

УДК 624.21.004.69

І.Г.Іваник, С.І.Віхоть, Я.І.Іваник
Національний університет "Львівська політехніка"
НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН СТАЛЕЗАЛІЗОБЕТОННИХ КОНСТРУКЦІЙ
ПРИ ЗМІНІ ПОЛОЖЕННЯ ПРУЖНОЇ ОСІ

Розроблена методика розрахунку зусиль в статично невизначених комбінованих конструкціях при зміні положення математичної осі в балці жорсткості, що дозволяє на початковій стадії проектування моделювати напружено-деформований стан в елементах комбінованих конструкцій.

Ключові слова: пружна вісь, сталезалізобетонні конструкції, рівняння нерозривності деформації.

Рис 8. Табл 2. Форм 5. Літ 13.

Разработана методика расчета усилий в статически неопределимых комбинированных конструкциях при изменении положения математической оси в балке жесткости, что позволяет на начальной стадии проектирования моделировать напряженно-деформированное состояние в элементах комбинированных конструкций.

Calculation of composite building structures shall be conducted in stages. Before concrete gains strength of monolithic slab, metal structure is the only to carry loading of its own weight, however after that composite reinforced concrete band carries the whole calculated loading where axis position get to change.

The article describes main principles of the technique of installation of imaginary hinges for the purpose of calculation of forces in static indefinite continuous structures under conditions of position change of mathematical axis in stiffening girder allowing to simulate the stress-strain state in the elements of combined structures at the initial design stage. This technique is used for the purpose of calculation and analysis of the results for combined structure with composite reinforced concrete top band and steel suspension with due consideration of its operation staging.

Мета роботи. Ціллю регулювання напруженого стану будівельних конструкцій є покращення раціональних рішень і технологічних процесів, їх виготовлення, монтажу та роботи при навантаженні. Проблема ж регулювання рівнонапруженого стану в елементах конструкцій на стадії проектування полягає в використанні методики розрахунку. Одним з напрямків вирішення задачі є використання методу, розробленого й апробованого на плоских перехресно-ребристих системах [9].

Постановка проблеми. Комбіновані континуальні плитно-балочні системи при розрахунках найбільш часто замінюють спрощеними дискретними фізичними моделями у вигляді стержневої статично невизначеної системи, елементи якої представляють геометричні осі балки і елементів підвіски, жорсткість яких у статичній схемі відповідає їхнім фактичним жорсткостям.

Регулювання напружено-деформованого стану відображені в значній кількості наукових робіт, зокрема, [6,7,10,11], за кордоном питанням займались [12,13].

Розглянемо сталезалізобетонну конструкцію, що складається з $n=2$ поздовжніх металевих статично невизначених комбінованих конструкцій, які об'єднані в сумісну просторову роботу за допомогою монолітної залізобетонної плити (рис.1).

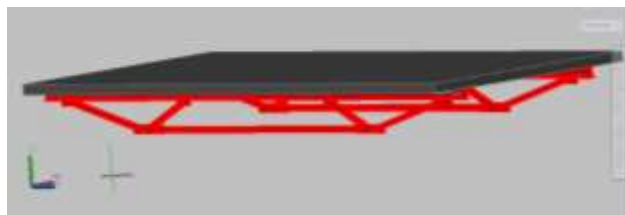


Рис. 1. Просторова комбінована статично невизначена сталезалізобетонна конструкція

Окремо взята комбінована металева статично невизначена конструкція, що складається з балки жорсткості і елементів ферми, завантажена рівномірно розподіленим навантаженням q . Схема завантаження конструкції показана на рис.2. У результаті деформацій балки під навантаженням у статично невизначеній конструкції виникають не тільки зусилля, а й змінюється положення пружної осі балки і відповідно всіх вузлів ферми (рис.3).

