

УДК 621.762

А.В. Кузьмов*Інститут проблем матеріалознавства ім. І.М. Францевича
НАН України***МОДЕЛЮВАННЯ ВДАВЛЮВАННЯ СФЕРИЧНОГО ІНДЕНТОРА В ЗВОРОТНО
СТИСЛИВИЙ МАТЕРІАЛ З РОЗПОДІЛЕНИМИ ДЕФЕКТАМИ**

На основі теорії пластичності пористого тіла за допомогою комп'ютерного моделювання методом скінчених елементів досліджується напружено-деформований стан поблизу сферичного індентора при різних властивостях індентованого матеріалу. Аналізується розподіл густини в околі індентора в залежності від властивостей пористого тіла та умов тертя між індентором та пористим тілом. Наводяться діаграми навантаження в залежності від схильності до дилатансії та зовнішнього тертя. Прیدілено увагу виникненню та формі навалів навколо індентора.

Ключові слова: індентування, пластичність стисливих середовищ, сферичний індентор, дилатансія.

Рис. 8. Форм. 4. Літ. 21.

А.В. Кузьмов**МОДЕЛИРОВАНИЕ ВДАВЛИВАНИЯ СФЕРИЧЕСКОГО ИНДЕНТОРА В ОБРАТИМО
СЖИМАЕМЫЙ МАТЕРИАЛ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ДЕФЕКТАМИ**

На основе теории пластичности пористого тела с помощью компьютерного моделирования методом конечных элементов исследуется напряженно-деформированное состояние вблизи сферического индентора при различных свойствах индентируемого материала. Анализируется распределение плотности в окрестности индентора в зависимости от свойств пористого тела и условий трения между индентором и пористым телом. Приводятся диаграммы нагружения в зависимости от склонности к дилатансии и внешнего трения. Уделяется внимание возникновению и форме навалов вокруг индентора.

Ключевые слова: индентирование, пластичность сжимаемых сред, сферический индентор, дилатансия.

A.V. Kuzmov**COMPUTER SIMULATION OF THE SPHERICAL INDENTATION FOR IRREVERSIBLE
COMPRESSIBLE
MATERIAL WITH DISTRIBUTED DAMAGE**

Based on theory of plasticity for porous media using finite element computer simulation the deformed state near spherical indenter has been studied for different mechanical properties of indented material. Porosity distribution near indenter depending on properties of porous body and friction conditions between indenter and porous body has been analyzed. Load profiles as a function of dilatancy tendency and contact friction has been shown. Development of bulk around indenter and its shape has been investigated.

Keywords: indentation, plasticity of compressible continuum, spherical indenter, dilatancy.

Вступ. При аналізі діаграми навантаження індентора найбільше поширення отримали методики на основі аналітичних розв'язків відповідних задач теорії пружності: розв'язку контактної задачі Герца [1] для випадку сферичного індентора, і розв'язку Лур'є [2] та Снеддона [3] для конічного індентора. Серед відомих робіт в цьому напрямі слід зазначити роботи Олівера і Фарра [4,5], Філда і Свейна [6,7], а також роботи Галанова, Мільмана та ін. [8-10] по інтерпретації діаграм навантаження для пірамідальних інденторів.

Метод Олівера-Фарра та його модифікації зазвичай дають прийнятні результати, хоча, стосовно низькомодульних металів така методика дає значні похибки. Пропонувалась ціла низка інших способів аналізу діаграм навантаження [11-14]. Останнім часом набуло поширення використання для аналізу діаграм навантаження моделювання методом скінчених елементів [11,15-17], зокрема в роботі [11] метод скінчених елементів використовувався для аналізу діаграми навантаження у випадку сферичного індентора.

