

Б.М. Дівєєв, Д.Л. Паращук, Р.В. Сава, Г.Т. Черчик
ВПЛИВ ПАРАМЕТРІВ ОБ'ЄКТУ ВІБРОЗАХИСТУ ТА ДИНАМІЧНОГО ГАСНИКА
КОЛИВАНЬ НА ЕНЕРГОЕФЕКТИВНІСТЬ ВІБРОПОГЛИНАННЯ

В статті розглядаються методи розрахунку і оптимізації конструкції динамічних гасників коливань (ДГК). Представлена дискретно-континуальна модель динамічної системи: платформа – ДГК. Розглядаються малопараметричні схеми аналізу вібрації. Розглядається вплив пружних та демпфуючих властивостей як основної конструкції, так і ДГК на передачу енергії.

Ключові слова: дискретно-континуальні моделі, пружні та демпфуючі властивості динамічні гасники коливань, оптимізація, передача енергії

Форм. 16. Рис. 6. Літ. 9.

Б.Н. Дивеев, Д.Л. Паращук, Р.В. Савва, Г.Т. Черчик
ВЛИЯНИЕ ПАРАМЕТРОВ ОБЪЕКТА ВИБРОЗАЩИТЫ И ДИНАМИЧЕСКОГО
ГАСИТЕЛИ КОЛЕБАНИЙ НА ЭНЕРГОЭФФЕКТИВНОСТЬ ВИБРОПОГЛОЩЕНИЯ

В статье рассматриваются методы расчета и оптимизации конструкций динамических гасителей колебаний (ДГК). Представлена дискретно-континуальная модель динамической системы: платформа – ДГК. Рассматриваются малопараметрические схемы анализа вибрации. Рассматривается влияние упругих и демпфирующих свойств как основной конструкции, так и ДГК на передачу энергии.

Ключевые слова: дискретно-континуальные модели, упругие и демпфирующие свойства, динамические гасители колебаний, оптимизация, передача энергии

B. Diveev, D. Parashchuk, R. Sava, G. Cherchyk
EFFECT PARAMETERS OBJECT VIBRATION PROTECTION AND DYNAMIC
QUENCHER FLUCTUATIONS ON ENERGY VIBROPOHLYNANNYA

The paper deals with the methods of calculation and optimization of constructions with the dynamic vibration absorbers (DVA). The discrete-continue models of dynamic system plate – DVA's are offered. Few parameters numerical schemes of vibration analysis are under discussion. The influence of elastic and damping properties of the basis construction and DVA on the energy flux are considered.

Keywords: discrete-continue models, strength, discrete-continuous models, elastic and damping properties, dynamic vibration absorbers, optimization, energy flux

Вступ. Важливим питанням розробки сучасних машин є зменшення вібрації. Динамічні гасники коливань (ДГК) широко застосовуються для зменшення рівнів вібрації і шуму в кабінах транспортних засобів, для зменшення вібрації обертових машин, зменшення амплітуд коливань різноманітних веж і споруд, тощо. Джерелами цих збурень, наприклад, у колісних машинах можуть бути як процес взаємодії коліс з дорогою, так і внутрішні джерела: двигуни, трансмісії і т.п.

Аналіз останніх досліджень. Оптимізація ДГК для недемпфованої одномасової основної системи при дії гармонійного збудження належить до стандартних задач. Ясний і детальний розгляд методу надані в [1-3]. Коли немає демпфування в головній системі, процес оптимізації спрощений існуванням фіксованих точок перетину на відповідних кривих амплітудно-частотних характеристик (АЧХ). Ці пункти мають таку властивість: всі АЧХ незважаючи на демпфування ДГК проходять через них. Більшість ДГК, проте, мають певну кількість власного демпфування яке може вважатися в'язкопружним для випадку маленьких переміщень. Коли таку систему з ДГК піддано гармонійному збудженню результуючі АЧХ для головної системи не експонують ніякого фіксованого пункту перетину.

