

УДК 621.313

О. Шаблій, Ч. Пулька, Л. Цимбалюк, О. Король, М. Базар
Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

СХЕМА ПІДКЛЮЧЕННЯ ІНДУКТОРА ПРИ ПАРАЛЕЛЬНОМУ З'ЄДНАННІ З НИМ ЄМНОСТІ ТА ІНДУКТИВНОСТІ ПРИ ВІДНОВЛЕННІ ЗНОШЕНИХ МЕТАЛЕВИХ КОЛІС

Розроблено математичну модель розрахунку схеми підключення індуктора при паралельному з'єднанні з ним ємності та індуктивності, проаналізовано актуальність такої системи, яка підвищує її ефективність (індуктор магнітопровід, резонансна система), а також досліджено вплив низки факторів при паралельному з'єднанні з ним ємності та індуктивності.

Ключові слова: *магнітна та електромагнітна проникність, магнітне поле, індуктивність, ємність, енергія магнітного поля, магнітопровід.*

Постановка проблеми. При відновленні деталей машин часто використовуються різного роду індуктори, джерела нагрівання, які сприяють з'єднанню основного металу з розплавленим. Такими технологіями ремонту є наплавлення з метою відновлення зношеної поверхні деталі, її нарощування для одержання початкової форми та ін. Відповідно із зміною номенклатури деталей, які випускаються промисловістю для забезпечення їх якісного наплавлення чи нарощування поверхонь необхідно підбирати відповідні конструкції індукторів та нагрівальних систем.

В даний час ремонт металевих коліс здійснюється шляхом розточення, багат шарового наплавлення, виготовлення і посадки на колеса готових бандажів. Всі ці технологічні операції не відповідають сучасному рівню вимог, які висуваються до відновлення металевих коліс, є високотратними та малопродуктивними. Так, застосування неперервно-послідовних технологій наплавлення металевих коліс, довготривале й не забезпечує якісного наплавлення, а виготовлення бандажів та їх посадка на колеса пов'язана з великими як матеріальними так і трудовими затратами.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Раніше авторами була розроблена нова високопродуктивна технологія відновлення залізничних коліс методом заливки рідкого металу в тигель на зношену поверхню, яка дозволяє підвищити продуктивність процесу наплавлення та якість зчеплення рідкого металу з основним металом [1,2,3].

В роботах [4,5,6] проведені теоретичні дослідження температурного поля на поверхні спрацьованого металевого колеса. Особливе значення для цього методу має з'єднання рідкого металу з основним металом, за допомогою електричної схеми підключення індуктора при паралельному з'єднанні з ним ємності та індуктивності, яку необхідно розрахувати. В літературних джерелах такі дослідження відсутні, що пов'язано з необхідністю розроблення математичної моделі для розрахунку такої схеми підключення.

Метою роботи є розроблення математичної моделі розрахунку схеми підключення індуктора при паралельному з'єднанні з ним ємності та індуктивності, у випадку можливості створення резонансу струмів.

Визначено індуктивність системи індуктор-колесо у випадку, коли температура в деякій області колеса перевищує температуру Кюрі. Тоді енергія магнітного поля визначається за формулою

$$W_m = \frac{1}{2} \int_V \dot{H} \cdot \dot{B} dV = \frac{1}{2} \mu_a \int_V \dot{H} \cdot \dot{H}^* dV, \quad (1)$$

де $\mu_a = \mu \mu_0$, $\mu = 1$ — магнітна проникність матеріалу колеса, що нагрівається;

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$ — магнітна проникність вакууму; $\dot{B} = \mu \dot{H}$, \dot{B}^* — магнітна індукція, Вб;

\dot{H} — напруженість магнітного поля, що підлягає нагріванню.

