

**В.П. Ларшин, Н.В. Лищенко**  
**ТЕМПЕРАТУРА ПРЕРЫВИСТОГО ШЛИФОВАНИЯ БЕЗ ПРИНУДИТЕЛЬНОГО ОХЛАЖДЕНИЯ**

*Установлено, что температура прерывистого шлифования содержит две составляющие: аперiodическую непрерывно возрастающую составляющую и периодическую импульсную. Исследован переходный процесс изменения этой температуры, установлена зависимость для определения времени переходного процесса. Форм. 10. Рис. 3. Лит. 10.*

**В.П. Ларшин, Н.В. Лищенко**  
**ТЕМПЕРАТУРА ПЕРЕРИВ ЧАСТОГО ШЛІФУВАННЯ БЕЗ ПРИМУСОВОГО ОХОЛОДЖЕННЯ**

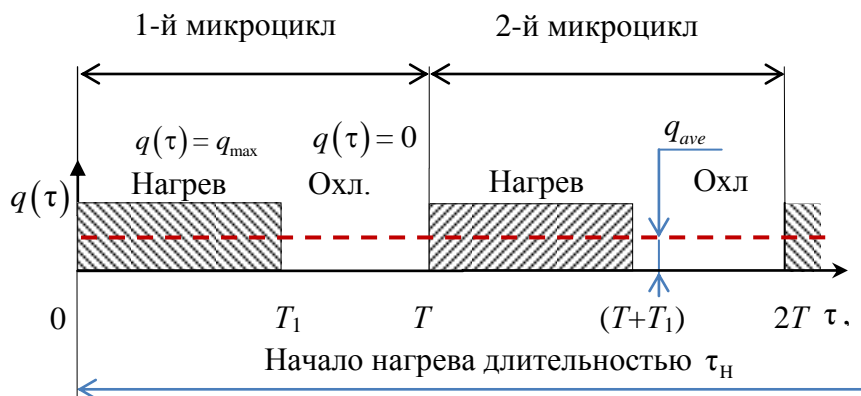
*Встановлено, що температура переривчастого шліфування містить дві складові: аперіодичну безперервно зростаючу складову і періодичну імпульсну. Досліджений перехідний процес зміни цієї температури, встановлена залежність для визначення часу перехідного процесу.*

**V. Larshin, N. Lishchenko**  
**TEMPERATURE OF DISCONTINUED GRINDING WITHOUT FORCED COOLING**

*It is set that the discontinued grinding temperature contains two components: aperiodic continuously increasing component and periodic impulsive. The transient of this temperature changing is investigated; a transient time determination equation is set.*

**Введение.** Показано [1], что различие в результатах определения температуры шлифования по одно- и двумерной теплофизическим схемам незначительно (до 10 %) при прочих одинаковых условиях, как при наличии принудительного охлаждения, так и без него. Поэтому целесообразно при технологическом проектировании и технологической диагностике процесса шлифования пользоваться одномерной теплофизической схемой с линейным тепловым потоком. В соответствии с этой схемой тепловое поле создается вследствие движения по координате  $x$  теплового потока, векторы плотности которого являются параллельными.

Температуру в зоне шлифования можно регулировать, если шлифование производить с определенными многократными на временном интервале  $0 \leq \tau \leq \tau_H$  прерывами во времени. Это позволяет изменить характер температурного поля и максимальную величину температуры в зоне контакта вследствие того, что прерывистый периодический нагрев обрабатываемой поверхности чередуется с его периодическим отсутствием. Такой процесс можно осуществить при шлифовании специальными кругами, имеющими на рабочей поверхности ряд чередующихся выступов и впадин определенной протяженности, которые попарно образуют микроциклы нагрева (выступ) и охлаждения (впадина). Например, если длина режущего выступа шлифовального круга  $l_1$ , а впадины  $l_2$ , то интервал времени нагрева зоны контакта  $T_1 = \frac{l_1}{V_{кр}}$  ( $V_{кр}$  – линейная скорость вращения круга) каждый раз чередуется с соответствующим интервалом времени охлаждения  $T - T_1 = \frac{l_2}{V_{кр}}$  (рис.1).