Важливим також є дослідження ефективності ДГК поза власними резонансами головної системи. Адже реально часто потрібна конструкція ДГК ефективна для деякої основної частоти зовнішнього збурення, наприклад у насосах, турбінах, електродвигунах тощо. Актуальним є також дослідження роботи ДГК при імпульсних навантаженнях. Більшість практичних застосувань ДГК базуються на недостатньо повних математичних моделях складних конструкцій і неефективному проектуванні ДГК. Не враховуються пружні властивості самої конструкції, пружні властивості вузла приєднання ДГК до основної конструкції, характеристики приєднаних елементів.

Постановка задачі. В динаміці складних конструкцій багато уваги приділяється методам конденсації систем рівнянь високого порядку, що охоплюють широкий частотний спектр. У цій роботі запропоновано алгоритм конденсації для основного гнучкого елемента – платформистої масивної пластини – *P* (рис.1).

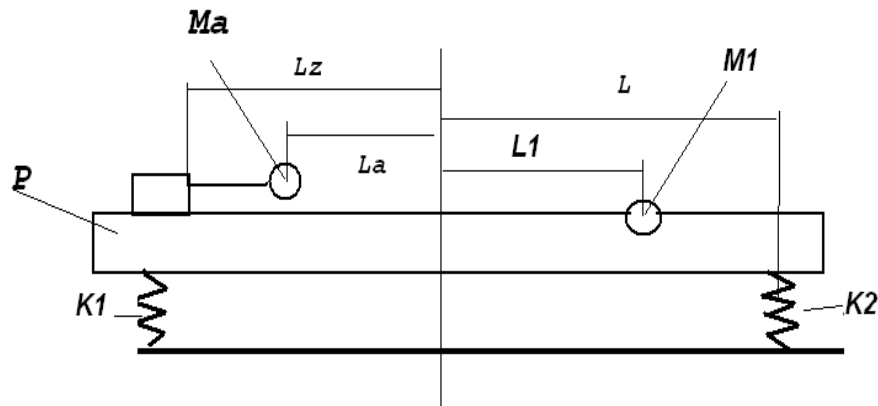


Рис. 1. Загальний вигляд платформи з ДГК

Застосовано варіант динамічної конденсації — зменшення порядку вирішуючої системи рівнянь динамічної рівноваги шляхом апріорного врахування формозміни елементів [4-7]. Ці конденсовані моделі дозволяють оперувати з конструктивними параметрами, що безпосередньо впливають на якість функціонування агрегату та його міцність.

Дискретно-континуальна модель платформи з ДГК. При застосуванні ДГК для зменшення коливань конструкцій у середньому частотному діапазоні необхідно враховувати деформативність цієї конструкції. Адже робоча частота ДГК може наблизитися до власних частот конструкції. У такому випадку треба розглянути більш загальну дискретно-континуальну розрахункову схему [4-7]. Розглянемо платформу водія як гнучку конструкцію з приєднаними ДГК. З варіаційного принципу Гамільтона-Остроградського [4-7]

$$\int_{T_0}^{T_1} (\delta U - \delta K + F \delta w) dt = 0, \quad (1)$$

де K – кінетична, U – потенційна енергії. При таких кінематичних умовах

$$W(x) = (w + x\gamma + q_1\varphi_1(x) + q_2\varphi_2(x) + \dots) \quad (2)$$

(розглядаються лише вертикальні коливання) отримаємо наступні інтегральні співвідношення

$$\begin{aligned} \delta K = & \int_{-L}^L \rho \left(\dot{w} + x\dot{\gamma} + \dot{q}_1\varphi_1(x) + \dot{q}_2\varphi_2(x) + \dots \right) \left(\delta \dot{w} + x\delta \dot{\gamma} + \delta \dot{q}_1\varphi_1(x) + \delta \dot{q}_2\varphi_2(x) + \dots \right) dx + \\ & + m \left(\dot{w} + L_m\dot{\gamma} + \dot{q}_1\varphi_1(L_m) + \dot{q}_2\varphi_2(L_m) + \dots \right) \left(\delta \dot{w} + L_m\delta \dot{\gamma} + \delta \dot{q}_1\varphi_1(L_m) + \delta \dot{q}_2\varphi_2(L_m) + \dots \right) \\ & + m_a \dot{w}_a \delta \dot{w}_a \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \delta U = & k_1((w_0 - (w - L\gamma)))(-(\delta w - L\delta\gamma)) + k_2((w_0 - (w + L\gamma)))(-(\delta w + L\delta\gamma)) \\ & + k_a(w_a - w + L_a\gamma - Q_{a1}q_1 - Q_{a2}q_2 \dots)(\delta w_a - \delta w + L_a\delta\gamma - Q_{a1}\delta q_1 - Q_{a2}\delta q_2 \dots) + E_1q_1\delta q_1 + E_2q_2\delta q_2 + \dots \end{aligned}$$