Тут \dot{H} визначається з виразу (якщо температура вища від температури Кюрі)

$$\dot{H} = \dot{H}_{m1} = \dot{H}_{me4} \frac{(\bar{M}_1 N_1 + \bar{M}_2 N_2) + i(\bar{M}_1 N_2 - \bar{M}_2 N_1)}{N_1^2 + N_2^2},$$

спряжена величина до цього виразу буде

$$H_{m1}^* = \dot{H}_{me4} \frac{(\bar{M}_1 N_1 + \bar{M}_2 N_2) - i(\bar{M}_1 N_2 - \bar{M}_2 N_1)}{N_1^2 + N_2^2},$$

де \dot{H}_{me4} — напруженість магнітного поля на поверхні, яка визначається із теореми про повний струм [7]

$$H_{me4} = \frac{N \cdot I_i \cdot \sqrt{2}}{a},$$

де N — кількість витків індуктора, який має форму гвинтової лінії; I_i — струм в індукторі, А; a — висота індуктора, м.

Тоді вираз, який стоїть під інтегралом в (1) для області колеса, що нагрівається буде

$$\dot{H}_{m1} \cdot H_{m1}^* = \dot{H}_{me4}^2 \frac{\bar{M}_1^2 + \bar{M}_2^2}{N_1^2 + N_2^2},$$

а для енергії магнітного поля маємо

$$W_{41} = \frac{1}{2} \mu_a \dot{H}_{me4}^2 \int_V \frac{\bar{M}_1^2 + \bar{M}_2^2}{N_1^2 + N_2^2} dV.$$

Якщо використати формулу для \dot{H}_{me4}^2 , яка випливає із закону повного струму, то одержимо

$$W_{41} = \frac{1}{2} \left[\mu_a \left(\frac{N \sqrt{2}}{a} \right)^2 \int_V \frac{\bar{M}_1^2 + \bar{M}_2^2}{N_1^2 + N_2^2} dV \right] I_i^2 \quad (2)$$

де $\bar{M}_1 = (1 + \sqrt{\mu_{42}}) e^{-c(x)} \cos c(x) + (1 - \sqrt{\mu_{42}}) e^{-d(x)} \cos d(x)$;

$\bar{M}_2 = (1 + \sqrt{\mu_{42}}) e^{-c(x)} \sin c(x) + (1 - \sqrt{\mu_{42}}) e^{-d(x)} \sin d(x)$;

$N_1 = (1 + \sqrt{\mu_{42}}) e^{-c(x_{04})} \cos c(x_{04}) + (1 - \sqrt{\mu_{42}}) e^{-d(x_{04})} \cos d(x_{04})$;

$N_2 = (1 + \sqrt{\mu_{42}}) e^{-c(x_{04})} \sin c(x_{04}) + (1 - \sqrt{\mu_{42}}) e^{-d(x_{04})} \sin d(x_{04})$,

$c(x) = (k_{42} - k_{41}) x_\kappa + k_{41} \cdot x$;

$d(x) = (k_{42} + k_{41}) x_\kappa - k_{41} \cdot x$,

$$\text{тут } k_{41} = \frac{1}{\Delta} = \sqrt{\frac{\omega \mu_0 \mu_{41} \gamma_{41}}{2}} = \sqrt{\pi f \mu_0 \mu_{41} \gamma_{41}}, \quad k_{42} = \frac{1}{\Delta} = \sqrt{\frac{\omega \mu_0 \mu_{42} \gamma_{42}}{2}} = \sqrt{\pi f \mu_0 \mu_{42} \gamma_{42}};$$

Δ – глибина проникнення струму; $\gamma_{41} = \gamma_{42}$ – електрична провідність матеріалу колеса;

μ_{41}, μ_{42} – магнітна проникність матеріалу колеса.

Енергію магнітного поля можна визначити так [8,9]:

$$W_{41} = \frac{1}{2} L_{41} \cdot I_i^2,$$

$$L_{41} = \mu_a \left(\frac{N\sqrt{2}}{a} \right)^2 \int_V \frac{\bar{M}_1^2 + \bar{M}_2^2}{N_1^2 + N_2^2} dV = \mu_{41a} \left(\frac{N\sqrt{2}}{a} \right)^2 2\pi a \int_{x_{04}}^{x_k} \frac{\bar{M}_1^2 + \bar{M}_2^2}{N_1^2 + N_2^2} (L-x) dx \quad \text{– індуктивність Гн.} \quad (3)$$

Зауважимо також, що величина L_{41} швидко зменшується з ростом x , тобто на індуктивність буде впливати лише та частина колеса, куди проникне енергія електромагнітного поля.