**Рис.1.** Пульсирующий тепловой поток с плотностью  $q(\tau)$ :  $0T_1$  и  $T_1T$  – интервалы времени нагрева и охлаждения (отсутствия нагрева), образующие микроциклы прерывистого шлифования с периодом микроцикла  $T$

Во время работы режущего выступа (нагрев) в зоне контакта действует тепловой поток  $q(\tau) = q_{\max}$ , а во время отсутствия резания (охлаждение) –  $q(\tau) = 0$ . Таким образом, тепловой поток, воздействующий на обрабатываемую поверхность, можно представить в виде следующей ступенчатой функции [2]

$$q(\tau) = q_{\max}, \text{ при } nT < \tau < nT + T_1, \quad n = 0, 1, \dots$$

$$q(\tau) = 0, \text{ при } nT + T_1 < \tau < (n+1)T, \quad n = 0, 1, \dots$$

Непрерывная последовательность микроциклов располагается на участке нагрева, длительность которого как для сплошного, так и для прерывистого круга определяется временем действия теплового источника при шлифовании  $\tau_H$ , которое можно определить по формуле

$\tau_H = \frac{2h}{V}$ . Условием выбора геометрических параметров прерывистого круга является предварительно заданная степень понижения температуры прерывистого шлифования [3].

Необходимо получить зависимость температуры прерывистого шлифования только от геометрических параметров круга, к числу которых относятся количество  $N$  режущих выступов на круге и коэффициент заполнения  $S$  на окружном шаге. Необходимо также учитывать, что при нахождении впадины прерывистого круга в зоне контакта отсутствие теплового потока сопровождается отсутствием съёма материала, а это приводит к соответствующей дополнительной нагрузке на последующий режущий выступ круга и, как следствие, к дополнительной добавке (т.е. возрастанию) теплового потока на этом режущем выступе. В соответствии с предлагаемой методикой сформулировано условие постоянства интенсивности шлифования (работы резания), которое необходимо обеспечивать для всех сравниваемых между собой конструкций прерывистых кругов.

Условие постоянства работы резания должно сопровождаться постоянством мощности, затрачиваемой на резание, которая может быть найдена из известного соотношения. Например, для плоского шлифования

$$P = q_{ave} S_n \sqrt{Dt} \quad (1)$$

где  $P$  – измеренная мощность резания (средняя величина периодически изменяющейся мощности), Вт;  $q_{ave}$  – средняя плотность теплового потока (рис.1), Вт/м<sup>2</sup>;  $D$  – диаметр шлифовального круга, м;  $t$  – глубина резания, м;  $S_n$  – поперечная подача, м.

Следовательно, постоянство мощности при фиксированных режимных параметрах ( $t, S_n$ ) и диаметре шлифовального круга ( $D$ ) сопровождается постоянством плотности теплового потока. Поэтому указанное выше условие сравнения кругов обеспечивается при постоянстве удельного параметра  $q_{ave}$  – средней плотности теплового потока.

**Целью исследований** является разработка методики оптимизации геометрических параметров прерывистого круга. Для этого необходимо: разработать математическую модель для определения температуры прерывистого шлифования, выбрать и оптимизировать варьируемые геометрические параметры круга исходя из наименьшей температуры прерывистого шлифования. Для чего необходимо установить возможные интервалы изменения выбранных параметров, составить план вычислительного эксперимента с наименьшим количеством возможных сочетаний варьируемых геометрических параметров, выполнить вычисление и анализ температуры прерывистого шлифования при указанных сочетаниях геометрических параметров и сформулировать рекомендации по выбору оптимальных геометрических параметров.

**Изложение основного материала.** В качестве математической модели для определения температуры прерывистого шлифования использовано решение одномерного дифференциального уравнения теплопроводности при пульсирующем тепловом потоке на поверхности [2].