Геометричні параметри вказані на рис. 2.7. ρ – погонна густина пластини P ; $m = M1$ – зосереджена маса; m_a – маса ДГК, k_a – пружність пластинчастої пружини ДГК; k_1, k_2 – жорсткості пружних елементів (рис. 2.7). E_1 – частина енергії деформації, пов'язана з першою формою згину $\varphi_1(x)$, E_2 – пов'язана з другою формою деформації $\varphi_2(x)$.

Тут:

$$Q_{qi} = \varphi_i(L_z) + \varphi_i'(L_z)(L_z - L_a), \quad (4)$$

геометричний параметр. Для встановлених коливань з коловою частотою ω

$$\delta K = \omega^2 \int_{-L}^L \rho(w + x\gamma + q_1\varphi_1(x) + q_2\varphi_2(x) + \dots)(\delta w + x\delta\gamma + \delta q_1\varphi_1(x) + \delta q_2\varphi_2(x) + \dots)dx +$$

$$+ m\omega^2(w + L_m\gamma + q_1\varphi_1(L_m) + q_2\varphi_2(L_m) + \dots)(\delta w + L_m\delta\gamma + \delta q_1\varphi_1(L_m) + \delta q_2\varphi_2(L_m) + \dots) + m_a\omega^2 w_a \delta w_a \quad (5)$$

$$\delta U = k_1((w_0 - (w - L\gamma))(-(\delta w - L\delta\gamma))) + k_2((w_0 - (w + L\gamma))(-(\delta w + L\delta\gamma)))$$

$$+ k_a(w_a - w + L_a\gamma - Q_{a1}q_1 - Q_{a2}q_2 \dots)(\delta w_a - \delta w + L_a\delta\gamma - Q_{a1}\delta q_1 - Q_{a2}\delta q_2 \dots) + E_1 q_1 \delta q_1 + E_2 q_2 \delta q_2 + \dots \quad (6)$$

Тут для спрощення цими ж символами w, γ, q_1, q_2 позначено амплітуди відповідних переміщень (у загальному випадку лінійної в'язко-пружної моделі – це комплексні числа [4-7]).

Згрупувавши члени при незалежних варіаціях переміщень на основі (5,6) отримуємо систему звичайних алгебраїчних рівнянь ([4-7])

$$(-\omega^2 M + i\omega C + K)Y = f \quad (7)$$

Тут M – матриця мас, C – матриця в'язкопружного демпфування, K – матриця жорсткості, $Y = (w, \gamma, q_1, q_2)^T$ – вектор переміщень, f – вектор зовнішніх сил. Цю систему прийнято записувати в нормальній формі (розв'язаній відносно других похідних). Розв'язок (7) буде

$$Y = (-\omega^2 M + i\omega C + K)^{-1} f \quad (8)$$

Числовий аналіз. Усталені коливання. Для числового дослідження обмежимося лише першою формою для пластини $\varphi_1 = \cos(\frac{\pi x}{2L})$, яка точно задовольняє граничним умовам

$$\left(\frac{d^2 w(-L)}{dx^2} = \frac{d^2 w(L)}{dx^2} = 0, \right), \quad (9)$$

умовам шарнірного закріплення. У частотній області отримуємо таку систему рівнянь

$$-\omega^2 \left((m + m_1)w_0 + \left(\frac{L}{2}m + L_1 m_1 \right)w_1 + \left(m_{02} + \cos\left(\frac{\pi L_1}{L} \right) m_1 \right)w_2 \right) +$$