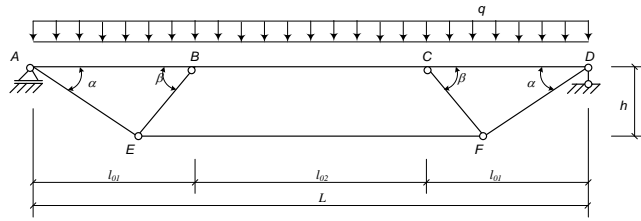


Рис.2. Вигляд комбінованої статично невизначеної конструкції

Методика розрахунку. Для подальшого розв'язку системи використаємо методику введення уявних шарнірів [9] для характерних в системі перерізів – в місцях можливих максимальних моментів в середніх частинах прольотів l_{01} і l_{02} . Розрахункова схема такої конструкції матиме вигляд, відображений на рис.3.

Розрахункова схема системи при введенні в верхньому поясі уявних шарнірів змодельована як конструкція, в якій у верхньому поясі основними зусиллями є невідомі згинальні моменти, поперечні і поздовжні сили, в нижній частині ферми виникають лише поздовжні зусилля (рис.3).

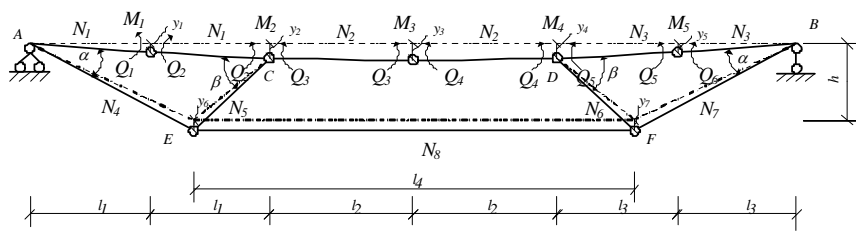


Рис.3. Розрахункова схема комбінованої конструкції

В результаті деформацій комбінованої статично невизначеної конструкції під навантаженням змінюється положення її пружної осі. Позначимо через $n=0, \dots, i$ кількість характерних перерізів балки, в яких прикладені зовнішні навантаження або змінюються жорсткісні характеристики.

Запропонована методика базується на заміні фактичної пружної зігнутої осі балки на фіктивну з введенням уявних шарнірів з одночасним прикладанням згинаючих моментів в характерних точках, яким в реальній балці відповідають точки прикладання зовнішніх сил або перерізи зміни жорсткісних характеристик. Пружну зігнуту вісь зобразимо як вісь з $n = 0, \dots, i$ кількістю проміжних шарнірів, які внаслідок деформації змістились в вертикальному напрямі відповідно на величину y_{np} ($n=0, \dots, i$). Виникнення згинальних моментів M_n , поперечних сил Q_m ($m=1, \dots, i$), поздовжніх сил N_m приймаємо як наслідок переміщення y_n точок (вузлів) пружної осі балки (рис.4).

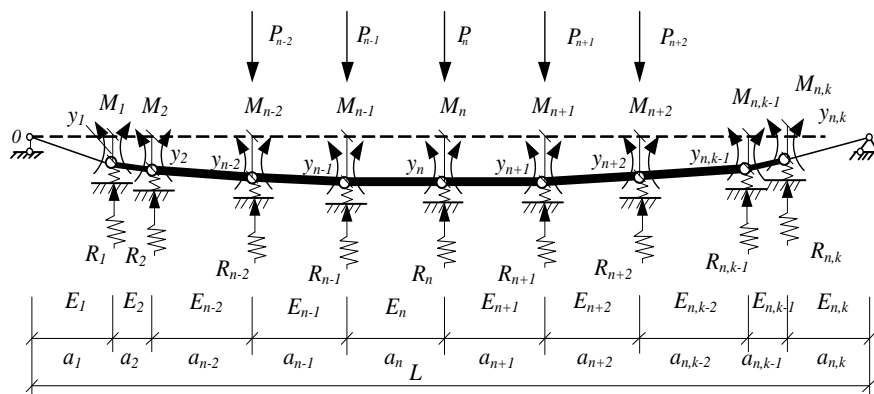


Рис.4. Розрахункова схема балки зі змінною жорсткістю в деформованому стані

Кут взаємного повороту перерізів, які прилягають до n -ого уявного шарніра, викликаний згинальними моментами M_{n-1}, M_n, M_{n+1} , запишемо у вигляді:

