникають у гвинтових змішувачах, та не розглянуто детально моменти інерції елементів системи.

Мета роботи. Дослідити динамічні навантаження, що виникають в конструктивних елементах гвинтового змішувача в перехідному і усталеному режимах.

Реалізація результатів досліджень. Розглянемо процес пуску завантаженого змішувача [4]. Для цього запишемо спрощену дискретну математичну модель змішувача, що складається із двох зведених мас, які моделюють масові характеристики привідного вузла і транспортера. Зведення мас здійснили за допомогою енергетичного методу, тобто рівності енергії коливань розподіленої та дискретної моделі. Врахуємо вплив сил тертя, ввівши у модель в'язкість та момент опору, прикладений до другої маси, який містить суму всіх сил опору рухові, які виникають під час транспортування вантажу. Розрахункова модель зображена на рис. 1.

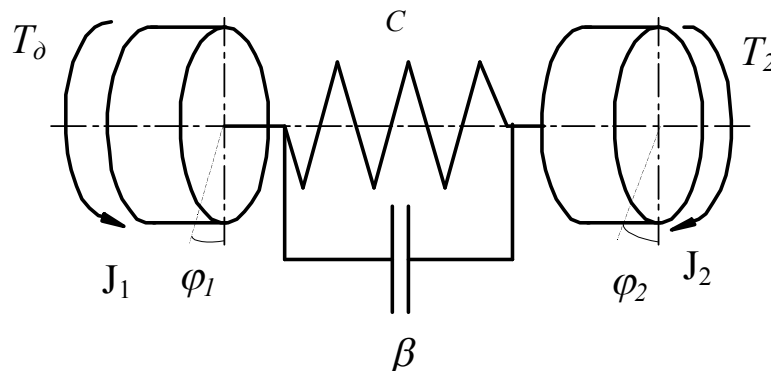


Рис. 1. Розрахункова модель гвинтового змішувача

Диференціальні рівняння руху кожної з мас можна записати у формі закону Ньютона [1]:

$$\begin{aligned} J_1 \ddot{\varphi}_1 &= T_d - c(\varphi_1 - \varphi_2) - \beta(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2); \\ J_2 \ddot{\varphi}_2 &= -T_2 + c(\varphi_1 - \varphi_2) + \beta(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2). \end{aligned} \quad (1)$$

В системі (1) позначено:

J_1, J_2 - моменти інерції відповідно привідної та шнекової частини з вантажем;

φ_1, φ_2 - кути повороту відповідних мас;

c - крутна жорсткість системи;

β - в'язкість системи;

T_∂ - момент двигуна;

T_2 - момент опору, прикладений до другої маси.

Крутну жорсткість системи c та в'язкість системи β визначено експериментально.

Момент інерції шнекової частини з вантажем записується в наступному вигляді:

$$J_2 = m_g \left(\frac{v_g}{\omega} \right)^2 + J_g \left(\frac{\omega_g}{\omega} \right)^2 + J_{ш}, \quad (2)$$

де m_g - маса вантажу, що піддається змішуванню;

v_g - осьова швидкість вантажу;

ω - кутова швидкість обертання шнека;

J_g - момент інерції вантажу, що піддається змішуванню;

ω_g - кутова швидкість обертання вантажу, що піддається змішуванню;

$J_{ш}$ - момент інерції шнека.

Маса вантажу, що піддається змішуванню, визначається із залежності:

$$m_g = \frac{\pi D^2 L \varphi \rho_{np}}{4}, \quad (3)$$

де D - зовнішній діаметр шнека;

L - довжина шнека;

φ - коефіцієнт заповнення;

ρ_{np} - приведена густина матеріалів, які піддаються змішуванню.