$$+ (k_1 + k_2 + k_A)w_0 - L(k_2 - k_1)w_1 - k_A w_A = k_2 w_z \quad (10)$$

$$-\omega^2 \left(\left(\frac{L}{2}m + a m_1 \right)w_0 + \left(\frac{L^2}{3}M + L_1^2 m_1 \right)w_1 + \left(m_{12} + L_1 \cos\left(\frac{\pi L_1}{L} \right) m_1 \right)w_2 \right) -$$

$$- L(k_2 - k_1)w_0 + \left(L^2(k_2 + k_1) + L_A^2 k_A \right)w_1 - L_A k_A w_A = L k_2 w_z$$

$$-\omega^2 \left(\left(m_{02} + \cos\left(\frac{\pi L_1}{L} \right) m_1 \right)w_0 + \left(m_{12} + a \cos\left(\frac{\pi L_1}{L} \right) m_1 \right)w_1 + \left(m_{22} + \left(\sin\left(\frac{\pi L_1}{L} \right) m_1 \right)^2 \right)w_2 \right) -$$

$$- Q_A k_A w_0 - Q_A k_A L_A w_1 + k_{22} w_2 - k_A Q_A w_A = 0$$

$$-\omega^2 m_A w_A - k_A w_0 - L_A k_A w_1 - Q_A k_A w_2 + k_A w_A = 0$$

Тут перепозначено: $w_0 \equiv w$, $w_1 \equiv \gamma$, $w_2 \equiv q_1$, $Q_A = Q_{a1}$, $\varphi = \varphi_1$. Зберігається лише перша форма згинальних коливань пластини. w_A – переміщення ДГК. Масові параметри будуть

$$m_{02} = \int_0^L \rho \varphi(x) dx, \quad m_{12} = \int_0^L \rho x \varphi(x) dx, \quad m_{22} = \int_0^L \rho (\varphi(x))^2 dx, \quad k_{22} = \int_0^L EI \left(\frac{d^2 \varphi}{dx^2} \right)^2 dx \quad (11)$$

EI – згинальна жорсткість стержня, що моделює пластину. В [8,9] наведені алгоритми визначення цієї величини для шаруватих пластин.

Якщо вважати розподіл маси рівномірним по довжині, то на основі (5,6) отримуємо

$$m_{02} = \int_0^L \rho \cos\left(\frac{\pi x}{L}\right) dx = \frac{2}{\pi} M, \quad m_{12} = \int_0^L \rho x \cos\left(\frac{\pi x}{L}\right) dx = \frac{L}{\pi} M, \quad m_{22} = \int_0^L \rho \left(\cos\left(\frac{\pi x}{L}\right) \right)^2 dx = \frac{M}{2} \quad (12)$$

Величини m_{22} та k_{22} зв'язані рівнянням

$$m_{22}\omega_1^2 = k_{22}, \quad (13)$$

де ω_1 – перша власна частота згинальних коливань. Тобто, коли відоме значення m_{22} , то k_{22} визначається на основі (9). На рис.2. наведені АЧХ для мод коливань моделі на рис. 1.

Демпфування у системі вважалося в'язким. При розгляді у компактній комплексній формі кожну пружну дійсну константу замінимо на комплексну

$$K_n \rightarrow K_n(1 + i\omega D_n). \quad (14)$$

Розглядалися такі вхідні дані: $L = 0.1\text{м}$; $Lz = 0.08\text{м}$; $La = 0.02\text{м}$; $Ll = 0.03\text{м}$; $Ro = 7850 \text{ кг/м}^3$
 $Ml = 6\text{кг}$; $Ma = 3 \text{ кг}$; $K1 = 1000$; $K2 = 1000 \text{ кН/м}$ $Ka = 150 \text{ кН/м}$; $DempK = 0.00$; $DempA = 0.0002$;
 $DempE = 0.01$. $NCR = 5000$ - кількість точок розрахунку; $(T0-TK)$ – $(10-50)$ частотний діапазон (в герцах).