В этом решении установившаяся температура  $\Theta_{SUM}$  от воздействия на поверхность полуграниченного тела периодического теплового потока состоит из двух составляющих, причем

$$\Theta_{SUM} = \Theta_R(q_{ave}) + \Theta_P(q_{\max}) \quad (2)$$

Первая составляющая  $\Theta_R(q_{ave})$  – непрерывно возрастает по величине и зависит от среднего уровня плотности теплового потока  $q_{ave}$ . Вторая составляющая  $\Theta_P(q_{\max})$  – импульсная периодическая, зависит от максимального уровня плотности теплового потока  $q_{\max}$ . При этом [3]

$$\Theta_R = \frac{2q_{ave}}{\lambda} \sqrt{\frac{a\tau}{\pi}} = \frac{2q_{max}}{\lambda} \frac{T_1}{T} \sqrt{\frac{a\tau}{\pi}} \quad (3)$$

где  $\tau$  – время действия теплового источника в интервале  $0 \leq \tau \leq \tau_H$ , с;  $q_{ave} = q_{max} \frac{T_1}{T}$  и  $q_{max}$  – средняя и максимальная за период импульса плотность теплового потока, Вт/м<sup>2</sup>;  $\lambda$  – теплопроводность обрабатываемого материала, Вт/(м·°С).

В формуле (2) периодическая часть установившейся температуры определяется по следующим зависимостям на интервале одного микроцикла шлифования [2]:

в интервале  $0 < p < S$  (нагрев)

$$\Theta_p = \frac{2q_{max}}{\lambda} \sqrt{\frac{aT}{\pi}} \left[ (1-S)\sqrt{p} - \frac{1}{\sqrt{\pi}} I(S, p) \right], \quad (4)$$

в интервале  $S < p < 1$  (охлаждение)

$$\Theta_p = \frac{2q_{max}}{\lambda} \sqrt{\frac{aT}{\pi}} \left[ (1-S)\sqrt{p} - \sqrt{(p-S)} - \frac{1}{\sqrt{\pi}} I(S, p) \right], \quad (5)$$

где  $S = \frac{T_1}{T}$  – коэффициент заполнения или величина обратная скважности прямоугольного импульса теплового потока;  $p = \frac{\tau}{T}$  – безразмерное (относительное) время в интервале микроцикла шлифования  $0 \leq \tau \leq T$ .

В формулах (4) и (5) используется выражение

$$I(S, p) = \int_0^{\infty} \frac{\left[ (1-S)\exp(-\xi^2) - \exp\{-(1-S)\xi^2\} + S \right] \exp(-p\xi^2)}{\xi^2 [1 - \exp(-\xi^2)]} d\xi.$$

Математическая модель (2)...(5) для определения температуры от периодического теплового потока позволяет определять эту температуру в любой момент времени на интервале времени установившихся значений температур. Недостатком этой модели является неопределенность этого временного интервала, который наступает после окончания переходного процесса установления температуры. Это сдерживает применение модели (2)...(5) для проектирования оптимальных конструкций прерывистых кругов и для диагностики процесса прерывистого шлифования.

Предлагается следующий подход к определению температурного поля при прерывистом периодическом воздействии теплового потока. Известно, что при отсутствии принудительного охлаждения обрабатываемой поверхности к температурным полям от действия смещенных во времени тепловых источников применим принцип суперпозиции: смещенные по времени температурные поля суммируют путем сложения температур в одних и тех же пространственных координатах. Сущность принципа суперпозиции применительно к прерывистому шлифованию заключается в следующем. Температурное поле от отдельного прямоугольного импульса теплового потока, действующего на интервале времени  $0 \leq \tau \leq T_1$  (рис.1), может быть заменено суммой температурных полей от действия двух непрерывных по времени источников. Первый тепловой источник является положительным ( $+q_{max}$ ). Он непрерывно действует на интервале времени  $0 \leq \tau \leq \infty$ . Второй тепловой источник (сопрягаемый с первым источником) является отрицательным источником ( $-q_{max}$ ). Он действует непрерывно на интервале времени  $T_1 \leq \tau \leq \infty$ . Такая методика представления одиночного импульса теплового потока известна применительно к одиночному интервалу времени действия теплового потока при обычном шлифовании сплошным кругом [1]. Длительность  $\tau_H$  этого интервала характеризует макроцикл шлифования (рис.1). Применительно к прерывистому кругу такой способ представления одиночного импульса теплового потока сохраняется, только вместо времени макроцикла  $\tau_H$  используется время микроцикла  $T_1$ .

