

УДК 621.001.2; 622.24.051

І.О. Шуляр¹, М.В. Маковійчук², Л.Я. Роп'як¹¹Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу²Івано-Франківський відділ Інституту прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України

ДОСЛІДЖЕННЯ РУХУ ТВЕРДИХ ЧАСТИНОК В РІДКОМУ СПЛАВІ ПРИ ВІДЦЕНТРОВОМУ АРМУВАННІ З ДВОМА ВЗАЄМНО ПЕРПЕНДИКУЛЯРНИМИ ОСЯМИ ОБЕРТАННЯ ЛИВАРНОЇ ФОРМИ

Досліджується рух твердих армуючих частинок в об'ємі рідкого сплаву за усталеного режиму обертання ливарної форми відносно вертикальної та горизонтальної осей. На основі прийнятої моделі побудовано нелінійні диференціальні рівняння, що описують відносний рух твердої армуючої частинки у рідкому середовищі з в'язким опором. Систему диференціальних рівнянь розв'язано чисельним методом Рунге-Кутта та проаналізовано залежність розв'язків від вихідних даних – початкових умов та інших технологічних параметрів процесу литва. За характером траєкторій армуючих частинок визначено оптимальні технологічні параметри процесу відцентрового литва для забезпечення потрібної конфігурації армованої зони заготовки деталі.

Вступ. Металеві матричні композити, особливо композити, армовані частинками твердих сплавів, за останні роки набули широкого використання у різних галузях промисловості завдяки їх покращеним механічним та трибологічним властивостям. З метою підвищення зносостійкості озброєння бурового інструменту, успішно використовується технологія армування частинками твердого сплаву при виготовленні заготовок способом відцентрового литва. Відомо, що для забезпечення оптимального формування армованої зони, ряд заготовок деталей доцільно виготовляти із двома осями обертання ливарної форми, наприклад фрезери, лопатеві долота, а також вставні зубки бурового інструменту.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. В роботах [1, 2] досліджено процес армування деталей з однією віссю обертання, здійснено аналітичне обґрунтування раціонального розподілу частинок твердого сплаву у робочій області елементів деталей бурового інструменту за рахунок особливостей конструкції його заготовки та кінематичних параметрів процесу відцентрового литва.

Для розширення технологічних можливостей процесу відцентрового литва використовують спосіб отримання армованих виливок [3, 4] з двома осями обертання ливарної форми. Дослідження руху твердих частинок у процесі відцентрового армування з двома осями обертання проводилися у роботі [5]. Тут визначальні рівняння руху частинок отримані шляхом безпосереднього проектування сил на осі координат без обґрунтування вибору розрахункової формули для сили гідродинамічного опору. Крім того, для проведення чисельного аналізу наведені рівняння потребують подальших перетворень і не забезпечують точного визначення оптимальних технологічних параметрів процесу відцентрового литва для формування раціонального розподілу армуючих частинок у робочій зоні заготовки деталі.

Мета даної роботи полягає у моделюванні руху зерен твердого сплаву у рідкому металі при відцентровому армуванні шляхом обертання ливарної форми відносно двох взаємно перпендикулярних осей, а також створення методики визначення оптимальних технологічних параметрів процесу литва для забезпечення формування потрібної армованої області виливок деталей.

Формулювання задачі та припущення моделі. Рух твердих частинок і характер їх розподілу в об'ємі рідкого металу залежить від багатьох технологічних параметрів процесу армування – розмірів та питомої ваги твердих частинок, місця і швидкості їх введення, температури та в'язкості сплаву, а також від співвідношення величин кутових швидкостей ливарної форми відносно горизонтальної та вертикальної осей обертання. У свою чергу, від напрямку та вигляду траєкторій руху частинок твердого сплаву безпосередньо залежатимуть геометричні розміри та форма зони армування, що впливають на ефективність експлуатації армованої деталі.

З метою моделювання та визначення кінематичних характеристик процесу відцентрового армування з двома осями обертання побудуємо диференціальні рівняння руху твердої частинки у рідкому сплаві і дослідимо залежність їх розв'язків від вихідних технологічних параметрів процесу литва та початкових умов.

Для побудови математичної моделі досліджуваного процесу армування прийемо ряд припущень:

– унаслідок незначних розмірів реальну форму твердої армуючої частинки замінимо на сферичну з деяким усередненим радіусом;

– не ставлячи обмежень на геометричну форму деталей, отриманих шляхом відцентрового литва, для визначеності рух твердих частинок розглядатимемо у циліндричній області, повністю заповненій рідким металом, поверхня якої моделює форму деталі;

– припустимо, що під час руху фізичні властивості твердої частинки та рідкого металу залишаються сталими, а швидкості обертання ливарної форми навколо горизонтальної та вертикальної осей – незмінними за величиною;

– розглядатимемо усталений рух рідкого металу, коли всі його частинки мають однакову кутову швидкість, яка дорівнює кутовій швидкості ливарної форми. Тобто вважатимемо, що метал, який обертається разом з ливарною формою, знаходиться у відносному спокої;

– прийемо, що з досягненням твердою частинкою периферії деталі, її рух припиниться унаслідок взаємодії з стінками форми (фронтом кристалізації).

Аналіз силових факторів та диференціальні рівняння руху. Для опису динаміки процесу відцентрового армування, тверду армуючу частинку розглядатимемо як матеріальну точку M , що здійснює складний рух – переносний обертальний (рух разом із рідким сплавом та формою) та відносний поступальний (рух відносно рідкого сплаву), швидкість якого невідома і підлягає визначенню. Місцезнаходження армуючої частинки $M(x, y, z)$ в кожен момент часу будемо визначати у рухомій системі координат $Oxyz$, незмінно зв'язаній з ливарною формою, а положення форми – у нерухомій системі координат $O\xi\eta\zeta$ (рис. 1).