Оскільки під час змішування відбувається перехідний процес переміщення вантажу між швидкісним процесом, що відбувається по гвинтовій траєкторії і тихохідним, що здійснюється по лінійній траєкторії, вантаж здійснює переміщення по складній траєкторії із частковим пересипанням в зворотному напрямку. Тоді знаходимо осьову швидкість вантажу:

$$v_g = \frac{k_g \omega T}{2\pi}, \quad (4)$$

де k_g - коефіцієнт відставання, що враховує пересипання вантажу в зворотному напрямку;

T - крок витків шнека.

При усталеному змішуванні і переміщенні вантажів годограф вектора швидкості вантажу описується залежності, що відповідає прямій лінії:

$$\frac{2\pi v_g}{\omega T} + \frac{2v_k}{\omega D} = 1, \quad (5)$$

де v_k - колова швидкість вантажу.

Колову швидкість вантажу знаходили за відомою залежністю:

$$v_k = \frac{\omega_g D}{2}. \quad (6)$$

Підставляючи значення формул (4) та (6) у рівняння (5) після перетворень одержимо:

$$\frac{\omega_6}{\omega} = 1 - k_6, \quad (7)$$

Момент інерції вантажу, що піддається змішуванню:

$$J_6 = \frac{m_6 r_i^2}{2}, \quad (8)$$

де r_i - радіус інерції вантажу.

Радіус інерції вантажу визначають аналогічно [5]

$$r_i = \frac{k_m D}{4} (1 + \sqrt{1 - \varphi}), \quad (9)$$

де k_m - коефіцієнт зміни траєкторії руху вантажу в радіальному напрямку.

Підставляючи значення формули (9), (3) у (8), знаходимо:

$$J_6 = \frac{\pi D^4 L \varphi \rho_{np} k_m^2 (1 + \sqrt{1 - \varphi})^2}{128}. \quad (10)$$

Момент інерції шнека:

$$J_{ш} = \frac{m_{ш} (R^2 - r^2)}{2}, \quad (11)$$

де $m_{ш}$ - маса шнека;

R - зовнішній радіус шнека;

r - внутрішній радіус шнека.

Визначаємо масу шнека:

$$m_{ш} = n \rho h (R - r) \sqrt{\pi^2 (R + r)^2 + T^2}, \quad (12)$$

де ρ - густина матеріалу шнека;

n - кількість витків шнека;

h - товщина поперечного січення витка шнека.

Підставляючи значення формули (12) у (11), знаходимо

$$J_{ш} = \frac{n \rho h (R - r) \sqrt{\pi^2 (R + r)^2 + T^2} (R^2 - r^2)}{2}. \quad (13)$$

Підставляючи значення формул (3), (4), (7), (10), (13) у (2) після перетворень знаходимо момент інерції шнекової частини з вантажем:

$$J_2 = \pi D^2 L \varphi \rho_{np} \left(\frac{1}{4} \left(\frac{k_6 T}{2\pi} \right)^2 + \frac{D^2 k_m^2 (1 + \sqrt{1 - \varphi})^2}{128} (1 - k_6)^2 \right) + \frac{n \rho h (R - r) \sqrt{\pi^2 (R + r)^2 + T^2} (R^2 - r^2)}{2}. \quad (14)$$

Динамічні навантаження, що виникають у пружній ланці, описуються залежністю (закон Гука):

$$T = c(\varphi_1 - \varphi_2), \quad (15)$$

При цьому необхідно визначити різниці кутів із системи (1) значення. Покладемо, що $\phi = \varphi_1 - \varphi_2$ і зведемо систему рівнянь (1) шляхом віднімання другого рівняння від першого, попередньо поділивши кожне з них на свою масу, до одного диференціального рівняння відносно змінної ϕ :

$$\ddot{\phi} + \beta\left(\frac{J_1 + J_2}{J_1 J_2}\right)\dot{\phi} + c\left(\frac{J_1 + J_2}{J_1 J_2}\right)\phi = \frac{T_1}{J_1} + \frac{T_2}{J_2}. \quad (16)$$