$$\Delta_{nM} = M_{n-1} * \delta_{n,n-1} + M_n * \delta_{n,n} + M_{n+1} * \delta_{n,n+1} \quad (1).$$

Рівняння нерозривності деформацій (рівняння i -тих зусиль), які відображають взаємозалежність невідомих згинальних моментів по довжині балки жорсткості, невідомих

поздовжніх сил в елементах конструкції та вертикальних переміщень всіх вузлів комбінованої конструкції, матимуть вигляд:

$$\begin{aligned} \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \delta_{13}X_3 + \delta_{14}X_4 + \delta_{15}X_5 + \delta_{16}X_6 + \delta_{17}X_7 - \frac{2y_1}{l_1} + \frac{y_2}{l_2} &= 0 \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \delta_{23}X_3 + \delta_{24}X_4 + \delta_{25}X_5 + \delta_{26}X_6 + \delta_{27}X_7 + \frac{y_1}{l_1} - \frac{y_2(l_1+l_2)}{l_1 * l_2} + \frac{y_3}{l_2} &= 0 \\ \delta_{31}X_1 + \delta_{32}X_2 + \delta_{33}X_3 + \delta_{34}X_4 + \delta_{35}X_5 + \delta_{36}X_6 + \delta_{37}X_7 + \frac{y_2}{l_2} - \frac{2y_3}{l_2} + \frac{y_4}{l_2} &= 0 \\ \delta_{41}X_1 + \delta_{42}X_2 + \delta_{43}X_3 + \delta_{44}X_4 + \delta_{45}X_5 + \delta_{46}X_6 + \delta_{47}X_7 + \frac{y_3}{l_2} - \frac{y_4(l_1+l_2)}{l_1 * l_2} + \frac{y_5}{l_1} &= 0 \\ \delta_{51}X_1 + \delta_{52}X_2 + \delta_{53}X_3 + \delta_{54}X_4 + \delta_{55}X_5 + \delta_{56}X_6 + \delta_{57}X_7 + \frac{y_4}{l_1} - \frac{2y_5}{l_1} &= 0 \\ \delta_{61}X_1 + \delta_{62}X_2 + \delta_{63}X_3 + \delta_{64}X_4 + \delta_{65}X_5 + \delta_{66}X_6 + \delta_{67}X_7 + y_6 &= 0 \\ \delta_{71}X_1 + \delta_{72}X_2 + \delta_{73}X_3 + \delta_{74}X_4 + \delta_{75}X_5 + \delta_{76}X_6 + \delta_{77}X_7 + y_7 &= 0 \end{aligned} \quad (2).$$

Коефіцієнти δ_{ij} при невідомих рівнянь i -тих зусиль (2) запишуться у вигляді, наприклад:

$$\begin{aligned} \delta_{11} = & \frac{2l'_1}{3EI_{red1}} - \mu * \frac{2}{l_1 GA_{red1}} + \frac{2\bar{N}'_{11}{}^2 * l'_1}{6EA_{red1}} + \frac{2\bar{N}'_{12}{}^2 * l'_2}{6EA_{red2}} + \frac{2\bar{N}'_{13}{}^2 * l'_1}{6EA_{red3}} \\ & + \frac{\bar{N}'_{14}{}^2 * h'}{6 \sin a EA_4} + \frac{\bar{N}'_{15}{}^2 * h'}{6 \sin \beta EA_5} + \frac{\bar{N}'_{16}{}^2 * h'}{6 \sin \beta EA_6} + \frac{\bar{N}'_{17}{}^2 * h'}{6 \sin a EA_7} + \frac{\bar{N}'_{18}{}^2 * (l - 2h * ctg a)}{6EA_8} \end{aligned} \quad (3)$$