Аналогічно знайдемо енергію магнітного поля в тій частині колеса, де $T_4 \leq 755^\circ C$

$$L_{42} = \mu_{42a} \left(\frac{N\sqrt{2}}{a} \right)^2 2 \cdot \pi \cdot a \int_{x_k}^{x_6} \frac{\bar{M}_{12}^2 + \bar{M}_{22}^2}{N_1^2 + N_2^2} (L-x) dx, \quad (4)$$

де

$$\bar{M}_{12} = 2e^{-k_{42}(x)} \cos k_{42}(x),$$

$$\bar{M}_{22} = 2e^{-k_{42}(x)} \sin k_{42}(x).$$

А енергія магнітного поля частини колеса, де $T \leq 755^\circ C$ буде

$$W_{42} = \frac{1}{2} L_{42} \cdot I_i^2.$$

Тоді індуктивність колеса буде

$$L_4 = L_{41} + L_{42},$$

а енергія його магнітного поля дорівнює

$$W_4 = \frac{1}{2} L_4 \cdot I_i^2. \quad (5)$$

Тоді повна енергія в колесі знаходиться за формулою

$$W = \frac{1}{2} \gamma_4 \int_V \dot{E}_4^* \dot{E}_4 dV + \frac{1}{2} \mu_a \int_V \dot{H} \cdot \dot{H}^* dV \quad (6)$$

де γ_4 – питома провідність; \dot{E}_4 – напруженість електричного поля; \dot{E}_4^* – комплексна спряжена величина до \dot{E}_4 .

Остання формула використовується при енергетичних методах розв'язування задач.

Визначимо також індуктивність тигеля у випадку, коли він ще не залитий розплавом, тобто в проміжку $[x_{20}, x_{04}]$.

Будемо вважати, що струм проходить тільки по внутрішніх поверхнях витків індуктора (внаслідок його вигнутості до колеса та близькості до нього) [9].

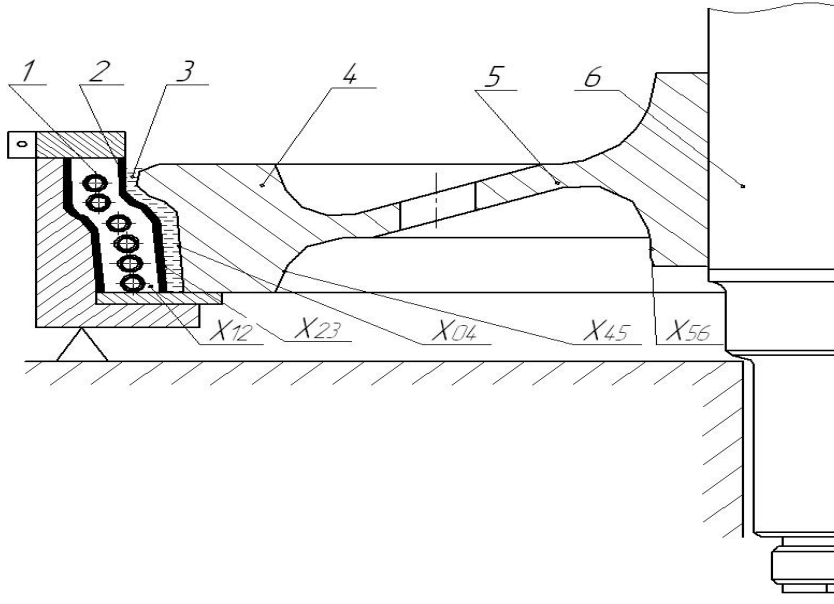


Рис. 1. Розрахункова схема 1 – багатовитковий кільцевий індуктор; 2 – вогнетривка ізоляція тигля; 3 – розплавлений метал, тигель; 4 – деталь (обод); 5 – однодисковий центр; 6 – вісь спарованого металевого колеса; x_{12} – зона між індуктором та ізоляцією; x_{23} – зона між ізоляцією та розплавленим металом; x_{04} – зона між розплавленим металом та зношеною поверхнею металевого колеса; x_{45} – зона між ободом центра та ступцею центра; x_{56} – зона між ступцею центра та віссю колеса