Згідно з умовами розглядуваного способу відцентрового армування, ливарна форма обертається відносно двох взаємно перпендикулярних осей – нерухомої вертикальної $O\zeta$ та рухомої горизонтальної Ox (власної осі ливарної форми) – із заданими величинами кутових швидкостей $\omega_\zeta = \text{const}$ і $\omega_x = \text{const}$ відповідно. Для визначеності додатними напрямками обертання ливарної форми вважатимемо напрямки проти руху годинникової стрілки, якщо дивитися з кінця вектора відповідної кутової швидкості. Положення рухомої системи відносно нерухомої у кожен момент часу t однозначно можна визначити за двома параметрами: $\varphi = \omega_\zeta t$ – кутом повороту навколо вертикальної осі $O\zeta$ та $\theta = \omega_x t$ – кутом повороту навколо горизонтальної осі Ox (ЛП – лінія перетину горизонтальної $O\xi\eta$ та вертикальної $Oy\zeta$ площин).

Розклавши вектори кутових швидкостей $\vec{\omega}_\zeta$ і $\vec{\omega}_x$ за ортонормованим базисом $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ рухомої системи координат $Oxyz$

$$\vec{\omega}_\zeta = \omega_\zeta \sin \theta \vec{j} + \omega_\zeta \cos \theta \vec{k} = \omega_\zeta \sin \omega_x t \vec{j} + \omega_\zeta \cos \omega_x t \vec{k}, \quad \vec{\omega}_x = \omega_x \vec{i},$$

визначимо положення миттєвої осі обертання (МВ), що проходить через сумарний вектор кутової швидкості

$$\vec{\omega}_e = \vec{\omega}_x + \vec{\omega}_\zeta = \omega_x \vec{i} + \omega_\zeta \sin \omega_x t \vec{j} + \omega_\zeta \cos \omega_x t \vec{k}.$$

Таким чином, переносний обертальний рух твердої армуючої частинки вважатимемо заданим.

Запишемо диференціальне рівняння руху твердої частинки у неінерційній системі координат $Oxyz$

$$m\vec{a}_r = -m\vec{a}_e - m\vec{a}_k + \Sigma\vec{F},$$

або ввівши в розгляд сили інерції

$$m\vec{a}_r = \vec{\Phi}_e^{in} + \vec{\Phi}_k^{in} + \Sigma\vec{F}. \quad (1)$$

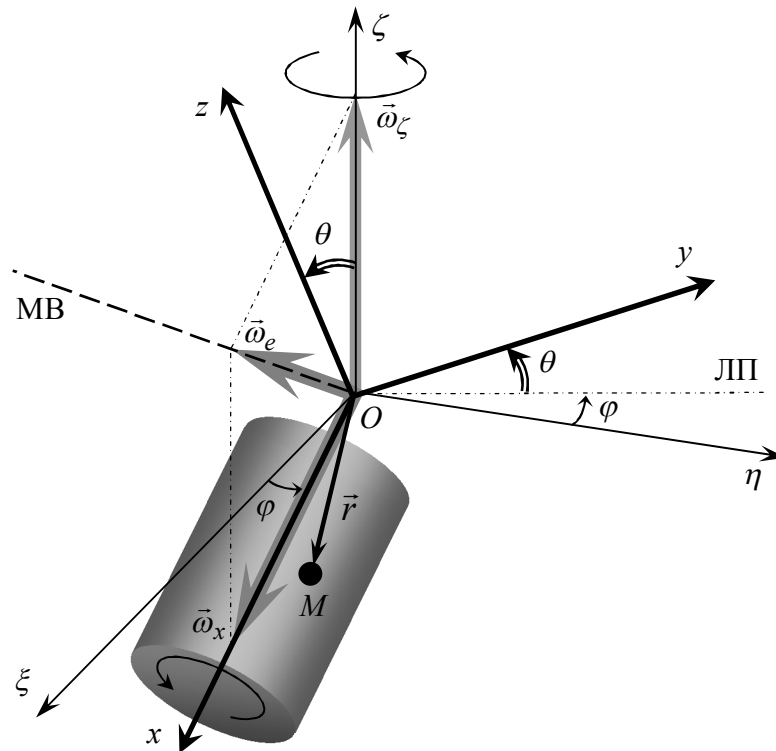


Рис. 1. Схема руху твердої частинки у рідкому металі при обертанні ливарної форми відносно двох взаємно перпендикулярних осей

Тут m – маса частинки; \vec{a}_r , \vec{a}_e , \vec{a}_k – відповідно відносне, переносне та коріолісове прискорення; $\vec{\Phi}_e^{ih}$, $\vec{\Phi}_k^{ih}$ – сили інерції від переносного та коріолісового прискорень; $\Sigma \vec{F}$ – зовнішні сили, які діють на частинку. Визначальними зовнішніми факторами руху важкої армуючої частинки у рідкому сплаві будуть: сила тяжіння \vec{G} , виштовхувальні сили \vec{F}^A , \vec{F}^e (архімедова та зумовлені обертанням), сили гідродинамічного опору \vec{F}^{on} та доданої маси $\vec{F}^{\partial.m.}$. Інші сили, що можуть виникати у процесі руху, наприклад за рахунок нерівномірного поверхневого розподілу градієнтів тиску та швидкості рідини, закручування частинки та запізнення відклику середовища на зміну її швидкості, або виключаються прийнятими припущеннями моделі, або вважаються такими, що мають незначний вплив унаслідок малості часу руху та розмірів самої частинки. Отже, у розгорнутому вигляді рівняння (1) запишеться так:

$$m\vec{a}_r = \vec{\Phi}_e^{ih} + \vec{\Phi}_k^{ih} + \vec{G} + \vec{F}^e + \vec{F}^A + \vec{F}^{on} + \vec{F}^{\partial.m.} \quad (2)$$