Неруйнівні методи визначення властивостей становлять особливий інтерес для порошкових матеріалів. Своєрідність їх поведінки при індентуванні пов'язана з наявністю пор і площинних дефектів. Це обумовлює істотні особливості реологічної поведінки пористих матеріалів порошкового походження. Характерними особливостями такого типу матеріалів, є можливість істотних незворотних об'ємних деформацій, різноопірність розтягу-стиску, що пов'язана зі схильністю до дилатансії (вплив дотичних напружень на зміну об'єму) та наявністю площинних дефектів. Наразі, теоретичний розгляд процесу індентування, як правило, ведеться для компактних матеріалів в припущенні про відсутність незворотних змін об'єму. Але, як добре відомо, насамперед з механіки ґрунтів, розподіл напружено-деформованого стану для випадку

© А.В. Кузьмов

нестисливих середовищ і випадку наявності незворотної стисливості середовища, для більшості задач помітно відрізняються. Наявність дилатансії в реологічних властивостях матеріалу, яка неможлива в нестисливому випадку, ще більш посилює цю відмінність. В той же час врахування наведених ефектів – є дуже важливим для інтерпретації результатів індетування.

В роботі, що пропонується, досліджується напружено-деформований стан поблизу сферичного індетора та розподіл відносної густини в його околі при різних властивостях деформованого матеріалу та за різних умов зовнішнього тертя. Використовується одна з концепцій контактної взаємодії та теорія пластичності пористого тіла, чутлива до деформаційного зміцнення твердої фази та наявності площинних дефектів. Сам процес індетування вивчається в рамках наведеної моделі за допомогою комп'ютерного моделювання методом скінчених елементів. На підставі проведених досліджень з'ясовується вплив відзначених вище особливостей на напружено – деформований стан, розподіл густини і криві навантаження (зусилля – глибина проникнення). Вивчаються якісні особливості процесу індетування, зокрема виникнення навалів та їх зв'язок зі схильністю до розпушення та деформаційним зміцненням.

Постановка задачі та опис моделі матеріалу. Пластична складова поведінки матеріалу описується визначальними співвідношеннями узагальненої моделі Cam – Clay, у формі, поданій в роботах [18-20]. Згідно цієї моделі рівняння поверхні навантаження для пористого середовища має вигляд:

$$\frac{(p + p_0)^2}{\psi} + \frac{\tau^2}{\phi} = (1 - \theta) \left(\frac{\sigma_0}{1 + m} \right)^2 \quad (2)$$

Де $p = \frac{1}{3}(\sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33})$ – шарова складова тензору напружень,

$\tau = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + (\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + (\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + 6(\sigma_{12}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{13}^2)}$ – інтенсивність

девіатору напружень, θ - пористість, σ_0 - напруження течії нестислової твердої фази.

Інші змінні та параметри, які містяться в (2) виражаються за допомогою співвідношень

$$\psi = \frac{2(1 - \alpha)^3}{3\alpha}, \quad \phi = (1 - \alpha)^2, \quad \sigma_0(\omega) = a + b\omega^\alpha, \quad p_0 = m\sigma_0\sqrt{(1 - \theta)\psi} \quad (3)$$

де ω - еквівалентна деформація твердої фази пористого тіла, яка приймається у вигляді [18-19]

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{\sqrt{1 - \theta}} \sqrt{\psi (e^{pl})^2 + \phi (\gamma^{pl})^2} \quad (4)$$

де $e = e_{11}^{pl} + e_{22}^{pl} + e_{33}^{pl}$ - об'ємна складова тензору швидкостей незворотних деформацій,

$\gamma = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{(e_{11}^{pl} - e_{22}^{pl})^2 + (e_{22}^{pl} - e_{33}^{pl})^2 + (e_{33}^{pl} - e_{11}^{pl})^2 + 6((e_{12}^{pl})^2 + (e_{23}^{pl})^2 + (e_{31}^{pl})^2)}$ - девіаторна складова того ж тензору, а, b

– початкова границя текучості та коефіцієнт зміцнення, матеріалу твердої фази пористого тіла відповідно, m – параметр, що характеризує різноопірність пористого матеріалу при розтягуванні та стисненні. Така поведінка може бути викликана різними чинниками структури пористого тіла: наявністю плоских дефектів (тріщин) або зародженням нових пор.