Енергія магнітного поля на проміжку $[0, x_{04}]$ від внутрішньої поверхні індуктора до поверхні колеса дорівнює

$$W_0 = \frac{1}{2} \mu_0 \int_V \dot{H}_{me4}^2 dV = \frac{1}{2} \mu_0 \dot{H}_{me}^2 V = \frac{1}{2} \mu_0 \left(\frac{N\sqrt{2}}{a} \right)^2 I_i^2 \times$$

$$\times 2\pi x_{04} \left(L - \frac{x_{04}}{2} \right) a = \frac{1}{2} \mu_0 2\pi x_{04} \left(L - \frac{x_{04}}{2} \right) a \left(\frac{N\sqrt{2}}{a} \right)^2 I_i^2 = \frac{1}{2} L_0 I_i^2,$$

$$W_0 = \frac{1}{2} L_0 I_i^2, \quad (7)$$

де

$$L_0 = \mu_0 2\pi x_{04} \left(L - \frac{x_{04}}{2} \right) a \left(\frac{N\sqrt{2}}{a} \right)^2.$$

Зауважимо наперед також, що координати границі x_k між зонами, де температура в колесі більша і менша від температури Кюрі, знаходиться шляхом табулювання її при $x > x_{04}$.

Визначимо також індуктивність індуктора та магнітопровода. Для цього знайдемо магнітний потік через індуктор та магнітопровід. Перший з них дорівнює

$$\Phi_i = \frac{\sqrt{2} \cdot \dot{U}_i}{i \cdot \omega \cdot N} = \frac{\sqrt{2} \cdot \dot{U}_i}{i \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot N}. \quad (8)$$

де f – частота струму, Гц; ω – кругова частота.

Величина цього потоку буде мати вигляд

$$\Phi_i = \frac{\sqrt{2} \cdot U}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot N}, \quad \Phi_i = L_i \cdot I_i. \quad (9)$$

де N – число витків індуктора; U – напруга на індукторі; L_i – індуктивність в індукторі; I_i – величина струму в індукторі.

Визначимо напругу U_i через силу струму й повний опір індуктора

$$U_i = I_i \cdot \sqrt{r_i^2 + x_i^2}, \quad (10)$$

де $r_i = \frac{l}{a} \sqrt{2} \frac{\rho}{\Delta} \cos \frac{\pi}{4}$, $x_i = \frac{l}{a} \sqrt{2} \frac{\rho}{\Delta} \sin \frac{\pi}{4}$ – величина активного та реактивного опору індуктора;

I_i – величина струму в індукторі; ρ – питомий опір матеріалу індуктора; l – довжина індуктора; a – висота індуктора; Δ – глибина проникнення електромагнітного поля в матеріал індуктора.

Підставивши U_i в (10), отримаємо

$$\Phi_i = \frac{\rho \cdot l \cdot I_i}{a \cdot \Delta \cdot \pi \cdot f \cdot N}. \quad (11)$$

Звідси індуктивність індуктора дорівнює $\frac{\Phi_i}{I_i} = \frac{\rho \cdot l}{a \cdot \Delta \cdot \pi \cdot f \cdot N} = L_i$.