Визначимо зовнішні сили та сили інерції, що входять до правої частини рівняння (2). Для цього позначимо через $\vec{r} = \overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ радіус-вектор армуючої частинки у рухомій системі координат, а переносну швидкість подамо як векторний добуток радіуса-вектора та сумарної кутової швидкості $\vec{v}_e = \vec{\omega}_e \times \vec{r}$.

Сила інерції армуючої частинки в переносному русі рівна

$$\vec{\Phi}_e^{ih} = -m\vec{a}_e = -m \frac{d\vec{v}_e}{dt} = -m \frac{d}{dt}(\vec{\omega}_e \times \vec{r}) = -m[\vec{\varepsilon}_e \times \vec{r} + \vec{\omega}_e \times (\vec{\omega}_e \times \vec{r})],$$

де $\vec{\varepsilon}_e = \frac{d\vec{\omega}_e}{dt} = \frac{d}{dt}(\omega_x \vec{i} + \omega_\zeta \sin \omega_x t \vec{j} + \omega_\zeta \cos \omega_x t \vec{k}) = \omega_x \omega_\zeta \cos \omega_x t \vec{j} - \omega_x \omega_\zeta \sin \omega_x t \vec{k}$ – кутове прискорення армуючої частинки. Тут і надалі оператор диференціювання означатиме локальну похідну за часом у рухомій системі координат.

Коріолісова сила інерції

$$\vec{\Phi}_k^{ih} = -m\vec{a}_k = -2m(\vec{\omega}_e \times \vec{v}_r),$$

де $\vec{v}_r = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k}$ – шуканий вектор відносної швидкості.

Сила тяжіння у рухомій системі координат буде мати складові

$$\vec{G} = m\vec{g} = -mg \sin \omega_x t \vec{j} - mg \cos \omega_x t \vec{k},$$

де \vec{g} – прискорення вільного падіння.

Крім обумовленої гравітаційним полем сили Архімеда

$$\vec{F}^A = -\frac{4}{3} \pi R^3 \rho_m \vec{g} = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho_m g \sin \omega_x t \vec{j} + \frac{4}{3} \pi R^3 \rho_m g \cos \omega_x t \vec{k},$$

виштовхувальні сили також виникатимуть і унаслідок впливу сил інерції

$$\vec{F}^e = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho_m (\vec{a}_e + \vec{a}_k) = \frac{4}{3} \pi R^3 \rho_m [\vec{\varepsilon}_e \times \vec{r} + \vec{\omega}_e \times (\vec{\omega}_e \times \vec{r}) + 2\vec{\omega}_e \times \vec{v}_r].$$

Тут R – усереднений радіус твердої частинки; ρ_m – густина рідкого металу. Рівнодійна інерційних виштовхувальних сил рівна за величиною і протилежна за напрямком до суми відцентрових та коріолісової сил інерції, які діють на об'єм рідкого сплаву, витісненого армуючою частинкою.

Визначення сили лобового опору є складною задачею гідродинаміки, оскільки механізм такої взаємодії залежить від швидкості та характеру обтікання тіла рідиною. Відомо, що сила гідродинамічного опору руху твердої частинки у рідині діє у напрямку, протилежному до напрямку відносної швидкості \vec{v}_r , і рівна за величиною

$$F^{on} = \frac{1}{2} C_d S \rho_m v_r^2, \quad (3)$$

У формулі (3) позначено: $S = \pi R^2$ – площа проекції армуючої частинки на площину, перпендикулярну до вектора швидкості; C_d – безрозмірний коефіцієнт лобового опору. Цей коефіцієнт загалом залежить від форми частинки, а також від числа Рейнольдса, що визначає характер обтікання армуючої частинки рідким металом. Для прийнятих сферичних частинок радіусом R число Рейнольдса визначається за формулою

$$Re = \frac{2R}{\nu} v_r,$$

де ν – кінематична в'язкість рідкого металу. Звідси видно, що число Рейнольдса, а отже, і коефіцієнт лобового опору C_d є функціями відносної швидкості v_r , і загалом змінюються під час руху.

Існує багато аналітичних виразів [6 – 8], отриманих на основі емпіричних даних, які з достатньою точністю описують залежність C_d від Re у межах відповідного проміжку. За характером цієї залежності весь діапазон зміни Re можна умовно поділити на три частини [6]:

1) Для малих чисел Рейнольдса $Re \ll 1$ (невеликих швидкостей частинки відносно рідини) спостерігається ламінарний характер обтікання, за якого головну роль відіграють сили тертя між шарами рідини. При цьому має місце закон Стокса

$$C_d = \frac{24}{Re}, \quad (4)$$

а сила гідродинамічного опору буде пропорційна відносній швидкості

$$\vec{F}^{on} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{24}{2Rv_r} \nu \pi R^2 \rho_m v_r \cdot \vec{v}_r = -6\pi R \nu \rho_m \cdot \vec{v}_r. \quad (5)$$