Розглянемо АЧХ вертикального переміщення w_0 платформи при різному демпфуванні у ДГК. Спочатку покладемо демпфування основної системи нульовим ($DempK=0$). На рис.2. наведені ці АЧХ.

Можна помітити для задемпфованої основної конструкції (рис.2б), що АЧХ не проходять, на відміну від рис.2а, через одну точку.

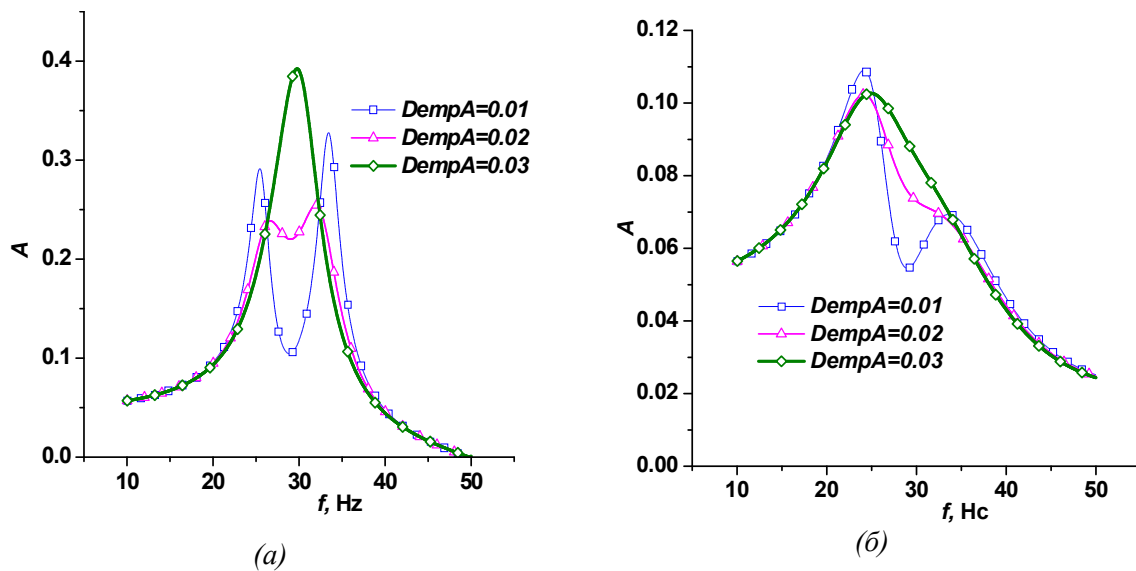


Рис. 2. АЧХ вертикального переміщення w_0 платформи при різному демпфуванні у ДГК: (а) – $DempK=0$; (б) – $DempK=0.003$

На рис.3. наведені АЧХ системи при різних масах ДГК та демпфуванні у ньому.

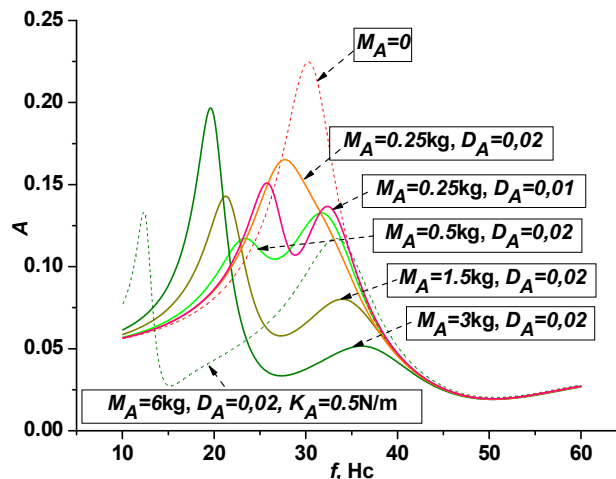


Рис. 3. Ефективність ДГК при різній його масі та демпфуванні

Характер передачі енергії у приєднанні до обертової машини елементи. Уточнена схема насоса. Розглянемо тепер характер передачі енергії в системі насос – трубопровід – фундамент. Для цього розглянемо дещо складнішу схему (рис.4).

