

УДК 514.18

С.І. Пустюльга, В.Р. Самостян, А.А. Хомич
ФОРМУВАННЯ ДИСКРЕТНИХ МОДЕЛЕЙ ЗРІВНОВАЖЕНИХ ЗАМКНУТИХ
КРИВИХ ЗА ЗАДАНИМИ ВИХІДНИМИ ВИМОГАМИ МАТЕМАТИЧНИМ АПАРАТОМ
ЧИСЛОВИХ ПОСЛІДОВНОСТЕЙ

В роботі запропоновано алгоритм формування дискретних моделей зрівноважених замкнутих кривих за заданими вихідними геометричними вимогами та із забезпеченням другого порядку гладкості у вузлах формованої моделі математичним апаратом числових послідовностей у параметричному вигляді.

Ключові слова: замкнута крива, дискретне моделювання, числові послідовності.

Рис. 7. Форм. 2. Літ. 4.

С.И. Пустюльга, В.Р. Самостян, А.А. Хомыч
ФОРМИРОВАНИЕ ДИСКРЕТНЫХ МОДЕЛЕЙ УРАВНОВЕШЕННЫХ
ЗАМКНУТЫХ КРИВЫХ ЗА ЗАДАНЫМИ ИСХОДНЫМИ ТРЕБОВАНИЯМИ
МАТЕМАТИЧЕСКИМ АППАРАТОМ ЧИСЛОВЫХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ

В работе предложен алгоритм формирования дискретных моделей уравновешенных замкнутых кривых за заданными исходными геометрическими требованиями и с обеспечением второго порядка гладкости в узлах формируемой модели математическим аппаратом числовых последовательностей в параметрическом виде.

Ключевые слова: замкнута кривая, дискретное моделирование, числовые последовательности.

S. Pustyulga, V. Samostyan, A. Homuch.
FORMING OF DISCRETE MODELS OF THE BALANCED RESERVED CURVES
AFTER THE SET INITIAL REQUIREMENTS BY THE MATHEMATICAL VEHICLE OF
NUMERICAL SEQUENCES

The algorithm of forming of discrete models of the balanced reserved curves is in-process offered after the set weekend by geometrical requirements and with providing of the second order of smoothness in the knots of mouldable model by the mathematical vehicle of numerical sequences in a self-reactance kind.

Keywords: a curve, discrete design, numerical sequences, is reserved.

Постановка проблеми. В багатьох практичних задачах при формуванні замкнутих кривих, які є моделями цілого ряду об'єктів у машинобудуванні та на транспорті, важливим є врахування якомога більшої кількості вихідних даних та різного роду геометричних вимог до створюваних моделей. При чому, як правило, основними характеристиками формованих образів є гладкість, тобто відсутність особливих точок, та геометрія модельованих об'єктів. Враховуючи дискретний характер роботи сучасних пакетів прикладних програм, очевидно, що задачі такого класу достатньо ефективно можна розв'язати за допомогою сучасних методів дискретної геометрії. Від так, розробка нових алгоритмів формування дискретних моделей замкнутих кривих із вищеперерахованими вимогами є актуальною.

Аналіз останніх досліджень. Питанню формування дискретних замкнутих кривих були присвячені роботи [1, 2, 3]. У роботі [1] було запропоновано алгоритм моделювання зрівноважених замкнутих кривих числовими послідовностями. Однак у даній роботі при формуванні дискретних моделей замкнутих кривих не враховувались інші додаткові вихідні умови.

У роботі [2] були розглянуті усі можливі варіанти формування дискретних моделей зрівноважених замкнутих кривих математичним апаратом числових послідовностей за допомогою параметричного представлення. Однак не досліджено вплив, при такому представленні, вихідних вимог до моделі на формування геометрії формованих образів.

Формування цілей роботи. Метою даної роботи є формування дискретних моделей зрівноважених замкнутих кривих за заданими вихідними геометричними вимогами та із забезпеченням другого порядку гладкості у вузлах формованого образу математичним апаратом числових послідовностей у параметричному вигляді. Крім того цікавим є дослідження безпосереднього впливу вихідних даних на геометрію модельованих об'єктів.

Основна частина. У роботі [3] було запропоновано алгоритм формування дискретних моделей замкнутих кривих статико-геометричним методом, де поряд із певними наборами вихідних даних враховувалася задана площа майбутнього формованого образу. Однак, площа враховувалась при сумісному розв'язанні системи скінченно-різницевої рівнянь для визначення значень окремих координатних складових, що не дозволяло аналізувати та прогнозувати процеси

формування замкнутих зрівноважених кривих, а при збільшенні кількості внутрішніх вузлів – розрахунок займав достатньо великий об'єм часу із-за включень до системи нелінійних складових.