Енергія магнітного поля в індукторі буде визначатись за формулою

$$W_i = \frac{1}{2} \cdot L_i \cdot I_i^2. \quad (12)$$

Магнітний потік, який проходить через магнітопровід (систему магнітопроводів) дорівнює

$$\Phi_m = L_m \cdot I_i. \quad (13)$$

Енергія магнітного поля, яка створюється потоком Φ_m , що проходить через магнітопровід, має вигляд

$$W_m = \frac{1}{2} \cdot L_m \cdot I_i^2 \quad (14)$$

З допомогою формул (11) – (13) одержимо

$$\frac{W_m}{W_i} = \frac{\Phi_m}{\Phi_i} = \frac{L_m}{L_i} = K_m. \quad (15)$$

де W_m – енергія магнітного поля магнітопроводу; W_i – енергія магнітного поля індуктора; Φ_m – магнітний потік магнітопроводу; Φ_i – магнітний потік індуктора; L_m – індуктивність магнітопроводу.

Коефіцієнт K_m визначається через відношення геометричних розмірів магнітопроводу та індуктора, які можна заміряти або визначити через геометричні розміри та фізичні величини магнітопроводу та індуктора.

В попередніх формулах визначена сила струму, його частота, геометричні розміри та розміщення індуктора, а також фізичні властивості його матеріалу, які необхідні для створення на підготовленій поверхні колеса необхідної температури за заданий час, яка потрібна для активної взаємодії нагрітого матеріалу колеса з розплавленим металом тигеля. Створення сили струму з такими параметрами (тепер вже знайденими) можна здійснити джерелом живлення, розрахованим на створення струму з такими параметрами, при цьому повинні виконуватись умови резонансу або близькі умови до нього. При паралельному з'єднанні індуктивності та ємності будемо мати випадок можливості створення резонансу струмів.

В такому колі (рис. 1) напруга на паралельних витках однакова, а струм дорівнює геометричній сумі струмів вузла [10,11].

$$\dot{I} = \dot{I}_1 + \dot{I}_2, \quad (16)$$

де величина першого доданку дорівнює

$$I_1 = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + X_L^2}} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + (\omega \cdot L)^2}}.$$

Як вектор вона має вигляд

$$\dot{I}_1 = \frac{U}{R + i \cdot \omega \cdot L} = \frac{U(R - i \cdot \omega \cdot L)}{R^2 + \omega^2 \cdot L^2} \quad (17)$$

Другий доданок в (16) як величина й як вектор має такий вигляд

$$I_2 = \frac{U}{X_C} = U \cdot \omega \cdot C$$

$$\dot{I}_2 = i \cdot U \cdot \omega \cdot C. \quad (18)$$

Тоді струм в колі з опором R , індуктивністю L та ємністю C будедорівнювати

$$\begin{aligned} \dot{I} &= \frac{U}{R + i \cdot \omega \cdot L} + U \cdot i \cdot \omega \cdot C = U \left(\frac{R - i \cdot \omega \cdot L}{R^2 + \omega^2 \cdot L^2} + i \cdot \omega \cdot C \right) = \\ &= \frac{U \cdot R}{R^2 + \omega^2 \cdot L^2} - i \frac{U}{R^2 + \omega^2 \cdot L^2} \left[\omega \cdot L - \omega \cdot C (R^2 + \omega^2 \cdot L^2) \right] \end{aligned} \quad (19)$$