2) За більших значень числа Рейнольдса ($Re \gg 1$) величина коефіцієнта опору не підпорядковується закону Стокса і відхиляється у бік більших значень. Для опису такої закономірності часто користуються формулою [7]

$$C_d = \frac{24}{Re} \left(1 + 0,15 Re^{0,687} \right), \quad (6)$$

що добре узгоджується з експериментальними даними аж до $Re = (7...8) \cdot 10^2$. У цьому разі залежність сили опору від відносної швидкості буде нелінійна

$$\begin{aligned} \bar{F}^{on} &= -\frac{1}{2} \cdot \frac{24\nu}{2R\nu_r} \left(1 + 0,15 \left(\frac{2R\nu_r}{\nu} \right)^{0,687} \right) \pi R^2 \rho_M \nu_r \cdot \bar{\nu}_r = \\ &= -\pi R \nu \rho_M \left(6 + 0,9 \left(\frac{2R\nu_r}{\nu} \right)^{0,687} \right) \cdot \bar{\nu}_r. \end{aligned} \quad (7)$$

3) Починаючи приблизно від значень $Re > 5 \cdot 10^2$ і аж до критичного значення $Re^* \approx 3 \cdot 10^5$ коефіцієнт лобового опору майже не змінюється, тож зазвичай приймають його усереднене значення

$$C_d \approx 0,44. \quad (8)$$

Тепер сила опору в основному визначається перепадом тисків, який не залежить від в'язкості рідини, і буде пропорційна квадрату відносної швидкості частинки

$$\bar{F}^{on} = \frac{0,44}{2} \pi R^2 \rho_M \nu_r \cdot \bar{\nu}_r = 0,22 \pi R^2 \rho_M \nu_r \cdot \bar{\nu}_r. \quad (9)$$

Для більших чисел Рейнольдса від критичного значення Re^* відбувається різке падіння коефіцієнта C_d унаслідок повного переходу пограничного шару рідини у турбулентний режим обтікання. Такі позакритичні значення числа Рейнольдса не характерні для відцентрового литва і у даному дослідженні не розглядаються.

Під час розрахунку траєкторій будемо враховувати кожен з можливих режимів руху частинок, однак для спрощення запису рівнянь як один з варіантів візьмемо третій найбільш широкий діапазон зміни Re .

Вплив інерції пограничного шару рідкого металу, який захоплює армуюча частинка, при нерівномірному русі врахуємо за допомогою сили доданої маси. Ця сила пропорційна до відносного прискорення частинки та маси витісненої нею рідини і діє у напрямку протилежному до прискорення

$$\bar{F}^{\partial.m.} = -C_M \rho_M V \frac{d\bar{\nu}_r}{dt}.$$

Коефіцієнт пропорційності C_M визначає співвідношення маси рідкого металу, що прискорюється разом з армуючою частинкою, до маси рідкого металу, заміщеного цією частинкою. Для сфери $C_M = 1/2$, отже

$$\bar{F}^{\partial.m.} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 \rho_M \frac{d\bar{\nu}_r}{dt} = -\frac{2}{3} \pi R^3 \rho_M \frac{d^2\bar{r}}{dt^2}.$$

Запишемо тепер рівняння руху (2) у проєкціях на осі рухомої системи координат $Oxyz$, підставивши вирази відповідних сил і розкривши векторні добутки:

$$\begin{aligned} m \frac{d^2x}{dt^2} &= m(\omega_\zeta^2 x - 2\omega_\zeta \omega_x (y \sin \omega_x t + z \cos \omega_x t)) + 2m\omega_\zeta \left(\cos \omega_x t \frac{dy}{dt} - \sin \omega_x t \frac{dz}{dt} \right) - \\ &- \frac{4}{3} \pi R^3 \rho_M \left(\omega_\zeta^2 x - 2\omega_\zeta \omega_x (y \sin \omega_x t + z \cos \omega_x t) + 2\omega_\zeta \left(\cos \omega_x t \frac{dy}{dt} - \sin \omega_x t \frac{dz}{dt} \right) \right) - \\ &- 0,22\pi R^2 \rho_M \sqrt{\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dz}{dt} \right)^2} \cdot \frac{dx}{dt} - \frac{2}{3} \pi R^3 \rho_M \frac{d^2x}{dt^2}; \\ m \frac{d^2y}{dt^2} &= m((\omega_x^2 + \omega_\zeta^2 \cos^2 \omega_x t)y - \omega_\zeta^2 z \cos \omega_x t \sin \omega_x t) + 2m \left(\omega_x \frac{dz}{dt} - \omega_\zeta \cos \omega_x t \frac{dx}{dt} \right) - \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{4}{3}\pi R^3 \rho_M \left((\omega_x^2 + \omega_\zeta^2 \cos^2 \omega_x t) y - \omega_\zeta^2 z \cos \omega_x t \sin \omega_x t + 2 \left(\omega_x \frac{dz}{dt} - \omega_\zeta \cos \omega_x t \frac{dx}{dt} \right) \right) - \\
& - 0,22\pi R^2 \rho_M \sqrt{\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dz}{dt} \right)^2} \cdot \frac{dy}{dt} - mg \sin \omega_x t + \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_M \left(g \sin \omega_x t - \frac{1}{2} \frac{d^2 y}{dt^2} \right); \\
& m \frac{d^2 z}{dt^2} = m(-\omega_\zeta^2 y \cos \omega_x t \sin \omega_x t + (\omega_x^2 + \omega_\zeta^2 \sin^2 \omega_x t) z) + 2m \left(\omega_\zeta \sin \omega_x t \frac{dx}{dt} - \omega_x \frac{dy}{dt} \right) - \\
& - \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_M \left(-\omega_\zeta^2 y \cos \omega_x t \sin \omega_x t + (\omega_x^2 + \omega_\zeta^2 \sin^2 \omega_x t) z + 2 \left(\omega_\zeta \sin \omega_x t \frac{dx}{dt} - \omega_x \frac{dy}{dt} \right) \right) - \\
& - 0,22\pi R^2 \rho_M \sqrt{\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dz}{dt} \right)^2} \cdot \frac{dz}{dt} - mg \cos \omega_x t + \frac{4}{3}\pi R^3 \rho_M \left(g \cos \omega_x t - \frac{1}{2} \frac{d^2 z}{dt^2} \right).
\end{aligned}$$