Тому в даній роботі пропонується проводити процес моделювання зрівноважених замкнутих кривих з визначеною площею математичним апаратом числових послідовностей у

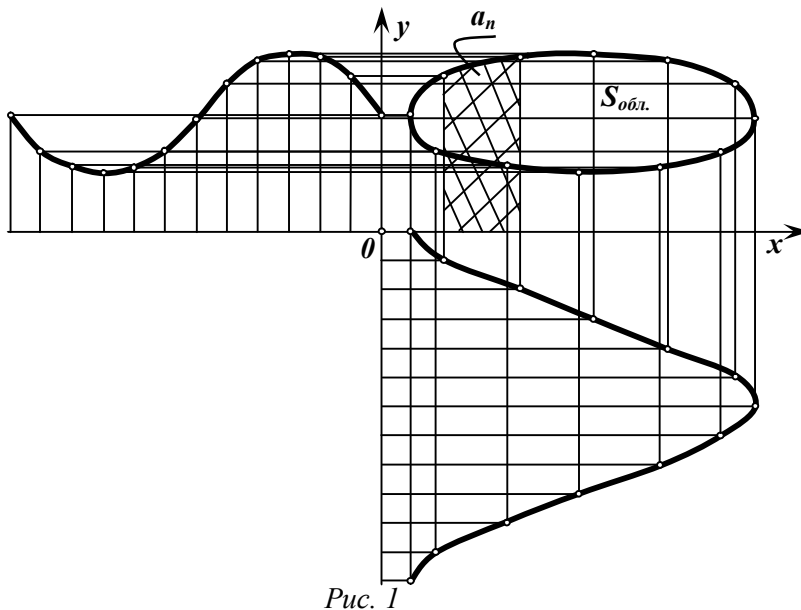


Рис. 1

параметричному вигляді. Це дасть можливість по-перше, при формуванні одновимірних образів числовим послідовностями рівняння рівноваги записувати тільки для заданих вихідних даних, а не для всіх внутрішніх вузлів, що суттєво зменшить кількість інформації про модельований об'єкт. По-друге, якщо проводити процес моделювання окремо по координатних складових, то знайшовши набір коефіцієнтів a_n (рис. 1), можна позбутися нелінійності системи розрахункових рівнянь. По-третє, при формуванні

дискретних моделей зрівноважених замкнутих кривих математичним апаратом числових послідовностей завжди можна достатньо просто переходити при потребі до їх неперервного виду.

Площу формованої дискретної моделі замкнутої кривої можна представити у вигляді:

$$S = \frac{1}{2} \sum_n^N (y_{n+1} + y_n) \cdot a_n$$

де: $a_n = x_{n+1} - x_n$, N – загальна кількість вузлів закритої кривої, n – порядковий номер вузла.

Алгоритм працює наступним чином. Спочатку складається і розв'язується система рівнянь по координатній складовій x , із врахуванням визначеного набору вихідних геометричних вимог. Із заданої системи лінійних рівнянь визначається множина коефіцієнтів a_n , яка є базовою при визначенні координатних складових y .

Оскільки, **метою даної роботи** є формування дискретних моделей зрівноважених замкнутих кривих із врахуванням заданих геометричних вимог, заданим значенням площі майбутнього об'єкту та забезпеченням другого порядку гладкості в точці замикання образу, то до системи рівнянь, по кожній із координатних складових необхідно ввести додаткові умови для забезпечення дискретного аналогу гладкості [4].

Наприклад, для побудови дискретної моделі зрівноваженої замкнутої кривої за заданими координатами вузла стиковки, заданою умовою забезпечення другого порядку гладкості у вузлі та заданою площею, що обмежена моделлю кривої, система рівнянь по координатній складовій x набуде вигляду:

$$\begin{cases} x_n = \left(1 - \frac{n}{N}\right) \cdot m + \frac{n}{N} \cdot t + \frac{n}{N} \sum_{v=1}^{N-1} \sum_{s=1}^v a_0 + a_1 s - \sum_{v=1}^{n-1} \sum_{s=1}^v a_0 + a_1 s, \\ x_{i-1} = x_i, \quad x_{n+1} = x_n \end{cases} \quad (1)$$

Для розрахунку координатних складових y , систему рівнянь подамо у вигляді:

$$\begin{cases} y_n = \left(1 - \frac{n}{N}\right) \cdot m + \frac{n}{N} \cdot t + \frac{n}{N} \sum_{v=1}^{N-1} \sum_{s=1}^v a_0 + a_1 s + a_2 s^2 - \sum_{v=1}^{n-1} \sum_{s=1}^v a_0 + a_1 s + a_2 s^2 \\ y_{i-1} = y_i, \quad y_{n+1} = y_n \\ S_{обл} = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{N-1} y_n \cdot a_n \end{cases} \quad (2)$$

Невідомими у виразах подвійних числових послідовностях є коефіцієнти a_0, a_1, a_2 функції зовнішнього формоутворюючого навантаження по кожній із координатних складових.