Припускається, що m задовільняє нерівність: $0 \leq m \leq 1$

Для описаного вище пружно-пластичного середовища розглядалась задача про вертикальне вдавлювання жорсткого сферичного індетора. При цьому досліджувались як випадки наявності тертя за законом Кулона між індетором та матеріалом, так і його відсутність. Область деформованого середовища являє собою циліндр з однаковими радіусом основи та висотою величина яких у 5 разів більша за радіус індетора.

Для розв'язку задачі генерувалась сітка з 3000 чотирикутних скінчених елементів, яка мала згущення поблизу індетора. Для апроксимації кривої зміцнення (3) використовувались наступні параметри: $a = 70$ мПа, $b = 105$ мПа, $\alpha = 0.5$, які в цілому характерні для міді. Діаметр індетора - 1.6 мм (1/16 дюйма). Індетор вдавлюється на глибину половини свого радіуса

Результати обчислень та їх аналіз. Аналіз результатів обчислень зосереджено на полі відносної густини в околі індентора, яке формується для заданих значень початкової відносної густини, параметру m . Окремо досліджується вплив зовнішнього тертя та визначається його вплив, а також параметру m на криві навантаження.

Вплив дилатансії та початкової відносної густини на ущільнення та розпушення пористого тіла в околі індентора.

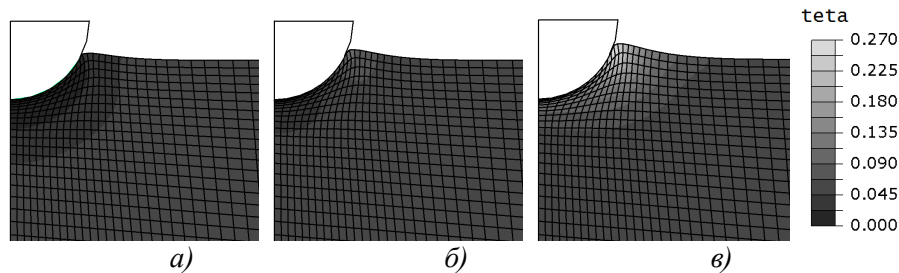


Рис. 4. Розподіл пористості при початковій пористості 0.05 за відсутності тертя а) $m = 0$; б) $m = 0.4$; в) $m = 0.8$

При відносно невеликій початковій пористості величина параметру m суттєво впливає як на розподіл пористості так і на характер викривлення поверхні в околі індентора. З ростом m стає помітнішою тенденція до розпушення матеріалу в околі індентора внаслідок дилатансії. Зокрема, великим значенням цього параметру ($m = 0.8$) в околі індентора, взагалі, не спостерігається ущільнення. В той же час за відсутності дилатансії при $m = 0$ спостерігається тільки ущільнення. З ростом m спостерігається збільшення величини навалу навколо індентора. Слід зазначити, що найбільше розпушення відбувається у вершині навалу, де очікуються найбільші деформації розтягу (Рис. 4).

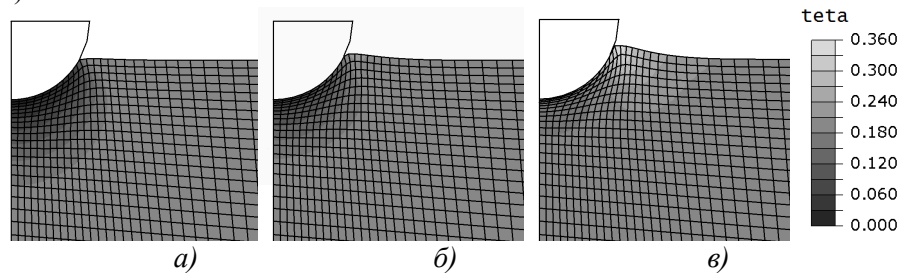


Рис. 5. Розподіл пористості при початковій пористості 0.2 за відсутності тертя а) $m = 0$; б) $m = 0.4$; в) $m = 0.8$