Розділивши кожне рівняння на масу армуючої частинки $m = 4/3 \cdot \pi R^3 \rho_M$, де ρ_M її густина та перегрупувавши, отримаємо

$$\begin{aligned}
& \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\rho_M}{\rho_M} \right) \frac{d^2 x}{dt^2} = \left(1 - \frac{\rho_M}{\rho_M} \right) \left(\omega_\zeta^2 x - 2\omega_\zeta \omega_x (y \sin \omega_x t + z \cos \omega_x t) + \right. \\
& \left. + 2\omega_\zeta \left(\cos \omega_x t \frac{dy}{dt} - \sin \omega_x t \frac{dz}{dt} \right) \right) - \frac{0,165}{R} \frac{\rho_M}{\rho_M} \sqrt{\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dz}{dt} \right)^2} \cdot \frac{dx}{dt}, \\
& \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\rho_M}{\rho_M} \right) \frac{d^2 y}{dt^2} = \left(1 - \frac{\rho_M}{\rho_M} \right) \left((\omega_x^2 + \omega_\zeta^2 \cos^2 \omega_x t) y - \omega_\zeta^2 z \cos \omega_x t \sin \omega_x t + 2 \left(\omega_x \frac{dz}{dt} - \right. \right. \\
& \left. \left. - \omega_\zeta \cos \omega_x t \frac{dx}{dt} \right) \right) - \frac{0,165}{R} \frac{\rho_M}{\rho_M} \sqrt{\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dz}{dt} \right)^2} \frac{dy}{dt} - \left(1 - \frac{\rho_M}{\rho_M} \right) g \sin \omega_x t, \\
& \left(1 + \frac{1}{2} \frac{\rho_M}{\rho_M} \right) \frac{d^2 z}{dt^2} = \left(1 - \frac{\rho_M}{\rho_M} \right) \left(-\omega_\zeta^2 y \cos \omega_x t \sin \omega_x t + (\omega_x^2 + \omega_\zeta^2 \sin^2 \omega_x t) z + 2 \left(\omega_\zeta \sin \omega_x t \frac{dx}{dt} - \right. \right. \\
& \left. \left. - \omega_x \frac{dy}{dt} \right) \right) - \frac{0,165}{R} \frac{\rho_M}{\rho_M} \sqrt{\left(\frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dz}{dt} \right)^2} \frac{dz}{dt} - \left(1 - \frac{\rho_M}{\rho_M} \right) g \cos \omega_x t. \quad (10)
\end{aligned}$$

Отримана система диференціальних рівнянь (10) дозволяє визначити закон руху та траєкторії армуючих частинок і дослідити зв'язок між технологічними параметрами процесу литва та формою і геометричними розмірами армованої зони заготовки деталі.

Початкові умови. Початкова відносна швидкість твердої армуючої частинки (швидкість відносно рухомої системи координат) залежить від швидкості руху частинки у живильній трубці, а також від положення кінця цієї трубки відносно осей обертання ливарної форми. У даному випадку живильна трубка спрямована паралельно до осі форми і обертається разом з формою навколо осі $O\zeta$ таким чином, що частинка рухається вздовж Ox з відносною швидкістю v_x^0 на деякій висоті H (рис. 2).

Унаслідок обертання ливарної форми навколо осі Ox точки введення армуючих частинок у рідкий сплав будуть розміщені по колу $y = H \sin \omega_x t$, $z = H \cos \omega_x t$ радіуса H у площині $x = x_0$, що створює додаткові передумови для кругового розподілу армуючих частинок по бічній та торцевій поверхнях циліндричної заготовки деталі. Крім того, обертання ливарної форми відносно осі Ox зумовлює додаткову початкову швидкість армуючої частинки відносно рідкого металу, спрямовану в площині Oyz по дотичній до цього кола назустріч рухові середовища.

Враховуючи, що у початковий момент часу t_0 радіус-вектор точки введення твердої частинки в рідкий метал у рухомій системі координат займає положення