де \bar{N}'_{ij} – величини поздовжніх сил від дії одиничних моментів у вузлах балки комбінованої

конструкції при зміненому положенні нейтральної осі;

l'_1, l'_2 – величини відповідно крайнього і середнього прольотів балки жорсткості;

h' – математична висота сталезалізобетонної конструкції;

$EI_{red1}, GA_{red1}, EA_{red1}, EA_{red2}$ – величини жорсткісних параметрів прольотів балки жорсткості.

До рівнянь нерозривності деформацій (2), яких недостатньо для знаходження невідомих X_i і y_i , додаммо рівняння статки, які знаходимо з рівноваги панелей і вузлів шпренгельної комбінованої конструкції.

Отримані рівняння нерозривності деформацій і статки формують систему лінійних алгебраїчних рівнянь, достатньо для знаходження невідомих згинальних моментів M_{i1} ($i_1=1...i$), прогинів y_{i2} ($i_2=1...j$) і осьових поздовжніх сил N_{i3} ($i_3=1...k$). Розрахунки здійснені згідно українських [1-3] та європейських [4, 5] нормативних документів.

При влаштуванні сталезалізобетонної статично невизначеної конструкції, зображеної на рис.1, проходить зміщення нейтральної осі балки жорсткості з причини зміни величини приведенного перерізу – від металевої балки жорсткості до сталезалізобетонної (рис.5).

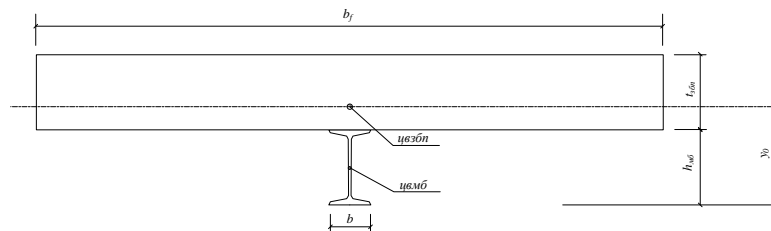


Рис.5. Поперечний переріз сталезалізобетонної комбінованої конструкції.

Зміна жорсткісних параметрів балки $B(x)$ призводить до зміни топології статично невизначеної комбінованої сталезалізобетонної конструкції, а саме (рис.6, рис.7): проходить вертикальне зміщення математичної осі з положення $A-B$ в положення $A'-B'$ балки жорсткості; відбувається відповідне зміщення точок перетину осей дії поздовжніх сил елементів підвіски з новою нейтральною віссю - з точок A, B, C, D в точки A', B', C', D' ; змінюються величини крайніх – від l_1 до $l'_1=l_1+\Delta y_0/tg\alpha + \Delta y_0/\Delta\beta$ - (збільшуються) і проміжних від l_2 до $l'_2=l_2 - 2\Delta y_0/tg\beta$ - (зменшуються) прольотів балки жорсткості;

©І.Г.Іваник, С.І.Віхоть, Я.І.Іваник

збільшується висота самої конструкції: від h до $h' = h + \Delta y_0$. При переміщенні математичної осі на величину Δy_{0i} (рис.6) в верхньому опорному вузлі виникає вже на стадії влаштування монолітної залізобетонної плити від'ємний згинальний момент M_A , спричинений дією вертикальної складової N_{4y} поздовжньої сили N_4 в крайньому підкосі на величину горизонтального зміщення з точкою перетину математичної осі в сталезалізобетонній балці жорсткості $\Delta y_0 / \tan \alpha$.

