

И.В. Павленко

К РАСЧЕТУ ОРТОТРОПНЫХ ПЛАСТИН МЕТОДОМ ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Построены краевые задачи расчета ортотропной пластины численно-аналитическим методом граничных элементов для двух вариантов граничных условий: шарнирное опирание пластины по всему контуру и жесткое защемление пластины по трем сторонам при свободной четвертой стороне.

Ключевые слова: ортотропные пластины, граничные элементы, изотропные стержни.

Рис. 1. Форм. 7. Лит. 4.

I.V. Pavlenko

ДО РОЗРАХУНКІВ ОРТОТРОПНИХ ПЛАСТИН МЕТОДОМ ГРАНИЧНИХ ЕЛЕМЕНТІВ

Побудоване крайове завдання розрахунків ортотропної пластины чисельно-аналітичним методом граничних елементів для двох варіантів граничних умов: шарнірне закріплення пластины по всьому контуру й жорстке защемлення пластины по трьом сторонам при вільній четвертій стороні

Ключові слова: ортотропні пластины, граничні елементи, ізотропні стержні.

I.V. Pavlenko

ON THE CALCULATION OF ORTHOTROPIC PLATES NUMERICAL-ANALYTICAL BOUNDARY ELEMENT METHOD

Constructed boundary value problems numerically calculate the orthotropic plate-analytical boundary element method for two versions of the boundary conditions: swivel bearing plate around the loop and rigid clamping plates on three sides with the fourth side free.

Keywords: orthotropic plate boundary elements, isotropic rods.

Численно-аналитический метод граничных элементов (ЧА МГЭ) достаточно хорошо разработан для расчета изотропных стержней, стержневых систем и пластин [1, 2]. Однако в современной промышленности широко применяются конструкции из анизотропных материалов — стеклопластиков, композитов и т.п. Многие из этих новых материалов обладают ортотропными свойствами, что является частным, но очень распространенным случаем анизотропии.

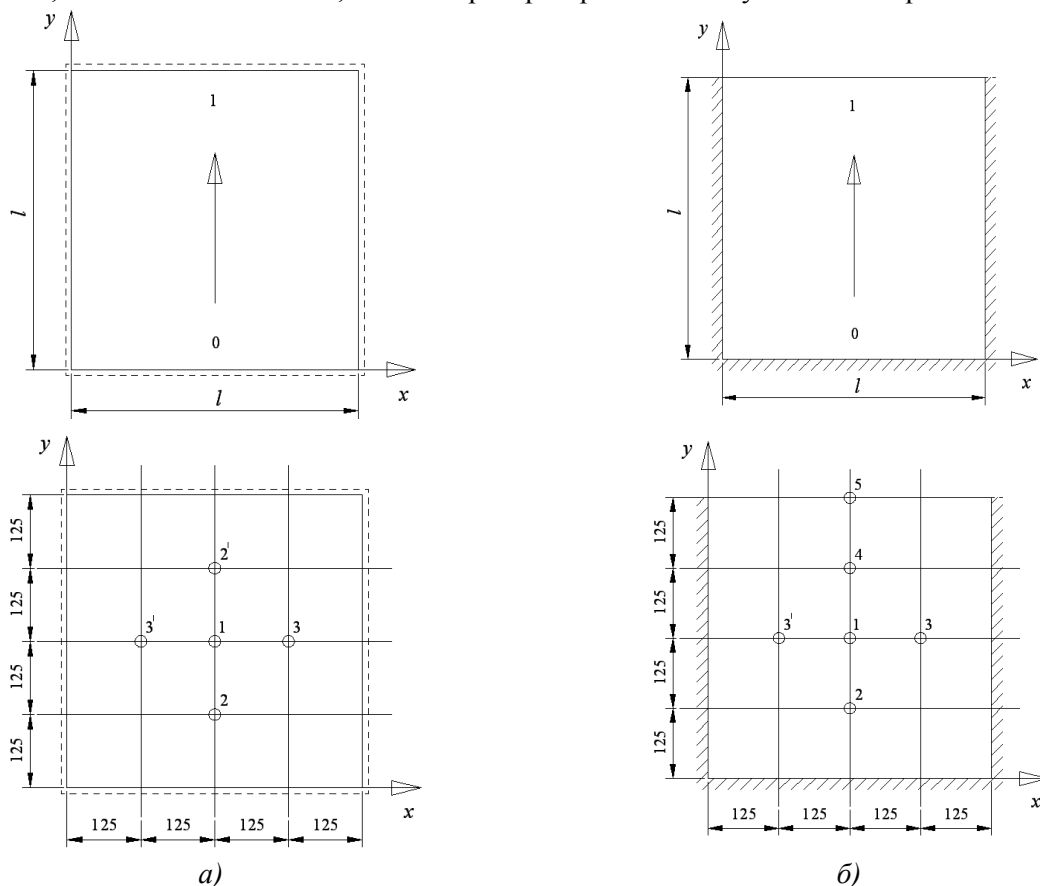


Рис. 1. Два варианта граничных условий

© И.В. Павленко

В ряде наших предыдущих работ [3, 4] получены основные аналитические зависимости ЧА МГЭ применительно к расчету изгибаемых ортотропных пластин – системы фундаментальных ортонормированных функций для возможных условий закрепления, функция Грина, компоненты вектора нагрузки. Этот аналитический аппарат позволяет выполнить расчет ортотропной пластины при любых граничных условиях без каких-либо ограничений на характер нагружения.