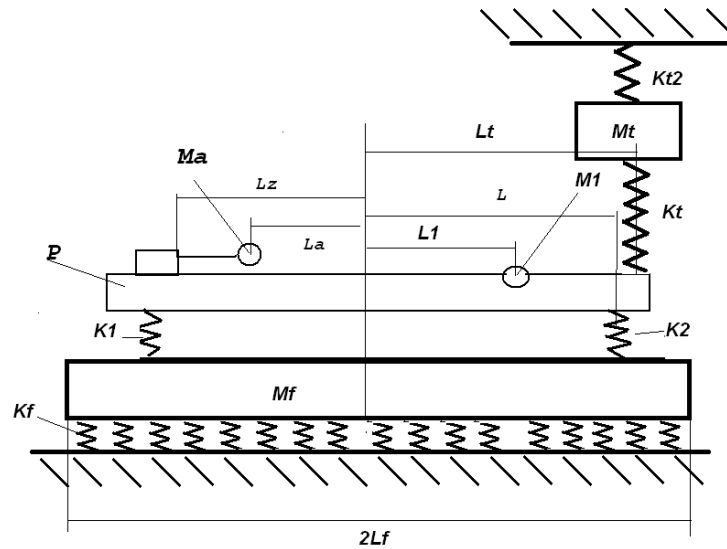


Рис. 4. Уточнена схема насосу

Тут Mt – деяка приведена маса трубопроводу з приведеними жорсткостями приєднання до насоса Kt та до будівлі – $Kt2$. Фундамент розглядається як товста плита на еластичній подушці з ефективною жорсткістю Kf .

Рівняння динамічної рівноваги в частотній області у цьому випадку будуть

$$\begin{aligned}
 & -\omega^2 \left((m + m_1)w_0 + \left(\frac{L}{2} m + L_1 m_1 \right) w_1 + \left(m_{02} + \cos\left(\frac{\pi L_1}{L} \right) m_1 \right) w_2 \right) + \\
 & + (k_1 + k_2 + k_A)w_0 - L(k_2 - k_1)w_1 - k_A w_A - k_T w_T - (k_1 + k_2)w_F + (k_1 - k_2)Lw_\psi = k_2 w_z \\
 & -\omega^2 \left(\left(\frac{L}{2} m + a m_1 \right) w_0 + \left(\frac{L^2}{3} M + L_1^2 m_1 \right) w_1 + \left(m_{12} + L_1 \cos\left(\frac{\pi L_1}{L} \right) m_1 \right) w_2 \right) - \\
 & - L(k_2 - k_1)w_0 + \left(L^2(k_2 + k_1) + L_A^2 k_A \right) w_1 - L_A k_A w_A - L_T k_T w_T + (k_1 - k_2)Lw_\psi = Lk_2 w_z \\
 & -\omega^2 \left(\left(m_{02} + \cos\left(\frac{\pi L_1}{L} \right) m_1 \right) w_0 + \left(m_{12} + a \cos\left(\frac{\pi L_1}{L} \right) m_1 \right) w_1 + \left(m_{22} + \left(\sin\left(\frac{\pi L_1}{L} \right) \right)^2 m_1 \right) w_2 \right) - \\
 & - Q_A k_A w_0 - Q_A k_A L_A w_1 + k_{22} w_2 - k_A Q_A w_A = 0 \\
 & \quad -\omega^2 m_A w_A - k_A w_0 - L_A k_A w_1 - Q_A k_A w_2 + k_A w_A = 0 \\
 & \quad -\omega^2 m_T w_T - k_T w_0 - L_T k_T w_1 - Q_A k_T w_2 + (k_T + k_{T2}) w_T = 0 \\
 & \quad -\omega^2 m_F w_F - k_F w_0 - L_A k_A w_1 - Q_A k_F w_2 + k_F w_F = 0 \\
 & \quad -\omega^2 I_F w_\psi - (k_1 - k_2)Lw_0 - L^2 (k_1 + k_2)w_1 - Q_A k_\psi w_2 + k_\psi w_\psi = 0
 \end{aligned} \tag{15}$$