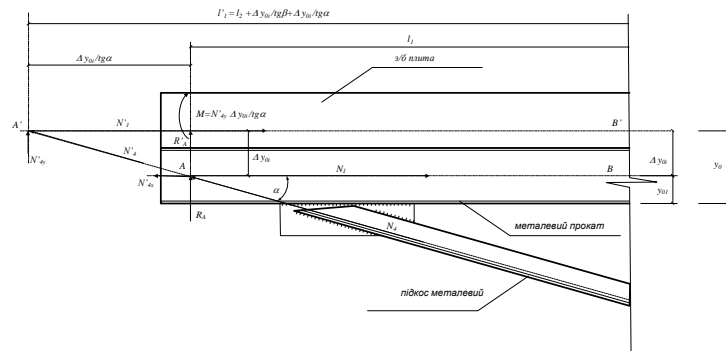


Рис.6. Крайній опорний вузол сталезалізобетонної комбінованої конструкції.

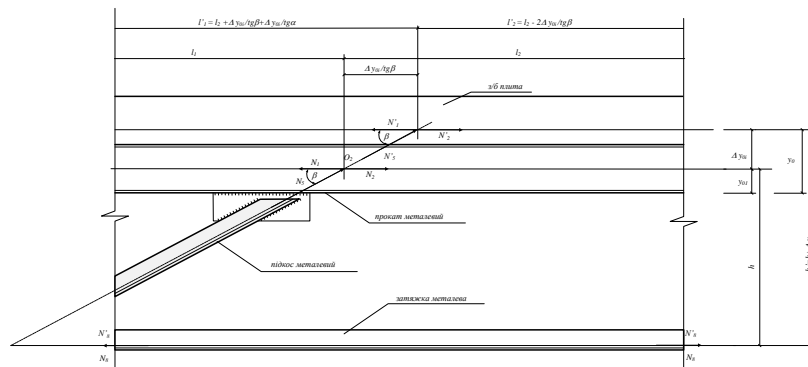


Рис.7. Проміжний вузол сталезалізобетонної комбінованої конструкції.

Проведені попередні теоретичні дослідження інших авторів на прикладі металевих комбінованих конструкцій дають можливість констатувати, що зміна положення математичної осі балки жорсткості в сталезалізобетонній комбінованій конструкції значно збільшує резерви несучої здатності конструкції в цілому.

При розрахунку металевих балок верхнього поясу комбінованої металевої конструкції, об'єднаних з залізобетонною плитою, необхідно враховувати особливості їх роботи під навантаженням, пов'язані з прийнятим способом виготовлення конструкції. Регулювання зусиль в шпренгельній комбінованій сталезалізобетонній конструкції забезпечують сумісною взаємодією верхньої сталезалізобетонної частини і нижньої – металевої. Разом з тим регулювання напружено деформованого стану доцільно здійснити одночасно з технологічним методом, тобто постадійним включенням в роботу різних частин конструкції під час виконання робіт.

Для прикладу покажемо регулювання зусиль в металевій шпренгельній СНКК, верхня частина якої в процесі виконання будівельно-монтажних робіт працюватиме в складі сталезалізобетонної конструкції. В якості несучих конструкцій перекриття в середній частині будівлі запропоновані сталезалізобетонні комбіновані конструкції прольотом 18 м, влаштовані за схемою 6+18+6 м (рис.8).

На першій стадії проектування згідно розробленої методики розрахунку комбінованої однопрольотної металевої комбінованої конструкції прольотом 18 м шляхом покрокового розрахунку знайдено геометричні та пружні параметри її елементів.

Наступним етапом розрахунків був розрахунок перекриття за нерозрізною трьохпрольотною схемою роботи. В результаті бетонування і набору міцності бетоном в крайніх прольотах поперечні перерізи балок в цих прольотах з металевих перетворюються в сталезалізобетонні, жорсткісні характеристики яких значно перевищують початкові. В даному випадку зміщується положення нейтральної осі перетинів в сталезалізобетонній конструкції.