Як зазначалось у роботі [2], тільки при навантаженні розподіленому по одній із координатних складових за законом параболи другого порядку, а по другій – за законом параболи третього порядку, можлива побудова дискретної моделі зрівноваженої замкнутої кривої з другим порядком гладкості у всіх вузлах дискретно представленого образу. Для розподілу складових функції зовнішнього формоутворюючого навантаження за такими законами необхідно у вихідних даних задати додаткову умову, наприклад, проходження кривої через фіксований вузол. За таких вихідних умов навантаження по координатній складовій X розподілятиметься по параболі другого порядку, по координатній складовій Y – параболі третього порядку.

За базові точки формованої моделі вибирались комбінації чотирьох заданих вузлів: координати вузла стиковки (ліва) та по чергово координати вузлів дискретно представлені кривої (верхня, права, нижня). На рисунку 2, 3, 4 наведені наочні результати розв'язання такої задачі із різними комбінаціями 2 заданих координат вузлів та з різними заданими значеннями площі, що обмежена дискретною моделлю кривої.

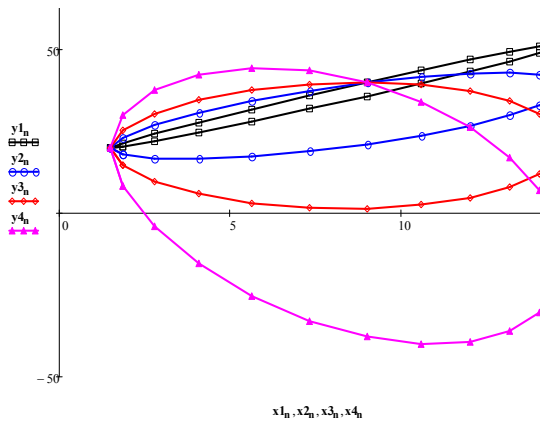


Рис. 2. Задані ліва та верхня координати, задана площа 50;200;400;800

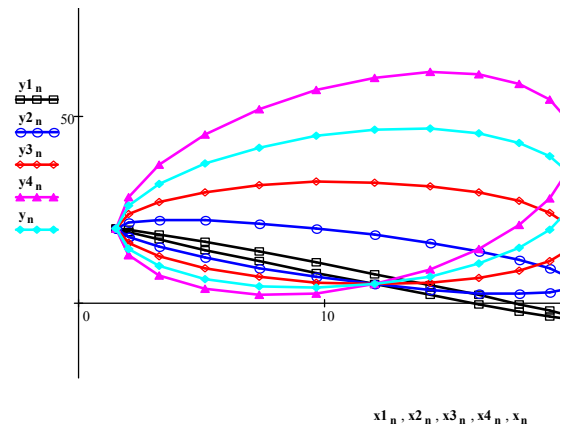


Рис. 3. Задані ліва та нижня координати, задана площа 50;200;400;800

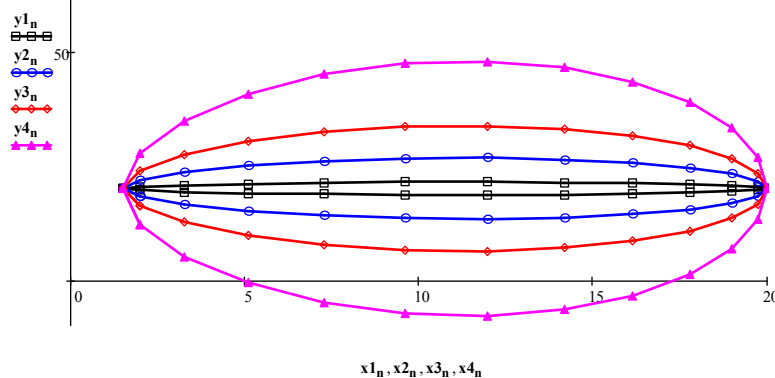


Рис. 4. Задані ліва та права координати, задана площа 50;200;400;800

Якщо до вихідних даних включити умову проходження дискретно представлені кривої через 3 задані точки, то у запропонованому алгоритмі збільшується порядок складових функцій навантаження на одиницю. На рисунку 5, 6 представлені різні комбінації задання координат вершин та значень площ.