Для прерывистого круга общее количество импульсов  $n$  (число микроциклов прерывистого шлифования) на интервале времени нагрева  $0 \leq \tau \leq \tau_H$  можно определить по формуле [4]

$$n = \frac{\sqrt{D \cdot t} \cdot V_{кр}}{V(l_1 + l_2)}. \quad (6)$$

Применяя принцип суперпозиции для для любого числа  $n$  микроциклов нагрева и охлаждения получим следующую рекуррентную формулу для определения температуры на участке нагрева

$$T = \frac{2q}{\lambda} \left( \sum_{i=1}^n \sqrt{a[\tau - (i-1)T]} \cdot \operatorname{ierfc} \frac{x}{2\sqrt{a[\tau - (i-1)T]}} - \sqrt{a[\tau - (i-1)T - T_1]} \cdot \operatorname{ierfc} \frac{x}{2\sqrt{a[\tau - (i-1)T - T_1]}} \right) \quad (7)$$

Построен график зависимости температуры шлифования от времени (рис.2) по уравнениям (2)...(5) и (7) в среде MathCAD при следующих исходных данных:  $D = 390$  мм (из возможного интервала 300...400 мм),  $l_1 = 20$  мм,  $l_2 = 15$  мм,  $V_{кр} = 35$  м/с,  $V = 2$  м/мин,  $t = 0,028$  мм,  $q_{max} = 40 \cdot 10^6$  Вт/м<sup>2</sup>,  $\lambda = 42$  Вт/(м·°C),  $a = 8 \cdot 10^6$  м<sup>2</sup>/с.

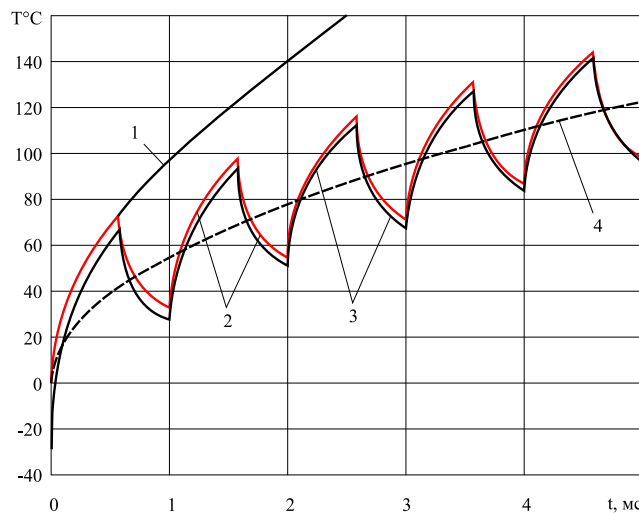


Рис. 2. Температура шлифования в начале нагрева на участке переходного процесса:

- 1 – от воздействия постоянной плотности теплового потока  $q(\tau) = q_{max} = 40$  Вт/мм<sup>2</sup>;
- 2 — полученная методом суперпозиции по уравнению (7); 3 – суммарная установившаяся температура по модели (2)...(5); 4 – непрерывно возрастающая часть установившейся температуры по уравнению (3)

При этих условиях  $l_1 + l_2 = 35$  мм, число режущих выступов на прерывистом круге  $N = 35$ , время одного полного оборота круга 35 мс, время воздействия неподвижного плоского теплового источника  $\tau_H = 100$  мс, количество оборотов круга за время  $\tau_H$  - 2,9. Таким образом, в состав одного интервала прерывистого шлифования длительностью  $\tau_H = 100$  мс входит 100 микроциклов длительностью  $T = 1$  мс, при этом за время одного оборота круга происходит 35 микроциклов шлифования.