Розрахункова схема такої складної конструкції представляє собою нерозрізну комбіновану сталезалізобетонну і металеву конструкцію зі змінною вздовж жорсткістю з врахуванням зміни

положення по вертикалі нейтральної осі. Величинами положення нейтральної осі є отримані в ході попереднього розрахунку вертикальні переміщення характерних вузлів конструкції (рис.8, в; табл.1, табл 2).

Розроблена методика розрахунку металевих комбінованих конструкцій передбачає в рівняннях нерозривності деформації зв'язок між згинальними моментами й вертикальними переміщеннями. У випадку зміни положення нейтральної осі рівняння нерозривності деформацій матимуть вигляд:

$$\delta_{m,k-2}X_{k-2} + \delta_{m,k-1}X_{k-1} + \delta_{m,k}X_k + \delta_{m,k+1}X_{k+1} + \delta_{m,k+2}X_{k+2} + \frac{y_{k-1} + y_{k-1}'}{l_1} - \frac{(y_k + y_k')(l_1 + l_2)}{l_1 * l_2} + \frac{(y_{k+1} + y_{k+1}')}{l_2} = 0 \quad (4)$$

де y_{k-2}' , y_{k-1}' , y_k' , y_{k+1}' , y_{k+2}' – вертикальні переміщення, визначені в ході попередніх розрахунків для характерних вузлів конструкції.

Рівняння нерозривності деформацій (2) з врахуванням отриманих змін для балки жорсткості матимуть вигляд:

$$\begin{aligned} \delta_{11}X_1 + \delta_{12}X_2 + \delta_{13}X_3 + \delta_{14}X_4 + \delta_{15}X_5 + \delta_{16}X_6 + \delta_{17}X_7 - \frac{2y_1^*}{l_1'} + \frac{y_2^*}{l_2'} &= 0 \\ \delta_{21}X_1 + \delta_{22}X_2 + \delta_{23}X_3 + \delta_{24}X_4 + \delta_{25}X_5 + \delta_{26}X_6 + \delta_{27}X_7 + \frac{y_1^*}{l_1'} - \frac{y_2^*(l_1' + l_2')}{l_1' * l_2'} + \frac{y_3^*}{l_2'} &= 0 \\ \delta_{31}X_1 + \delta_{32}X_2 + \delta_{33}X_3 + \delta_{34}X_4 + \delta_{35}X_5 + \delta_{36}X_6 + \delta_{37}X_7 + \frac{y_2^*}{l_2'} - \frac{2y_3^*}{l_2'} + \frac{y_4^*}{l_2'} &= 0 \\ \delta_{41}X_1 + \delta_{42}X_2 + \delta_{43}X_3 + \delta_{44}X_4 + \delta_{45}X_5 + \delta_{46}X_6 + \delta_{47}X_7 + \frac{y_3^*}{l_2'} - \frac{y_4^*(l_1' + l_2')}{l_1' * l_2'} + \frac{y_5^*}{l_1'} &= 0 \\ \delta_{51}X_1 + \delta_{52}X_2 + \delta_{53}X_3 + \delta_{54}X_4 + \delta_{55}X_5 + \delta_{56}X_6 + \delta_{57}X_7 + \frac{y_4^*}{l_1'} - \frac{2y_5^*}{l_1'} &= 0 \\ \delta_{61}X_1 + \delta_{62}X_2 + \delta_{63}X_3 + \delta_{64}X_4 + \delta_{65}X_5 + \delta_{66}X_6 + \delta_{67}X_7 + y_6^* &= 0 \\ \delta_{71}X_1 + \delta_{72}X_2 + \delta_{73}X_3 + \delta_{74}X_4 + \delta_{75}X_5 + \delta_{76}X_6 + \delta_{77}X_7 + y_7^* &= 0 \end{aligned} \quad (5)$$