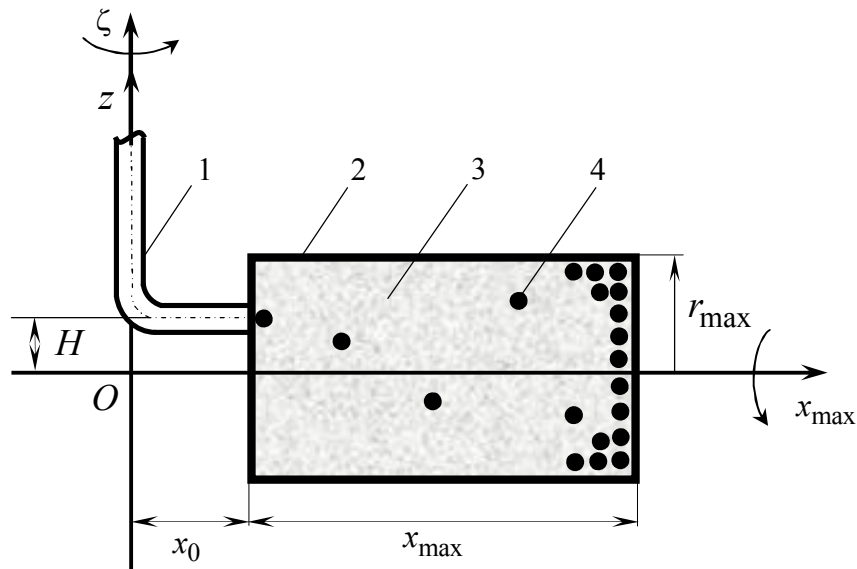


Рис. 2. Схема введення твердих частинок у рідкий сплав:
1 – живильна трубка; 2 – ливарна форма; 3 – рідкий сплав; 4 – тверда частинка

$$\vec{r}_0 = x_0 \vec{i} + y_0 \vec{j} + z_0 \vec{k} = x_0 \vec{i} + H \sin \omega_x t_0 \vec{j} + H \cos \omega_x t_0 \vec{k},$$

додавши обидва (поступальний та обертальний) відносні рухи, отримуємо вектор початкової відносної швидкості

$$\vec{v}_r^0 = v_x^0 \vec{i} + v_y^0 \vec{j} + v_z^0 \vec{k} = v_x^0 \vec{i} + \omega_x H \cos \omega_x t_0 \vec{j} - \omega_x H \sin \omega_x t_0 \vec{k}.$$

Результати дослідження. Числовий розв'язок системи нелінійних диференціальних рівнянь (10) за початкових умов $t = t_0$, $\vec{r} = \vec{r}_0$, $\vec{v}_r = \vec{v}_r^0$, будували за допомогою алгоритму Рунге-Кутта 4-го порядку. У ході розв'язання на кожному кроці розбиття t_i ($i = 0 \dots n$) проміжку інтегрування $[t_0, t_n]$ перевіряли умову відповідності виразу коефіцієнта C_d обчисленому числу Рейнольдса $Re_i = \frac{2R}{\nu} \sqrt{v_{x,i}^2 + v_{y,i}^2 + v_{z,i}^2}$ та вибирали відповідний вираз сили гідродинамічного опору (5, 7, 9).

У разі виконання однієї з умов $x_i > x_0 + x_{\max}$ або $\sqrt{(y_i)^2 + (z_i)^2} > r_{\max}$, де x_{\max} , r_{\max} – максимальні розміри циліндричного вилівка, обчислення припинялися і фіксувався фактичний час руху t_{\max} , необхідний для досягнення твердою частинкою периферії ливарної форми. Обчислення в основному проводили за таких значень параметрів: $\rho_m = 6,96 \cdot 10^3$ кг/м³, $\rho_c = 15,7 \cdot 10^3$ кг/м³, $2R = 0,001$ м, $\nu = 0,6 \cdot 10^{-6}$ м²/с, $v_x^0 = 0$ м/с, $H = 0,01$ м, $x_0 = 0,1$ м, $x_{\max} = 0,4$ м, $r_{\max} = 0,15$ м.

Траєкторії руху зображали для різних випадків початкових положень розташованих по колу радіусом H , що відповідає способу введення твердих частинок у рідкий сплав.

За малих обертів ($\omega_\zeta = \omega_x = 2\pi$ 1/с) ливарної форми відносно обох осей спостерігається виразна спіралеподібна форма траєкторій (рис. 3а) унаслідок кругової пульсації сили гравітації у рухомій системі координат, а також значне відхилення пучка траєкторій від осі Ox за рахунок впливу поворотної сили Коріоліса.