Енергія, яка поступає при віброзбудженні насоса у фундамент та трубопровід буде, відповідно

$$E_F = m_F |w_F| + I_F |w_\psi|, \quad E_T = m_T |w_T| \tag{16}$$

На рис.5. показано характер передачі енергії у фундамент при наявності і відсутності ДГК та різному демпфуванню у ДГК

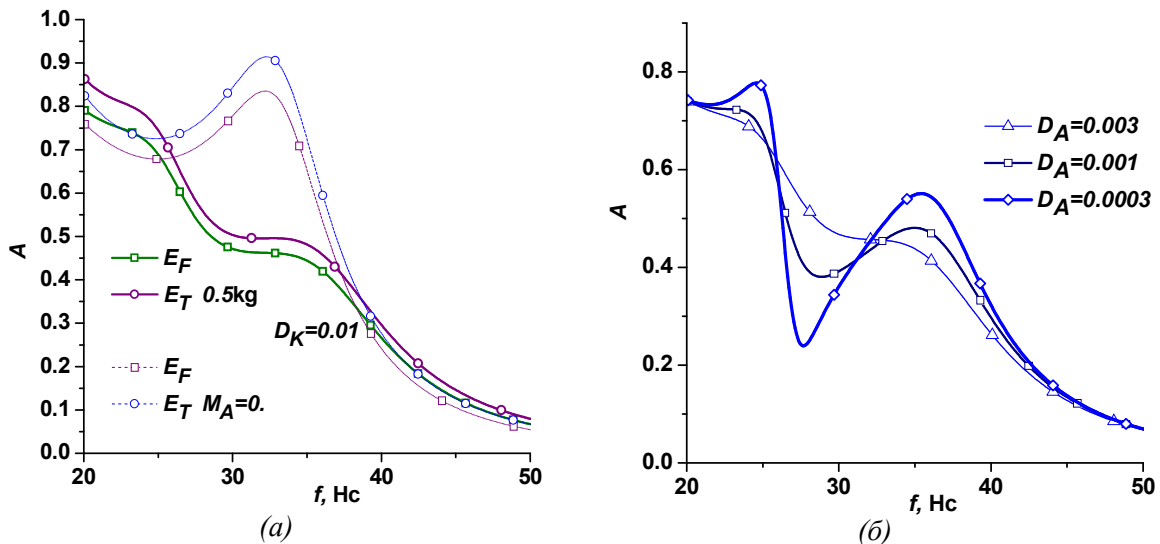


Рис. 5. Характер передачі енергії у фундамент: а) при наявності і відсутності ДГК; б) при різному демпфуванні у ДГК

Розглянемо тепер сумісний вплив параметрів трубопроводу та фундаменту на характер передачі енергії (рис.6.).