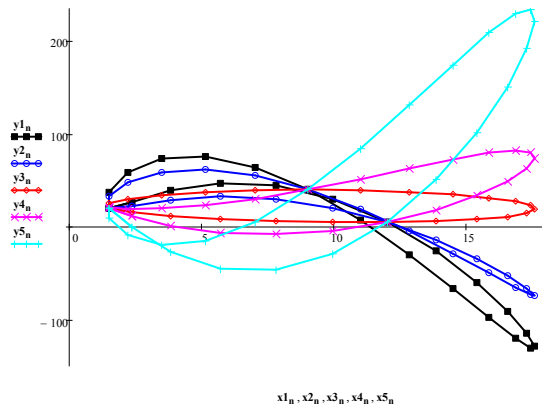


Рис. 5. Задані ліва, верхня та нижня координати, задана площа 50, 200, 450, 600, 1000

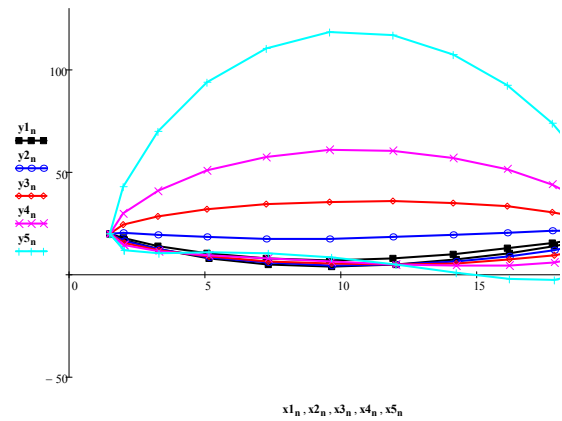


Рис. 6. Задані ліва, нижня та права координати, задана площа 50, 200, 450, 800, 1600

При заданих чотирьох базових точках модельованої дискретної замкнутої кривої виникають певні обмеження на можливі значення площі дискретної моделі зрівноваженої замкнутої кривої. При довільних значеннях заданої площі дискретна модель кривої може самоперетинатись. На рисунку 7 наведені дискретні моделі кривих, побудованих за заданими 4 вузлами та заданою довільною площею формованого геометричного образу.

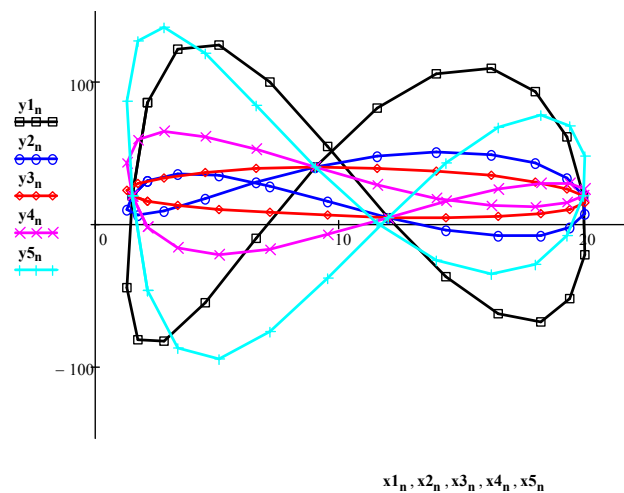


Рис. 7. Задані ліва, верхня, права та нижня координати задана площа 200, 400, 522, 600, 800

Висновок. У роботі запропоновано алгоритм формування дискретних моделей зрівноважених замкнутих кривих за заданими вихідними геометричними вимогами та із забезпеченням другого порядку гладкості у вузлах формованого образу математичним апаратом числових послідовностей у параметричному вигляді. Досліджено вплив заданих вихідних даних на геометрію модельованих об'єктів.

1. С.І. Пустюльга, В.Р. Самостян. Дискретне геометричне моделювання зрівноважених замкнутих кривих числовими послідовностями / Прикладна геометрія та інженерна графіка.- К., 2011, вип. 87, – С. 314-318.
2. С.І. Пустюльга, А. Хомич, Д. Самольянова. Дослідження функціонального розподілу зовнішнього навантаження при дискретному моделюванні замкнутих зрівноважених кривих. / Тези студентської конференції ЛНТУ. – Луцьк, 2011, вип. XXIII, – С. 42-44.
3. В.Р. Самостян, А.А. Хомич. Формування дискретно представлених замкнутих кривих з визначеною площею області./ Наукові нотатки.-Луцьк, 2012, вип.36, – С. 246-249.
4. Самостян В.Р., Хомич А.А. Формування дискретно представлених замкнутих кривих статико-геометричним методом./Наук. Журн. Комп'ютерно - інтегровані технології: Осв., Наука, Виробн.-Луцьк, 2011, вип.6, – С. 225-229.

Стаття надійшла до редакції 27.04.2013.