Розв'язок диференціального рівняння (16) знаходимо через корені відповідного характеристичного рівняння

$$k^2 + \beta\left(\frac{J_1 + J_2}{J_1 J_2}\right)k + c\left(\frac{J_1 + J_2}{J_1 J_2}\right) = 0. \quad (17)$$

Корені рівняння (17), як правило, матимуть комплексний характер при від'ємному значенні дискримінанту:

$$k_{1,2} = r \pm i\gamma, \quad (18)$$

але при великих значеннях в'язкості можуть стати дійсними (при додатньому дискримінанті):

$$k_{1,2} = r \pm \gamma, \quad (19)$$

де $r = \frac{-\beta(J_1 + J_2)}{2J_1 J_2}$ - коефіцієнт згасання;

$\gamma = \sqrt{\left(\frac{\beta(J_1 + J_2)}{2J_1 J_2}\right)^2 - \frac{c(J_1 + J_2)}{J_1 J_2}}$ - частота власних коливань.

У першому випадку рівняння (5) динамічні навантаження матимуть коливний характер, у другому рівнянні (6) – неколивний.

Розв'язок диференціального рівняння (16) складається із загального розв'язку однорідного диференціального рівняння та часткового розв'язку неоднорідного рівняння. Для випадку комплексних коренів

$$\phi = (A_1 \sin \gamma t + B_1 \cos \gamma t)e^{rt} + D. \quad (20)$$

Сталі коефіцієнти A_1, B_1 визначаються із початкових умов,

$D = \frac{J_1 J_2 \left(\frac{T_1}{J_1} + \frac{T_2}{J_2}\right)}{c(J_1 + J_2)}$ - частковий розв'язок неоднорідного рівняння.

У випадку дійсних коренів розв'язок набере дещо іншого вигляду:

$$\phi = A_2 e^{k_1 t} + B_2 e^{k_2 t} + D, \quad (21)$$

причому корені $k_{1,2}$ матимуть від'ємне значення, що вказує на затухання динамічних складників зусилля.

Сталі коефіцієнти A_2, B_2 , аналогічно попередньому випадку, визначаються із початкових умов.

Для практики більш цікавим є коливний процес, коли затухання мале і навантаження відносно більші, ніж у другому випадку. Тому надалі розглядатимемо лише розв'язок рівняння (20).

Початкові умови у випадку пуску навантаженого транспортера матимуть вигляд:

$$\varphi_1(0) = 0; \quad \varphi_2(0) = -\frac{T_2}{c}; \quad \dot{\varphi}_1(0) = 0; \quad \dot{\varphi}_2(0) = 0. \quad (22)$$

Ненульове значення кута φ_2 пояснюється попереднім закручуванням шнека вантажем та іншими зусиллями, що діють у навантаженому транспортері.

Приведемо ці умови до змінної функції ϕ :

$$\phi(0) = \frac{T_2}{c}; \quad \dot{\phi}(0) = 0. \quad (23)$$

Підставимо початкові умови у рівняння (7) та його похідну по часу і отримаємо, після перетворень, значення постійних інтегрування:

$$A_1 = \frac{\beta(T_2 - T_\delta)}{2c\gamma J_1} \quad (24)$$

$$B_1 = \frac{J_2(T_2 - T_\delta)}{c(J_1 + J_2)}$$

Максимальне зусилля виникне у момент часу, коли похідна динамічного моменту стане рівною нулю, тобто

$$\frac{dT}{dt} = ((rA_1 - \gamma B_1) \sin \gamma t + (\gamma A_1 + rB_1) \cos \gamma t) e^{\gamma t} = 0$$

Звідси визначають час максимуму за формулою

$$t_m = \frac{\arctan\left(\frac{\gamma A_1 + rB_1}{-rA_1 + \gamma B_1}\right) + \pi}{\gamma} = \frac{\pi}{\gamma} \quad (25)$$

так як $\gamma A_1 + rB_1 = 0$, що слідує з (24).