В той же час, як свідчать дані на Рис.5, 6 збільшення початкової пористості ($\theta_0 = 0.2$) супроводжується зменшенням висоти навалів навколо індентора. Коли $m = 0.4$, висота навалу значно менша ніж в аналогічному випадку при початковій пористості 0.05. При $m = 0.8$ спостерігається найбільша висота навалу в околі індентора. Вплив параметру m на розподіл пористості в цілому залишається таким самим, як і у випадку, коли $\theta_0 = 0.05$

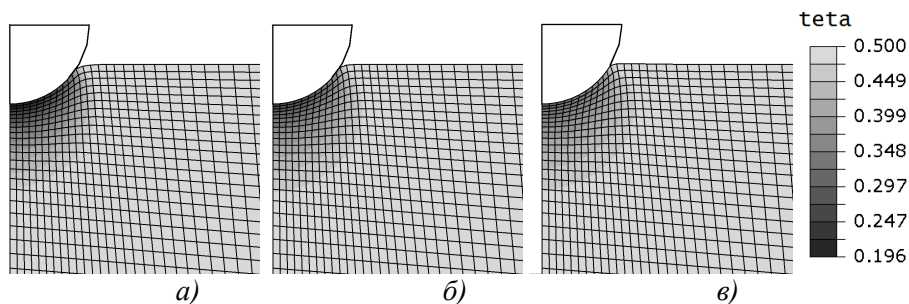


Рис. 6 Розподіл пористості при початковій пористості 0.5 за відсутності тертя а) $m = 0$; б) $m = 0.4$; в) $m = 0.8$

Навіть за умови, що $m = 0.8$ розпушення практично відсутнє, коли $\theta_0 = 0.5$. В той же час схильність до дилатансії суттєво впливає на ступінь ущільнення матеріалу під індентором: чим більше m тим менш помітне ущільнення. Навалів навколо індентора не спостерігається. Навпаки, спостерігається прогин матеріалу навколо індентора, втім величина прогину незначна (Рис.6)

Вплив зовнішнього тертя та діаграми навантаження.

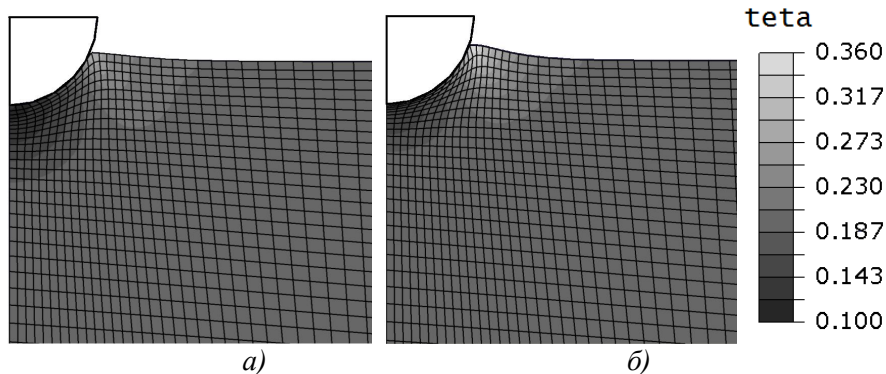


Рис. 7. Розподіл пористості при початковій пористості 0.2 та $m = 0.8$
а) коефіцієнт тертя - 0.2; б) відсутність тертя

Наявність тертя (Рис.7) між індентором та матеріалом також помітно впливає як на розподіл пористості в околі індентора так і на викривлення поверхні матеріалу. Можна стверджувати, що збільшення коефіцієнту тертя певним чином нівелює вплив m . Тобто за наявності контактного тертя збільшується ущільнення під індентором та зменшується величина навалу навколо нього. Менш помітним є і розпушення в його вершині.