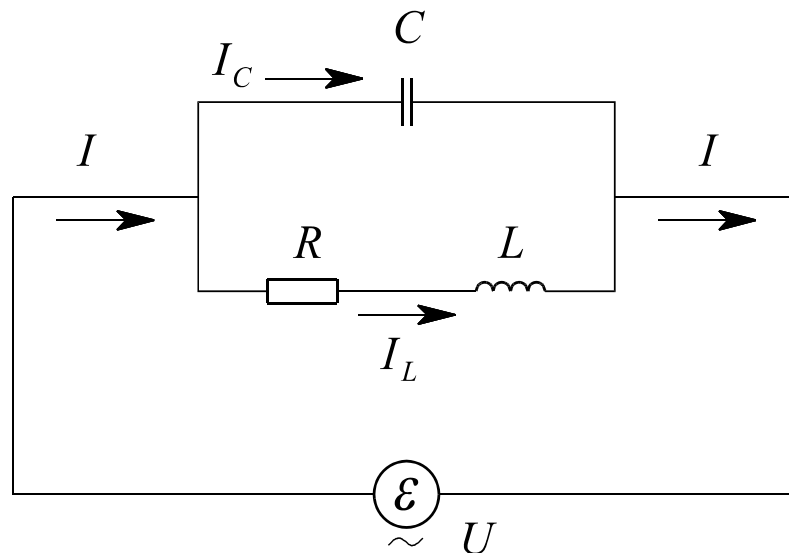


Рис. 2. Схема підключення індуктора при паралельному з'єднанні з ним ємності

Значить, при умові

$$\omega \cdot L - \omega \cdot C (R^2 + \omega^2 \cdot L^2) = 0 \quad (20)$$

електричне коло поводить себе як коло тільки з активним опором.

Зсув фаз між зовнішнім напруженням і силою струму у випадку виконання умови (20) рівний нулю.

Останню умову перепишемо так

$$\frac{1}{\omega \cdot C} - \omega \cdot L = \frac{R^2}{\omega \cdot L}; \quad \frac{R^2}{\omega \cdot L} + \omega \cdot L = \frac{1}{\omega \cdot C} \quad (21)$$

або

$$C = \frac{1}{\omega \cdot \left(\frac{R^2}{\omega \cdot L} + \omega \cdot L \right)}; \quad I = I_L + I_C.$$

В більшості практично важливих випадків $\omega \cdot L \gg R$, а тому вираз (21) можна з великою точністю записати:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}. \quad (22)$$

При частоті (резонансній) між точками А і Д імпеданс досягає максимуму, а сила струму I_0 в колі – мінімуму. Отже сили струму I_L і I_C при цьому є мінімальні.

Векторна діаграма сили струмів в контурі між точками А і Д подана на рисунку.

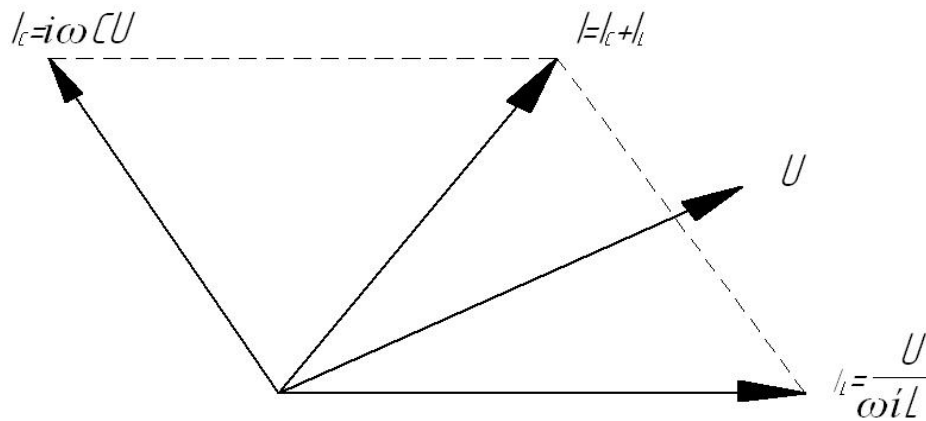


Рис. 3. Векторна діаграма сили струмів в контурі з паралельно підключеною ємністю і індуктивністю

При наближенні до резонансного стану діаграма струмів набуває вигляду.