Як видно, максимум настає через половину періоду власних коливань системи. Підставивши значення з формули (25) у формулу (20), визначають амплітудне значення максимального динамічного моменту, який виникає у пружній ланці шнекового транспортера:

$$T_{max} = -B_1 e^{\frac{\pi r}{\gamma}} + D. \quad (26)$$

Для аналізу залежності максимального динамічного моменту від параметрів системи проведено чисельні дослідження у діапазоні їх реальних значень. Прийнято такі середні значення параметрів [4] і [5]:

$$c = 1000 \text{ Н}\cdot\text{м/рад}, \quad \beta = 10 \text{ Нс/рад}, \quad J_1 = 3 \text{ кг}\cdot\text{м}^2, \quad J_2 = 5 \text{ кг}\cdot\text{м}^2, \quad T_\delta = 200 \text{ Н}\cdot\text{м}, \quad T_2 = 100 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

Розв'язок проведений аналітичним методом перевірено чисельним методом з використанням ПК і програмного забезпечення MathCad 2001

Графічне зображення одержаних результатів представлено на рисунках 2, 3, 4.

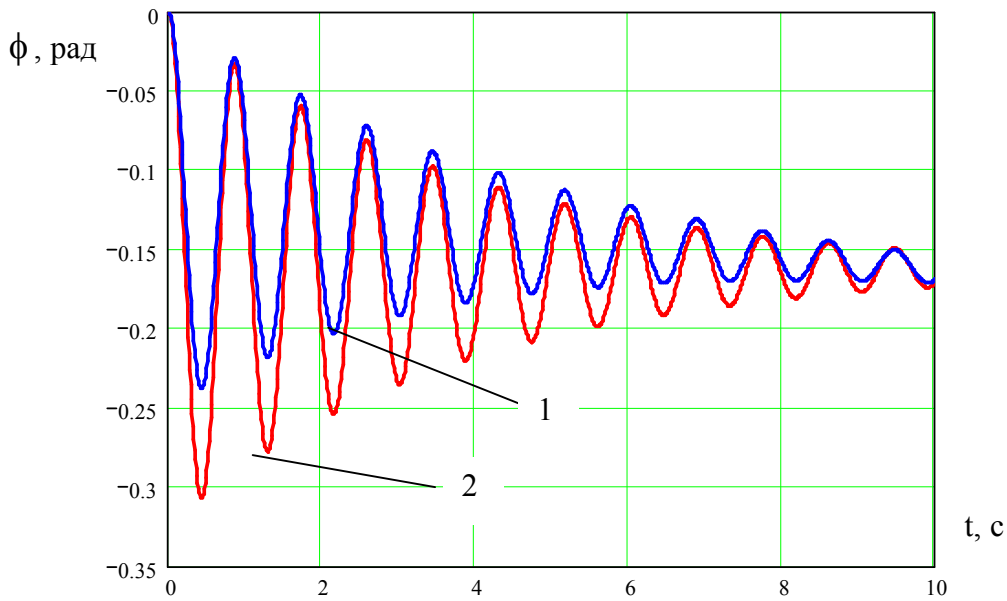


Рис. 2. Величина зміни деформації $\phi = \phi_1 - \phi_2$ елементів системи в часі: 1) при поступовому навантаженні шнека протягом 10 секунд; 2) при різкому навантаженні шнека