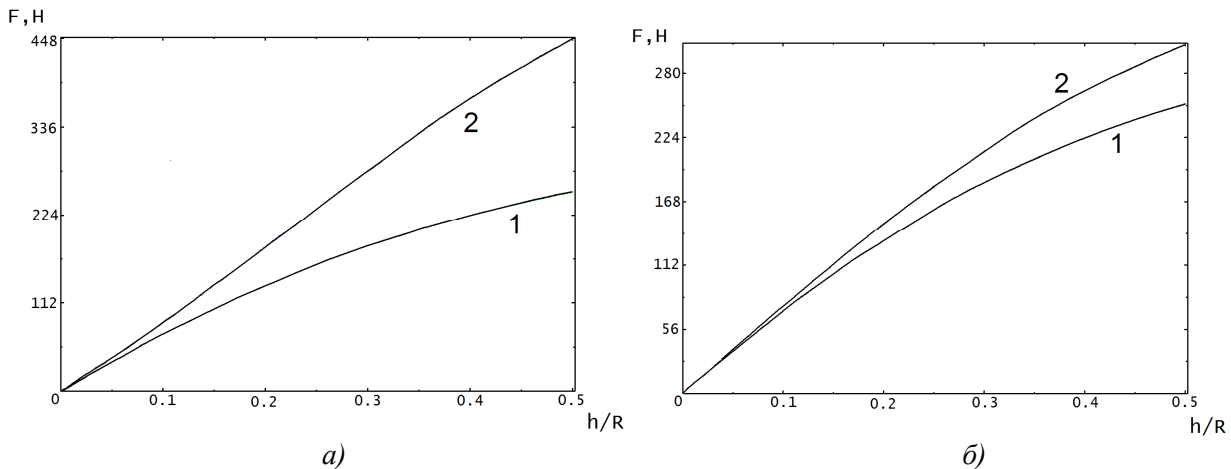


Рис. 8. Діаграми навантаження при початковій пористості 0.2 (по осі абсцис відкладене відношення переміщення індентора до його радіуса, а по осі ординат зусилля на інденторі)
а) тертя відсутнє, 1) $m = 0.8$; 2) $m = 0$;
б) $m = 0.8$, 1) відсутність тертя; 2) коефіцієнт тертя - 0.2

Розраховані в ході аналізу діаграми навантаження (Рис.8) свідчать, що як зовнішнє тертя між індентором та матеріалом, так і наявність в матеріалі дефектів і пошкоджень, що описуються параметром m впливають на твердість. З порівняння Рис.8. а) та Рис.8. б) можна зробити висновок, що вплив плоских макродефектів на величину твердості може бути значно суттєвішим ніж вплив наявності тертя. Слід зазначити, що величина коефіцієнту тертя 0.2, для якої побудований рис.8. б) суттєво вище ніж взагалі при індентуванні. Натомість дефектний або слабозв'язаний матеріал цілком може характеризуватись m більшим ніж 0.8. Необхідно також зазначити, що у випадку різного m (рис.8. а)) методом індентування досліджуються по суті різні матеріали. В той же час на рис.8. б) зображені діаграми навантаження для одного матеріалу, які відрізняються внаслідок різних умов випробування.

Висновки. Для пористого матеріалу, що містить площинні дефекти, характер деформації при індентуванні сферичним індентором суттєво залежить, як від початкової пористості, так і від

ступеня дефектності матеріалу та тертя між індентором та матеріалом. Навіть при відносно невеликій початковій пористості величина параметра дефектності m суттєво впливає як на розподіл пористості так і на характер викривлення поверхні в околі індентора. З ростом m стає помітнішою тенденція до розпушення матеріалу в околі індентора внаслідок дилатансії. Збільшення коефіцієнту тертя частково нівелює вплив m на напружено-деформований стан.

Наведене вище дає підстави використовувати метод індентування як підґрунття для експериментального визначення параметру m , який може розглядатися як одна з можливих кількісних характеристик дефектності.

Як видно з розрахунків навіть при невеликій початковій пористості за рахунок дилатансії в процесі індентування виникають зони локального розпушення, що наводить на думку про можливість руйнування у цих зонах. Тому напрямком подальших досліджень авторам вбачається детальний аналіз картини напружено-деформованого стану в околі індентора на предмет можливого руйнування. Цікаво дослідити можливість руйнування за найбільш розповсюдженими критеріями руйнування [21].