Время действия режущего выступа составляет

$$T_1 = \frac{l_1}{V_{кр}} = \frac{20 \cdot 10^{-3}}{35} = 0,5714 \cdot 10^{-3} \text{ с (0,5714 мс)}.$$

Время отсутствия теплового импульса (над точкой контакта проходит впадина длиной  $l_2$ )

$$T - T_1 = \frac{l_2}{V_{кр}} = \frac{15 \cdot 10^{-3}}{35} = 0,42857 \cdot 10^{-3} \text{ с (0,4286 мс)}.$$

Коэффициент заполнения периода прямоугольного импульса

$$S = \frac{T_1}{T} = \frac{0,5714}{1} = 0,5714.$$

Из анализа данных на рис.2 видно, что математическая модель (2)...(5) дает наибольшую погрешность на интервале первого микроцикла шлифования: суммарная температура, полученная по формуле (2), изменяется от  $-27^\circ\text{C}$  до  $+66^\circ\text{C}$  (кривая 3), в то время как температура, полученная

методом суперпозиції по формуле (8), змінюється від 0 до +73 °С (крива 2). Начиная со второго мікроцикла і далі різниця між графіками 2 і 3, побудованими по формулам (2)...(5) і (7), зменшується, що викликане згасанням перехідного процесу зміни температури. Неперервно зростаюча складова температури (крива 4 на рис.2) є експоненціальною подібною, однак в відмінність від експоненціального закону повільніше стабілізується, продовжуючи наростати. Причому, це наростання відбувається з уповільнюючимся темпом по мірі збільшення тривалості макроцикла шліфування на інтервалі  $0 \leq \tau \leq \tau_H$ . Начиная з 5-ого імпульсу різницею між графіками 2 і 3 (рис.2) можна пренебрати, перехідний процес закінчується, так як відносна помилка при визначенні максимальної температури не перевищує 2 %.

Знайденому вище емпіричним способом часу перехідного процесу відповідає постійна часу, яку можна знайти з наступного умови.

$$\frac{2q_{\max}}{\lambda} \sqrt{\frac{aT_1}{\pi}} = \frac{2q_{\text{ave}}}{\lambda} \sqrt{\frac{a\tau_t}{\pi}}, \quad (8)$$

де  $\tau_t$  – постійна часу перехідного процесу зміни температури.

Ураховуючи співвідношення між параметрами  $q_{\max}$  і  $q_{\text{ave}}$ , із (8) отримуємо

$$\tau_t = \frac{T}{S} = TQ \quad (9)$$

де  $Q$  – скважність прямокутного імпульсу теплового потоку.

Для розглянутого випадку ( $S = 0,5714$ ) постійна часу перехідного процесу по формулі (9) становить  $\tau_t = \frac{1}{0,5714} = 1,75$  мс.

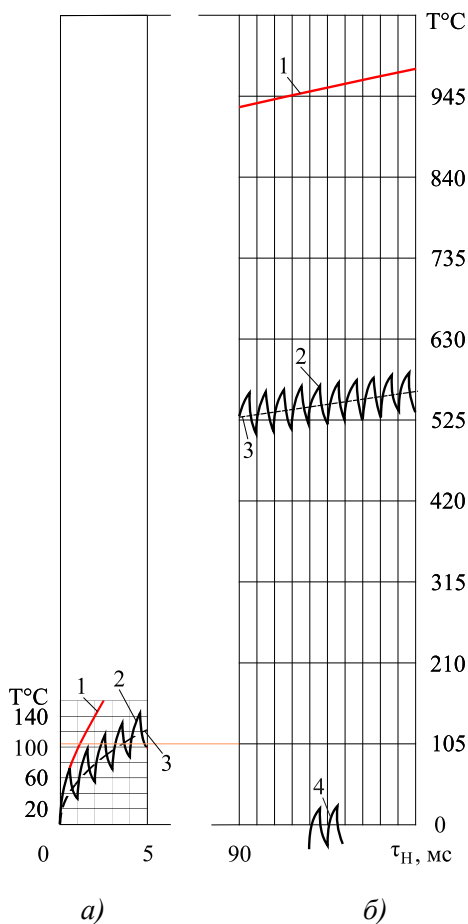


Рис. 3. Температура прерывистого шліфування ( $N = 35$ ) на інтервалі часу перехідного процесу (а) і встановившоїся температури (б)