Рассмотрим два варианта граничных условий: шарнирное закрепление пластины по всему контуру (вариант 1) и жесткое защемление пластины по трем сторонам при свободной четвертой стороне (вариант 2).

Построим краевую задачу для варианта 1 (рис.1, а). При шарнирном опирании продольных (параллельных оси) кромок пластины, прогибы и изгибающие моменты на этих кромках будут нулевыми:

$$y = 0 : W(0) = 0; M_y(0) = 0;$$

$$y = l : W(l) = 0; M_y(l) = 0.$$

Краевая задача ЧА МГЭ формируется по следующей схеме:

	1	2	3	4	$X(0)$	$Y(l)$	
1		A_{12}		A_{14}	$W(0) = 0; \theta_y(l)$	$W(l) = 0;$	$B_{11}(l)$
2	-1	A_{22}		A_{24}	$\theta_y(0)$	$-\theta_y(l)$	$= B_{21}(l)$
3		A_{32}		A_{34}	$M_y(0) = 0; Q_y(l)$	$M_y(l) = 0;$	$B_{31}(l)$
4		A_{42}	-1	A_{44}	$Q_y(0)$	$Q_y(l)$	$B_{41}(l)$

где A_{ij} , B_{il} ($i, j = 1, 2, 3, 4$) – полученные нами [3,4] аналитические выражения фундаментальных функций и компонентов вектора нагрузки.

Отсюда следует система линейных алгебраических уравнений краевой задачи:

	1	2	3	4		
1		A_{12}		A_{14}	$\theta_y(l)$	$B_{11}(l)$
2	-1	A_{22}		A_{24}	$\theta_y(0)$	$= B_{21}(l)$
3		A_{32}		A_{34}	$Q_y(l)$	$B_{31}(l)$
4		A_{42}	-1	A_{44}	$Q_y(0)$	$B_{41}(l)$

В результате решения этой системы получим значение функции прогибов $W(y)$:

$$W(y) = \theta_y(0)A_{12}(y) + Q_y(0)A_{14}(y) + B_{11}(y). \quad (3)$$

Истинное значение прогибов определяется в виде

$$W(x, y) = W(y)X(x), \quad (4)$$

где $X(x)$ – функция поперечного распределения прогибов [1,2].

Рассмотрим краевую задачу для варианта 2 (рис. 1,б). При жестком защемлении продольных кромок пластины нулевыми будут прогибы и углы поворотов, а на свободном краю отсутствуют изгибающие моменты и поперечные силы:

$$y = 0 : W(0) = 0; \theta_y(0) = 0;$$

$$y = l : M_y(l) = 0; Q_y(l) = 0.$$

Здесь можно выполнить следующие преобразования:

	1	2	3	4	$X(0)$		$Y(l)$	
1	-1		A_{13}	A_{14}	$W(0) = 0; W(l)$	$\leftarrow$	$W(l)$	$B_{11}(l)$
2		-1	A_{23}	A_{24}	$\theta_y(0) = 0; \theta_y(l)$	$\leftarrow$	$\theta_y(l)$	$B_{21}(l)$
3			A_{33}	A_{34}	$M_y(0)$	$-$	$M_y(l) =$	$B_{31}(l)$
							$= 0;$	
4			A_{43}	A_{44}	$Q_y(0)$		$Q_y(l) =$	$B_{41}(l)$
							$= 0$	

(5)

где, как и раньше, A_{ij} , B_{il} ($i, j = 1, 2, 3, 4$) – аналитические выражения фундаментальных функций и компонентов вектора нагрузки, но уже при других условиях закрепления.

Система линейных алгебраических уравнений краевой задачи имеет вид

	1	2	3	4		
1	-1		A_{13}	A_{14}	$W(l)$	$B_{11}(l)$
2		-1	A_{23}	A_{24}	$\theta_y(0)$	$= B_{21}(l)$
3			A_{33}	A_{34}	$M_y(0)$	$B_{31}(l)$
4			A_{43}	A_{44}	$Q_y(0)$	$B_{41}(l)$

(6)

После определения параметров $M_y(0)$ и $Q_y(0)$ получим функцию прогибов

$$W(y) = A_{13}(y)M_y(0) + A_{14}(y)Q_y(0) + B_{11}(y). \quad (7)$$

Истинное значение прогиба $W(x, y)$ вновь определяется формулой (4).

1. Дашенко А.Ф. Численно-аналитический метод граничных элементов / А.Ф. Дашенко, Л.В. Коломиец, В.Ф. Оробей, Н.Г. Сурьянинов — Одесса: ВМВ, 2010. — В 2-х томах. — Т. 1. — 416 с. — Т. 2. — 512 с.
2. Оробей В.Ф. Практикум по решению краевых задач механики: Учебное пособие для студентов технических специальностей / В.Ф. Оробей, Н.Г. Сурьянинов — Одесса: Астропринт, 2011. — 408 с.
3. Павленко И.В. Расчет ортотропных пластин численно-аналитическим методом граничных элементов / И.В. Павленко. — Праці ОНПУ, Вип.1(38), 2012. — С. 15-23.
4. Павленко И.В. Решение задачи изгиба ортотропной пластины численно-аналитическим методом граничных элементов / И.В. Павленко. — Вісник Хмельницького національного університету, Вип.1, 2013. — С. 28-31.

Стаття надійшла до редакції 24.09.2013.