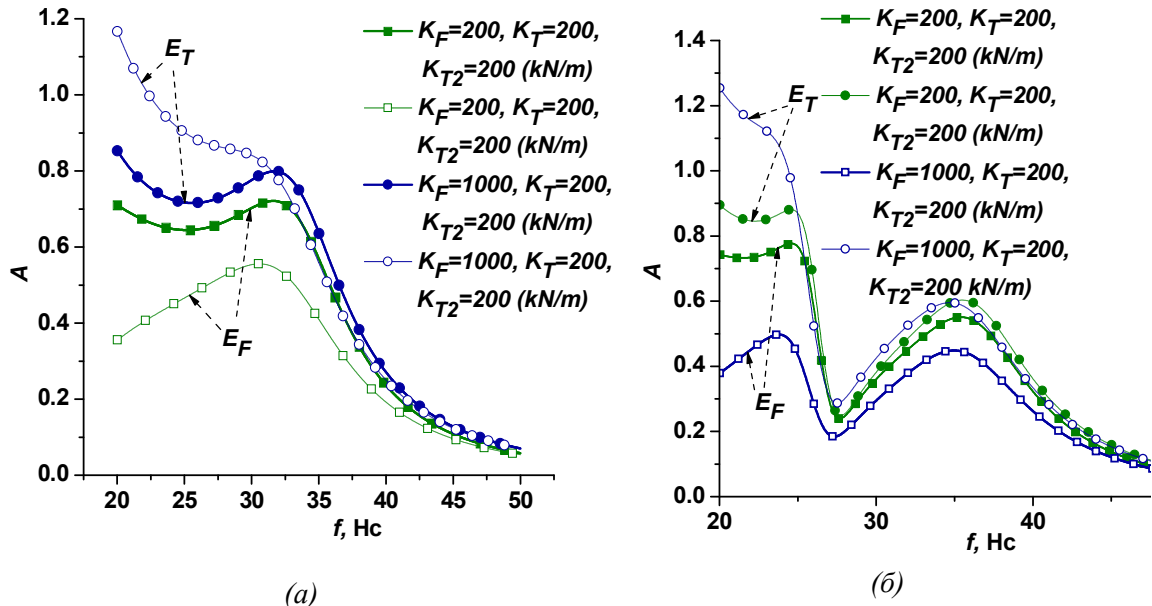


Рис.6. Характер передачі енергії у фундамент та трубопровід: а) при відсутності і наявності; б) ДГК

Тут розглянуто ці процеси при різних співвідношеннях жорсткості фундаменту та трубопроводу при відсутності (а) та наявності (б) ДГК.

Висновки. Розроблені теоретичні моделі для динаміки і демпфування дискретно-континуальної структури: гнучка платформа - ДГК. Динамічна поведінка системи визначається при врахуванні незначної кількості параметрів. Отримані алгоритми аналізу такого типу конструкцій у частотній області. Досліджено вплив параметрів конструкції та ДГК на її динамічні характеристики та характер передачі енергії у приєднані елементи. Вібропоглинання за допомогою ДГК має однаковий характер як для зменшення коливань самої платформи, так і передачі енергії у фундамент та приєднаний трубопровід.

1. Вибрации в технике. Т.6. Защита от вибрации и ударов. -М.: Машиностроение. 1981. - 456 с.
2. Тимошенко С.П. Колебания в инженерном деле.-М.: Наука,1967. - 444 с.
3. Den Hartog, J. P. (1956), Mechanical Vibrations (4th edition) Mc Graw-Hill, New York.

4. *Diveyev B., Vikovych I., Kernytsky I., Butyter I.* Prospects of application of modern methods for optimum designing of technological machines // VI konferencja naukowo-praktyczna "ENERGIA W NAUCE I TECHNICE". – Białystok-Suwałki, Poland, June 22-23, 2007. – Streszczenia referatów. – P. 13-20.
5. *Ivan Kernytsky, Bohdan Diveyev, Jurij J. Vybranets, Nazar Kernytsky.* Using of dynamic vibration absorbers for regulation of vibrating compactor vibration properties. *Acta Scientiarum Polonorum Architectura (Budownictwo)* 7 (3) 2008 – pp. 43-50.
6. *Bohdan Diveyev, Ivan Kernytsky, Nazar Kernytsky, Roman Sava.* Laminated beam clamp conditions influence on frequency spectra. IV konferencja: Inzyniersie i przestrzenne aspekty zabudowy obsharow nioezubarnizowanych. Warszawa. 2010.– S. 26-27.
7. *Bohdan Diveyev, Ivan Kernytsky, Nazar Kernytsky, Roman Sava.* Sound transmission loss across a sandwich plate with the dynamic vibration absorbers. IV konferencja: Inzyniersie i przestrzenne aspekty zabudowy obsharow nioezubarnizowanych. Warszawa. 2010.– S. 27-28.
8. *Diveyev B., Butyter I., Shcherbyna N.* High order theories for elastic modules identification of composite plates. Part 1. Theoretical approach // *Mechanics of Composite Materials.* – Vol.44, No.1. – 2008. – P. 25–36.
9. *Diveyev B., Butyter I., Shcherbyna N.* High order theories for elastic modules identification of composite plates. Part 2. Theoretical-experimental approach // *Mechanics of Composite Materials.* – Vol.44, No.2. – 2008. – P. 139–144.

Стаття надійшла до редакції 26.05.2013.