Відомо, що час експоненціального перехідного процесу, при якому вихідна величина приймає 95 % від свого встановившогося значення, приблизно дорівнює утроєному значенню постійної часу зміни вихідної величини (температури). Виходячи з цього правила з урахуванням формули (9), час перехідного процесу  $T_t$  становить

$$T_t = 3\tau_t = 3 \frac{T}{S} = 3TQ < \tau_H. \quad (10)$$

Для даного випадку час перехідного процесу  $1,75 \cdot 3 = 5,25$  мс, що відповідає вибраному інтервалу часу на рис. 2.

Загальна формулювання задачі оптимізації заключається в визначенні геометричних параметрів прерывистого круга, які забезпечують найменшу максимальну температуру шліфування на інтервалі часу дії теплового джерела при шліфуванні  $0 \leq \tau \leq \tau_H$ .

Для перевірки правильності оцінки постійної часу перехідного процесу по формулі (9) в програмі MatLAB виконано розрахунок температури шліфування по рівнянню (7) на всьому інтервалі нагріву  $0 \leq \tau \leq \tau_H$  при шліфуванні (рис. 3.).

На рис. 3. позначено: 1 – неперервно зростаюча температура від впливу максимального теплового потоку  $q_{\max}$ ; 2 – сумарна температура прерывистого шліфування;

3 – непрерывно возрастающая температура прерывистого шлифования от воздействия среднего теплового потока  $q(\tau) = q_{ave} = \frac{q_{max} T_1}{T}$  при  $S = 0,5714$ ; 4 — фрагмент периодической установившейся составляющей температуры.

Видно, что температура прерывистого шлифования (кривая 2 на рис. 3) может быть представлена суммой двух компонент: непрерывно возрастающей компоненты 3 и периодической компоненты 4. Полученная математическая модель для определения температуры шлифования может быть использована для исследования температурного поля при любой частоте воздействия периодического теплового потока, в том числе при частоте, характерной для тепловых источников – зерен шлифовального круга.

Для этого необходимо иметь соответствующую геометрическую модель шлифовального круга, и соответствующую ей теплофизическую схему теплового процесса. В этом случае сплошной шлифовальный круг может быть представлен моделью микропрерывистого круга, у которого режущим выступом является отдельное активное зерно круга, а впадиной – воздушный промежуток, характерный, например, для высокопористого шлифовального круга.

**Выводы.** Исследована математическая модель (2)...(5) для определения температуры прерывистого шлифования для любой частоты воздействия периодического теплового потока. Получена формула (7) для определения температуры шлифования при импульсном тепловом потоке для любой частоты его воздействия. Установлена формула (10) для определения времени переходного процесса температуры прерывистого шлифования.

1. Лиценко Н.В. Исследование влияния смазочно-охлаждающей жидкости на температуру шлифования // Тр. Одес. политехн. ун-та. – Одесса, 2011. – Вып. 2(36). – С. 80 -86.
2. Карслоу Г. Теплопроводность твердых тел / Г. Карслоу, Д. Егер. – М.: Наука, 1964. – 487 с.
3. Якимов А.В. Прерывистое шлифование / А.В. Якимов. – Киев-Одесса: Вища школа, 1986. – 175 с.
4. Технология машиностроения: Учебник / [Якимов А.В., Царюк В.Н., Якимов А.А. и др.]; под ред. А.В. Якимова. – Одесса: Астропринт, 2001. – 608 с.

Стаття надійшла до редакції 24.04.2013.