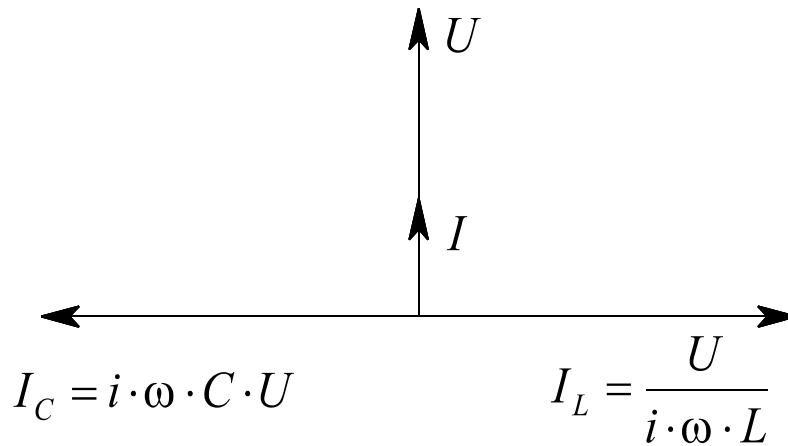


Рис. 4. Векторна діаграма струмів при резонансі струмів

В резонансі один з другим, як це видно на рисунку 3, знаходяться сили струмів ємності та індуктивності. Тому вони компенсують один одного, а сам резонанс називається резонансом струмів.

Нехай напруга в колі U задається за законом $U = U_0 \sin \omega t = E$ і створюється джерелом живлення. Тоді сила струму зовнішнього кола визначається за формулою

$$I = \frac{U}{|Z|} = \frac{U_0}{|Z|} \cdot \sin \omega t, \quad (23)$$

де U_0 – початкова напруга ЕРС.

А значить з (20) випливає, що резонансна частота в колі буде дорівнювати

$$f_p = \frac{1}{2 \cdot \pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}. \quad (24)$$

Але для більш точних розрахунків і, особливо, коли частота f низька, слід для проведення розрахунків використовувати формулу (21).

Вираз (19) перепишемо у вигляді

$$\dot{U} = \dot{I} \cdot \dot{Z}, \quad (25)$$

де $\dot{Z} = \frac{1}{\frac{R}{R^2 + \omega^2 \cdot L^2} - i \frac{1}{R^2 + \omega^2 \cdot L^2} [\omega \cdot L - \omega \cdot C (R^2 + \omega^2 \cdot L^2)]}$ – повний комплексний

опір кола,

або

$$Z = \frac{1}{\sqrt{\frac{R^2}{(R^2 + \omega^2 \cdot L^2)^2} + \frac{1}{(R^2 + \omega^2 \cdot L^2)^2} [\omega \cdot L - \omega \cdot C (R^2 + \omega^2 \cdot L^2)]^2}}. \quad (26)$$

З допомогою останнього рівняння побудуємо графік повного комплексного опору колеса.

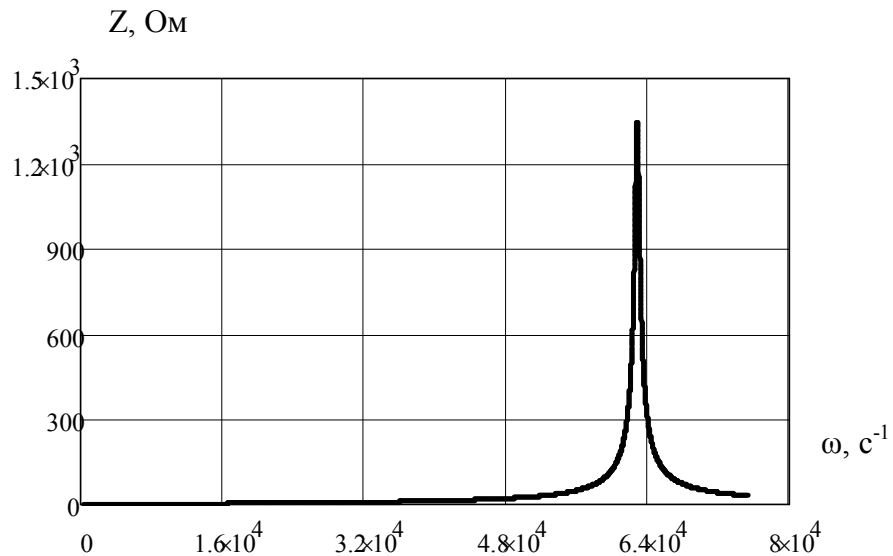


Рис. 5. Залежність повного комплексного опору від частоти струму f

На рисунку 5 зображено графік повного комплексного опору від частоти, де комплексний

опір Z досягає максимуму при частоті $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L \cdot C}}$, яка називається резонансною частотою

контуру. При цьому амплітуда опору рівна $\frac{U_0}{I}$, з (23) $|Z| = \frac{U_0}{I} \sin \omega t$.