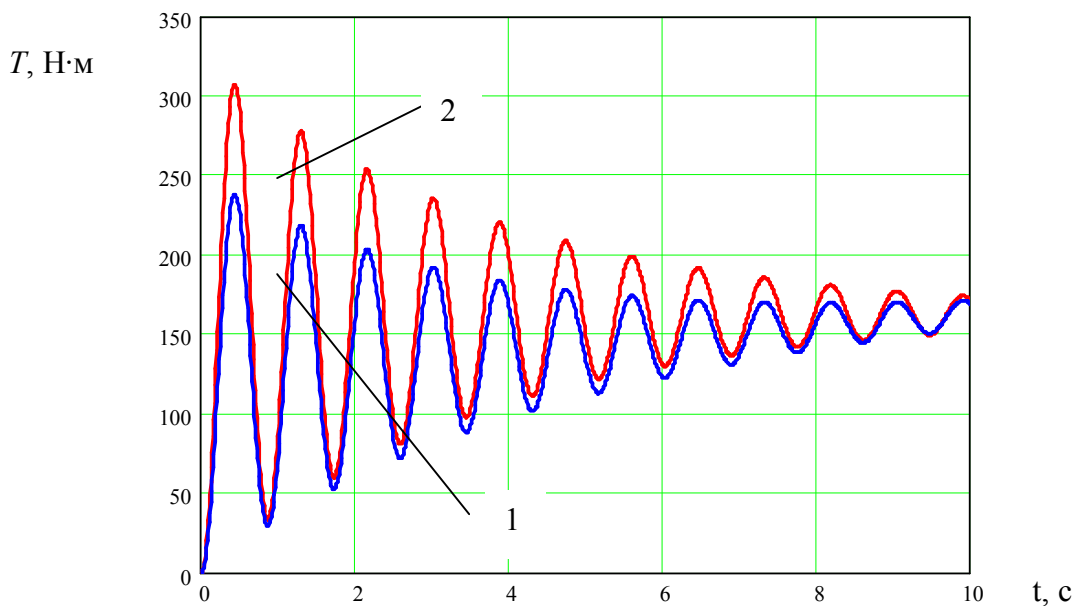


Рис. 3. Величина зміни динамічного крутильного моменту системи в часі: 1) при поступовому навантаженні шнека протягом 10 секунд; 2) при різкому навантаженні шнека

Із результатів, представлених на графіках рис. 2 і 3 робимо висновок, що максимальні динамічні крутильні моменти і деформації елементів системи виникають в перші 2 секунди часу роботи шнека, при чому різке навантаження шнека призводить до зростання амплітуди динамічних крутильних моментів і величини деформації елементів на 26%.

Аналіз показує, що сумарна амплітуда динамічного моменту більш ніж в два рази перевищує статичний момент опору. Для визначення навантаження у пружній ланці при пускові порожнього транспортера можна скористатися вказаними формулами, поклавши $T_2 = 0$ і відповідно змінивши (зменшивши) масу J_2 . У цьому випадку, як видно із графіків, навантаження будуть суттєво нижчими, а частота коливань значно вищою, причому коефіцієнт демпфування також зміниться в сторону зменшення.