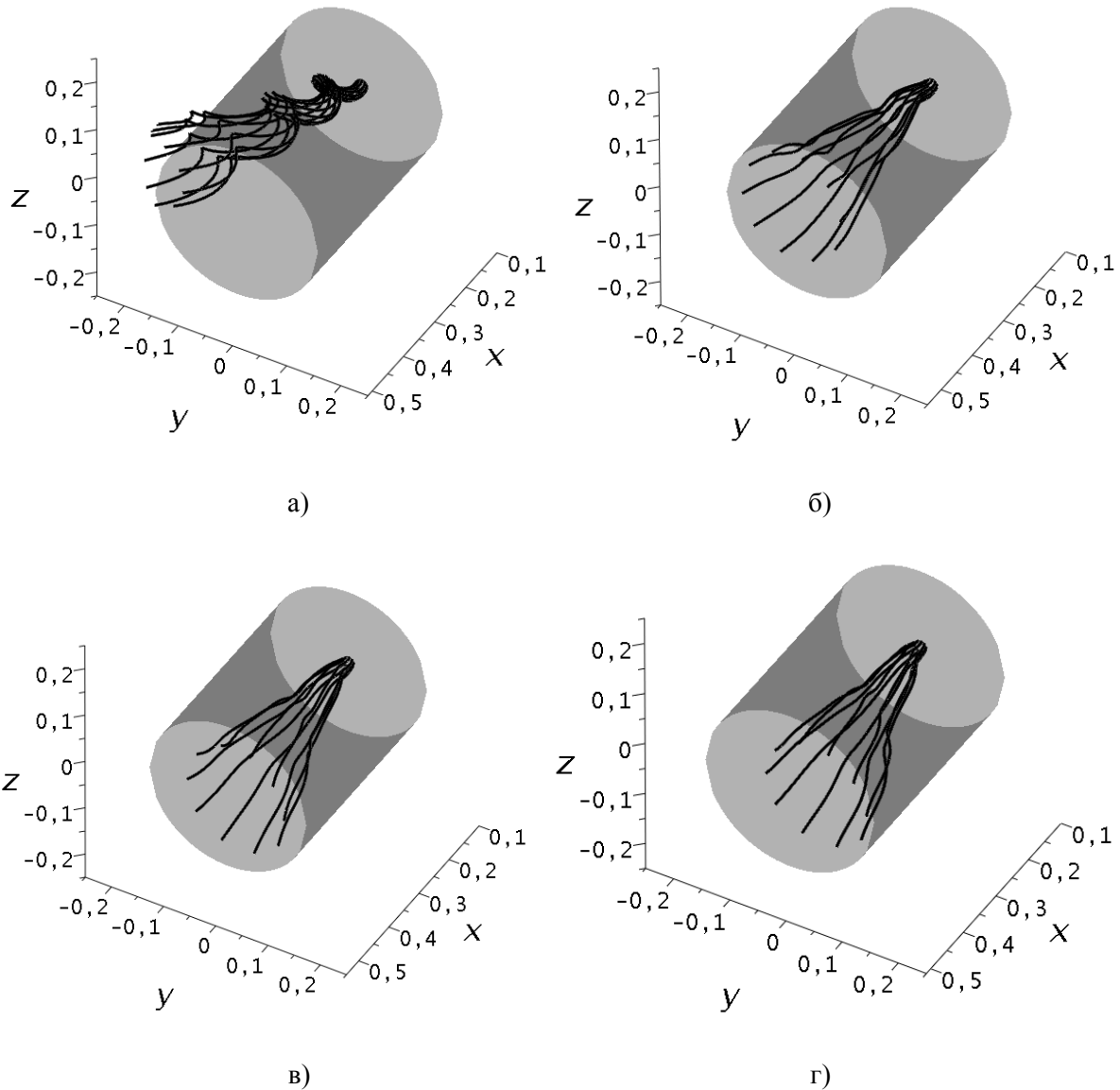


Рис. 3. Траєкторії руху твердих частинок у рідкому сплаві:
 а) $\omega_{\zeta} = \omega_x = 2\pi$ 1/с, $t = 3,2$ с; б) $\omega_{\zeta} = \omega_x = 6\pi$ 1/с, $t = 0,8$ с;
 в) $\omega_{\zeta} = \omega_x = 10\pi$ 1/с, $t = 0,42$ с; г) $\omega_{\zeta} = \omega_x = 100\pi$ 1/с, $t = 0,04$ с

Для більших частот обертання ($\omega_{\zeta} = \omega_x = 6\pi; 10\pi$, 1/с) домінуючими стають відцентрові сили інерції, у вирази яких входять квадрати та добутки кутових швидкостей. За таких умов вплив гравітації та сили Коріоліса стає порівняно незначним, траєкторії випрямляються і вісь пучка траєкторій армуючих частинок відхиляється від осі ливарної форми на меншу величину (рис. 3б, в). При цьому час, упродовж якого армуюча частинка досягає периферії виливка, помітно зменшується. Наприклад за частот обертання $\omega_{\zeta} = \omega_x = 100\pi$ 1/с час руху становить лише $t = 0,04$ с (рис. 3г). За такий короткий час розчинення частинки у рідкому металі є незначним.

Встановлено, що за малих значень H траєкторії твердих частинок розташовуватимуться близько одна до одної, тож за переважаючого значення ω_{ζ} отримаємо вузьку зону армування торцевої поверхні навколо осі симетрії виливка заготовки деталі. Із зростанням величини ω_x траєкторії будуть більше відхилятися від осі пучка, а отже, армуючі частинки розподілятимуться, в основному, по бічній поверхні циліндричної заготовки деталі. Таким чином, за рахунок додаткового обертання навколо горизонтальної осі симетрії деталі досягається перерозподіл

кінцевих положень армуючих частинок, а вибором відповідного співвідношення частот обертання навколо двох осей можна регулювати геометричні параметри армованої зони робочої поверхні заготовки деталі.

У ході числового аналізу було також встановлено, що час досягнення периферії виливка для більших за розмірами армуючих частинок є значно меншим. Наприклад, для мінімальних та максимальних розмірів твердих частинок у вибраному діапазоні $R = 0,00045 \dots 0,0016$ м, за частот обертання $\omega_z = 10\pi$, $\omega_x = 8\pi$ 1/с та за інших однакових умов час руху зменшується від $t = 0,23$ до $t = 0,15$ с. На рис. 4 для наочності зображено проєкції на координатні площини траєкторій частинок різних розмірів за малих частот обертання ($\omega_z = \omega_x = 2\pi$ 1/с). Як видно з цього рисунка, більші за розмірами частинки за той самий час (один оберт) сильніше відхиляються від обох осей обертання ливарної форми і, таким чином, швидше досягають периферії виливка.