Висновки. Розроблено математичну модель, яка дозволяє отримувати розміри тигеля для заливання розплавленого металу, розміри та конструкцію індуктора для створення електромагнітного поля на нагрівання поверхні кочення колеса, розміри системи захисту індуктора від температурного режиму тигеля, та системи підвищення ефективності її (індуктора, магнітопровід, резонансна система). Досліджено питому потужність теплових джерел в залежності від частоти та сили струму в індукторі, кількості його витків та розподіл її в колесі. Показано, що вона зростає пропорційно частоті струму, квадрату сили струму та кількості витків індуктора, яка інтенсивно спадає в залежності від глибини проникнення електромагнітного поля в колесо.

© О. Шаблій, Ч. Пулька, Л. Цимбалюк, О. Король, М. Базар

Визначено енергію магнітного поля в колесі та його індукцію. Встановлено, що із зростанням частоти потужність і сила струму спадають, прямуючи до деякої (знайденої) величини.

1. Шаблій О. М. Спосіб відновлення спрацьованих сталевих деталей [Текст] / О. М. Шаблій, Ч. В. Пулька, Б. М. Береженко // Патент на корисну модель №42596 по заявці № u200901692 від 26.02.09р. опубліковано Б. №13 від 10.07.09.
2. Шаблій О. М. Спосіб відновлення спрацьованих сталевих деталей [Текст] / О. М. Шаблій, Ч. В. Пулька, І. І. Стойко, О. І. Король // Патент на корисну модель №45731 по заявці №u200905443 від 29.05.09р. опубліковано Б. №22 від 25.11.09 р.
3. Шаблій О. М. Спосіб наплавлення сталевих виробів [Текст] / О. М. Шаблій, Ч. В. Пулька, М. С., Базар, О. І. Король // Патент на винахід №95330 В23К 13/00, Бюл. №2 від 25.07.2011.
4. Шаблій О.М. Створення температурного поля на торці спрацьованого металевго колеса коли температура перевищує температуру Кюрі [Текст] / Шаблій О.М., Пулька Ч.В., Король О.І., Базар М.С. // Вісник ТНТУ ім. Івана Пулюя. – №1 – 2012. – С. 208 – 219.
5. Шаблій О.М., Визначення розподілу швидкості води в трубці прямокутного поперечного перерізу [Текст] / Шаблій О.М., Пулька Ч.В., Король О.І., Базар М.С. // Тези II науково-технічної конференції «Інформаційні моделі, системи та технології» 25 квітня 2012 року, ТНТУ ім. Івана Пулюя, м. Тернопіль, С. 54.
6. Шаблій О.М., Математична модель створення температурного поля на поверхні спрацьованого металевго колеса, коли температура перевищує температуру Кюрі [Текст] / Шаблій О.М., Пулька Ч.В., Король О.І., Базар М.С. // Тези I науково-технічної конференції «Інформаційні моделі, системи та технології» 25 квітня 2012 року, ТНТУ ім. Івана Пулюя, м. Тернопіль, С. 6-7.
7. Слухоцкий А.Е. Индукторы для индукционного нагрева. [Текст] / А.Е. Слухоцкий. – Л.: Машиностроение, 1978. – 325 с.
8. Слухоцкий А.Е. Индукторы. [Текст] / А.Е. Слухоцкий. – Л.: Машиностроение, 1979. – 70 с.
9. Матвеев А. Н. Электричество и магнетизм [Текст] / А. Н. Немков. – М.: Высшая школа, 1983. – 462 с.
10. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники: электромагнитное поле. [Текст] / Л.А. Бессонов. – М.: Высшая школа, 1986. – 263 с.
11. Калантаров П.Л. Расчет индуктивностей. [Текст] / П.Л. Калантаров, Л.А. Цейтлин. – Л.: Энергия, 1978. – 488 с.