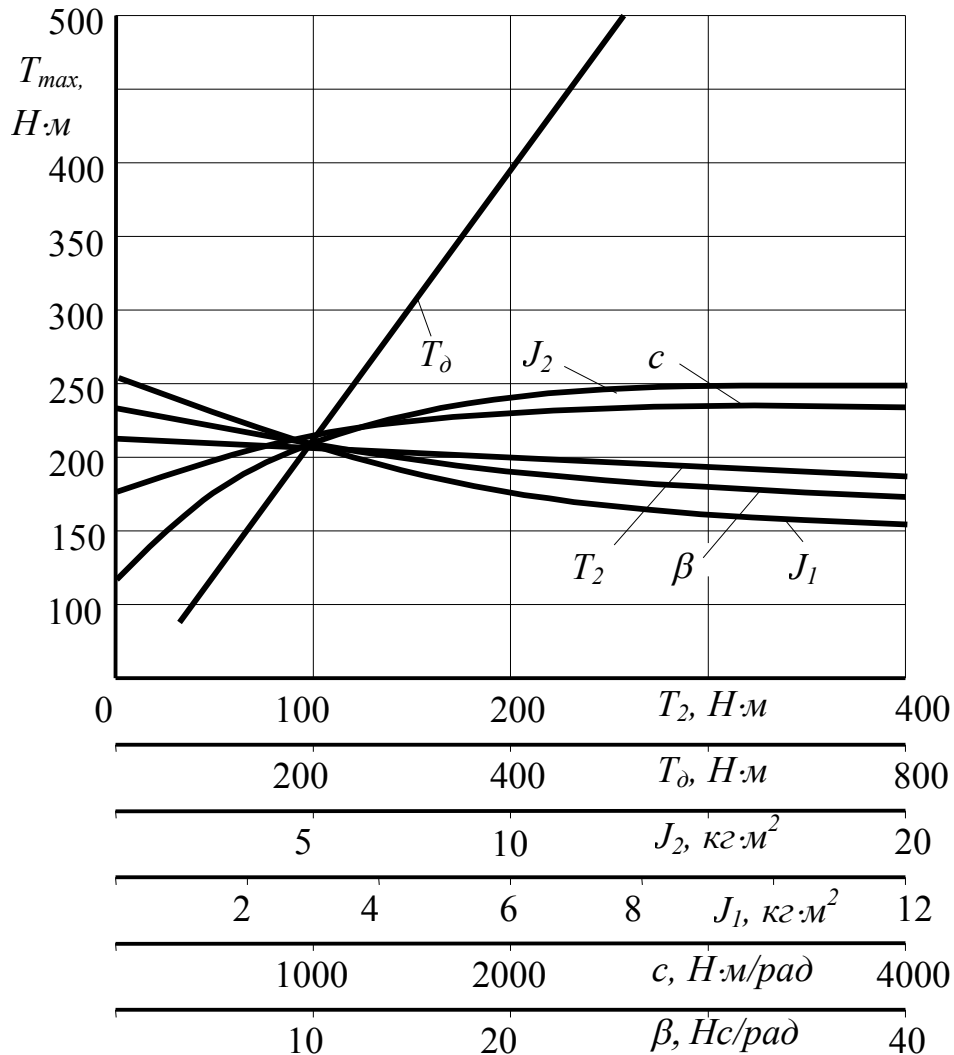


Рис.4. Графічні залежності амплітуди динамічного моменту від параметрів системи

Висновки. Для підвищення надійності роботи гвинтового змішувача слід, по можливості, уникати пуску навантаженого змішувача, але розрахунок міцності його елементів та запобіжної муфти необхідно проводити з врахуванням цього більш навантаженого режиму. Для зменшення динамічних навантажень необхідно зменшити жорсткість системи та пусковий момент двигуна. Збільшення ведучої маси та зменшення веденої також позитивно впливають на зменшення динамічних навантажень. Наявність в'язкого тертя в системі зменшує амплітуду динамічного навантаження за рахунок втрат енергії.

1. Кожевников С. Н. Динамика машин с упругими звеньями / С. Н. Кожевников. - К., 1961. - 160 с.
2. Комаров М. С. Динамика механизмов и машин / М. С. Комаров. - М. : Машиностроение, 1969. - 341 с.
3. Гащук П. М. Динамічний аналіз лінійних моделей пружно-жорстких механічних систем / П. М. Гащук, Л. М. Зорій. - Львів : Вид-во "Українські технології", 2005. - 320 с.
4. Пат. 62633 Україна, МПК В 01 F 7/00. Змішувач гвинтовий вібраційний / Любачівський Р. О., Дячун А. Є., Гевко І. Б., Комар Р. В., Диня І. І., Одендр В. М.; заявники і патентовласники Любачівський Р. О., Дячун А. Є., Гевко І. Б., Комар Р. В., Диня І. І., Одендр В. М. – № u201100256 ; заявл. 10.01.11 ; опубл. 12.09.11, Бюл. №17.
5. Гевко Б. М. Винтовые подающие механизмы сельскохозяйственных машин / Б. М. Гевко, Р. М. Рогатинский. – Львов : Вища школа, 1989. – 176 с.