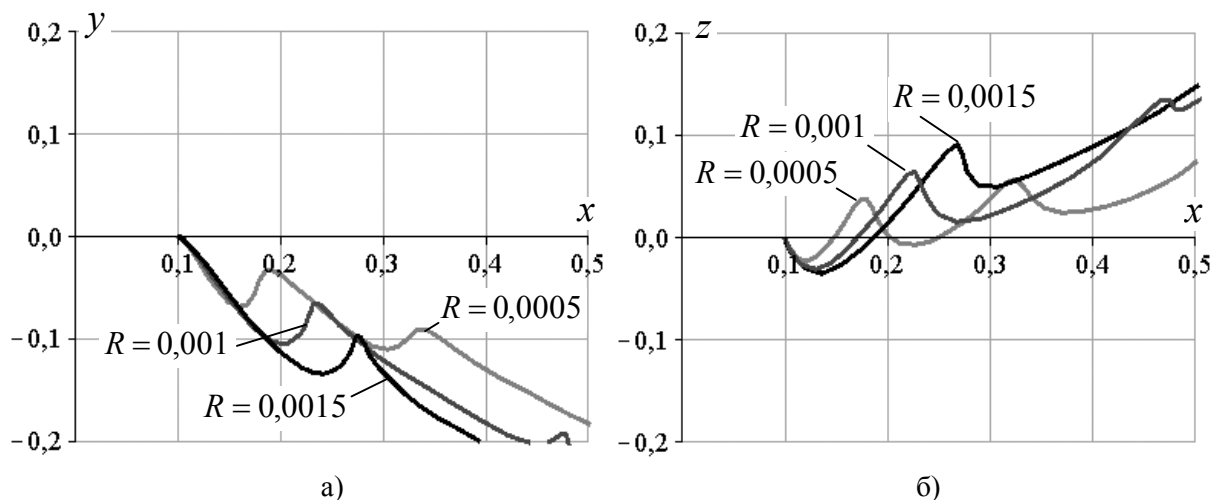


Рис. 4. Траєкторії руху частинок різних радіусів R (м) у проєкціях на координатні площини: а) – Oxy ; б) – Oxz

Аналогічний ефект дає збільшення відношення густини матеріалу твердих армуючих частинок до густини рідкого матричного сплаву. Водночас вплив зміни кінематичної в'язкості рідкого металу у прийнятих розрахункових межах $\nu = (0,6 \dots 0,8) \cdot 10^{-6}$ м²/с на час руху армуючих частинок є незначним.

Наведена методика розрахунку та розроблена математична модель дозволяють визначати технологічні параметри процесу відцентрового армування й для більш складних конфігурацій виливків із заданими розмірами зон армування, що виготовляються у виробництві, проектувати нові конструкції озброєння деталей робочих інструментів, а також створювати програмні засоби та анімаційні комп'ютерні моделі для інтерактивного керування такими процесами. Ці та інші подібні задачі становлять предмет подальших досліджень.

Висновки. Створено методику розрахунку для визначення основних технологічних параметрів процесу відцентрового армування з двома взаємно перпендикулярними осями обертання, які забезпечують транспортування частинки твердого сплаву у потрібну область виливка заготовки деталі.

За результатами теоретичних досліджень проаналізовано вплив співвідношення частот обертання ливарної форми навколо вертикальної та горизонтальної осей та інших технологічних параметрів процесу литва на перерозподіл армуючих частинок у робочій зоні заготовки деталі.

За малих швидкостей обертання виявлено виразне несиметричне формування армованої зони унаслідок відхилення пучка траєкторій частинок відносно осі ливарної форми під впливом зміщення миттєвої осі обертання, поля гравітації та сили Коріоліса. Із збільшенням частот обертання відносно обох осей, зміщення армованої зони відносно осі симетрії деталі стає незначним.

У ході числового аналізу встановлено, що час досягнення периферії вилівка для більших за розмірами армуючих частинок є значно меншим. Аналогічний ефект дає збільшення відношення густини матеріалу армуючих частинок до густини рідкого сплаву.

1. Бугай Ю. Н. Центробежно-армированный породоразрушающий буровой инструмент / Ю.Н. Бугай, И.В. Воробьев. – Львов: Выща школа. Изд-во при Львовском ун-те, 1989. – 208 с.
2. Ясашин В. А. Конструкторские и технологические методы повышения эффективности работы буровых шарошечных долот большого диаметра: автореф. дисс. на соискание уч. степени докт. техн. наук: спец. 05.02.13 “Машины, агрегаты и процессы (нефтяная и газовая промышленность)” / В. А. Ясашин. – М., 2009. – 48 с.
3. А. с. 1197249 СССР, МКИ В 22 D 19/02. Способ получения армированных отливок / Ю. Н. Бугай, В. В. Кустов, А. В. Быков и др. (СССР). – 3505285/22-02; заявл. 27.10.82; не подл. опубл. в откр. печати. – 5 с.
4. Шуляр І. О. Моделювання руху твердих частинок у рідкому сплаві при відцентровому армуванні деталей / І. О. Шуляр, М. В. Маковійчук, Л. Я. Роп'як // Сборник трудов XIX междунар. научно-техн. конф. Машиностроение и техносфера XXI века. (г. Севастополь 17-22 сентября 2012 г.) В 3-х томах. – Донецк: ДонНТУ, 2012. – Т. 3. – С. 83.
5. Борушак Б. О. Разработка технологического процесса центробежного армирования лопастных долот: автореф. дисс. на соискание уч. степени канд. техн. наук: спец. 05.02.08 “Технология машиностроения” / Б. О. Борушак. – К., 1993. – 16 с.
6. Бусройд Р. Течение газа со взвешенными частицами / Бусройд Р. – М.: Мир, 1975. – 380 с.
7. Schiller L. Über die grundlegenden berechnungen bei der schwerkraftaufbereitung / L. Schiller, A. Naumann // Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure. – 1933. – Vol. 77, No. 12. – P. 318–320.
8. Morsi S. A. An investigation of particle trajectories in two-phase flow systems / S. A. Morsi, A. J. Alexander // J. Fluid Mech. – 1972. – Vol. 55, No. 2. – P. 193–208.