1. Hertz H. Gesammelte Werke, т. 1, 1895. – P. 179-195.
2. Лурье А.И. Пространственные задачи теории упругости. М.: ГТТИ, 1955. – 408 с.
3. Sneddon I.N. The relationship between load and penetration in the axisymmetric Boussinesq problem for a punch of arbitrary profile // Int. J. Engin. Sci. 1965. V. 3. № 1. – P. 47-57
4. Oliver W.C., Pharr G.M. An improved technique for determining hardness and elastic modulus using load and displacement sensing indentation experiments // J. Mater. Res. 1992. V. 7. № 6. – P. 1564-1583
5. Oliver W.C., Pharr G.M. Measurement of hardness and elastic modulus by instrumented indentation: Advances in understanding and refinements to methodology // J. Mater. Res. 2004. V. 19. № 1. – P. 3-20
6. Field J.S., Swain M.W. A Simple Predictive Model for Spherical Indentation // J. Mater. Res. 1993. V. 8. – P. 297-306
7. Field J.S., Swain M.W. Determining the mechanical properties of small volumes of material from submicrometer spherical indentations // J. Mater. Res. 1995. V. 10. № 1. – P. 101-112
8. Галанов Б.А., Григорьев О.Н., Мильман Ю.В., Рагозин И.П. Определение твердости и модуля Юнга по глубине внедрения пирамидального индентора // Проблемы прочности. 1983. № 11. С. 93-96.
9. Milman Yu.V., Galanov B.A., Chugunova S.I. Plasticity characteristic obtained through hardness measurement. Overview 107 // Acta Metall. Mater. 1993. V. 41. № 9. P. 2523-2532
10. Галанов Б.А., Мильман Ю.В., Чугунова С.И., Гончарова И.В. Исследование механических свойств высокопрочных материалов методом индентирования // Сверхтвердые материалы. 1999. № 3. С. 25-38.
11. Kogut L., Komvopoulos R. Analysis of the spherifl indentation cycle for elastic-perfectly plastic solid // J. Mater. Res. 2004. V. 19. № 12. – P. 3641-3653
12. Dub S., Novikov N. Milman Y. The transition from elastic to plastic behavior in an Al-Cu-Fe quasicrystal studied by cyclic nanoindentation // Phil. Mag. 2002. V. 82. – P. 2161-2172
13. Antunes J.M., Fernandes J.V., Menezes L.F. A new approach for reverse analyses in depth-sensing indentation using numerical simulation // Acta Mater. 2007. V. 55. – P. 69-81
14. Ma D., Ong C.V., Wong S.F., He J.J. New method for determining Young's modulus by non-ideally sharp indentation // J. Mater. Res. 2005. V. 20. – P. 1498-1506
15. Venkatesh T.A., Van Vliet K.J., Giannocopoulos A.E., Suresh S. Determination of elasto-plastic properties by instrumented sharp indentation: guidelines for property extraction // Scripta Mater. 2000. V. 42. № 9. P. 833-839
16. Li M., Chen W.M., Liang N.-G., Wang L.D. A numerical study of indentation using indenters of different geometry // J. Mater. Res. 2004. V. 19. № 1. – P. 73-78
17. Sreeranganathan A., Golhale A., Tamirisakandala S. Determination of local constitutive properties of titanium alloy matrix in boron-modified titanium alloy using spherical indentations // Scripta Mater. 2008. V. 58. № 1. P. 114-117
18. В.В. Скороход, Реологические основы теории спекания. – Киев, Наук. Думка, 1972. – 151 с.
19. Штерн М.Б. Развитие теории прессования порошков и теории пластичности пористых тел // Порошковая металлургия №9 – 1992
20. Мидуков В.З., Рудь В.Д. О состоянии экспериментальных исследований пластических деформаций пористых металлов // В кн. Реологические модели и процессы деформирования порошковых, пористых и композиционных материалов. Киев. Наук. Думка. 1985. – 164 с.
21. Писаренко Г.С., Лебедев А.А. Деформирование и прочность материалов при сложном напряженном состоянии. Киев.: „Наукова думка”, 1976. – 415 с.

Стаття надійшла до редакції 24.02.2014.