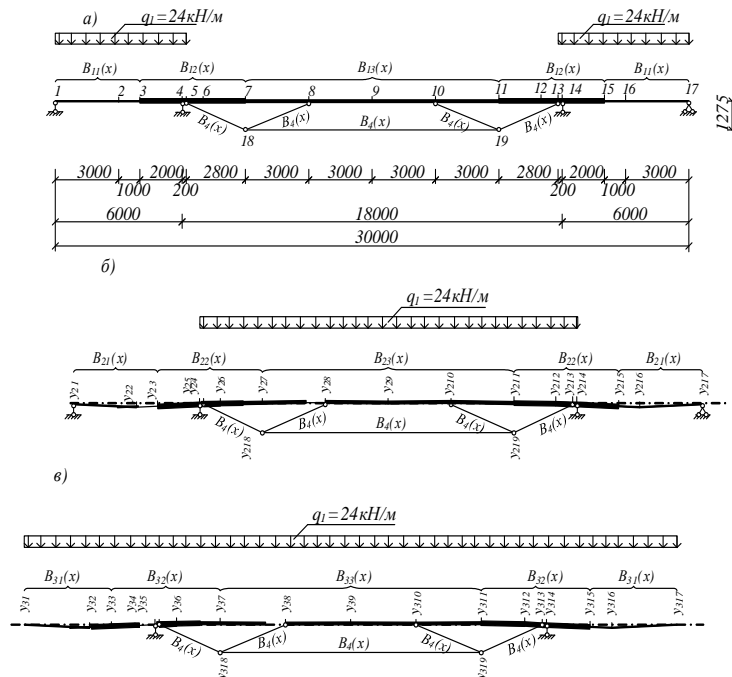


Рис.8. Схеми навантаження нерозрізної комбінованої конструкції: а) схема завантаження крайніх прольотів постійним навантаженням металеві частини шпренгельної комбінованої конструкції – стадія I; б) схема навантаження середнього прольоту постійним навантаженням сталезалізобетонної в крайніх і металеві в середньому комбінованої конструкції – стадія II; в) схема навантаження прольотів постійним і корисним навантаженням сталезалізобетонної комбінованої конструкції – стадія III.

Таблиця 1.

Величини зусиль і напружень в елементах комбінованої конструкції за стадіями прикладання навантаження

елемент		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	5	8	18	
стадія		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19		
	моменти, кН*м	л	0	2,194	-6,674	-38,811	-30,267	-16,963	2,857	-3,412	18,188	-3,412	2,857	-16,963	-30,267	-38,811	-6,674	2,194			
		п	2,194	-6,674	-38,811	-30,267	-16,963	2,857	-3,412	18,188	18,188	2,875	-16,963	-30,267	-38,811	-6,674	2,194	0			
	поздовжня сила, кН		0	0	0	0	-44,221	-44,221	-44,221	-91,6	-91,6	-44,221	-44,221	-44,221	0	0	0	0	50,167	-52,972	91,6
	напруження		453	1379	2805	2187	1900	290	799	2559	2559	799	290	1900	2187	2805	1379	453	1032	1090	1885
стадія 1	моменти, кН*м	л	0	5,09143	1,98857	-11,4171	-11,4171	-9,63432	-5,17729	1,50824	1,50824	-5,17729	-9,63432	-11,4171	-11,4171	1,98857	5,09143	5,09143			
		п	5,09143	1,98857	-11,4171	-11,4171	-9,63432	-5,17729	1,50824	1,50824	1,50824	1,50824	-5,17729	-9,63432	-11,4171	-11,4171	1,98857	0			
	поздовжня сила, кН		0	0	0	0	4,15989	4,15989	4,15989	8,61691	8,61691	4,15989	4,15989	4,15989	0	0	0	0	-4,719	4,983	-8,617
	напруження		1052	411	825	825	-725	-470	-172	-224	-224	-172	-470	-725	825	825	411	1052	97	102	177
стадія 2	моменти, кН*м	л	0	4,939	1,785	-11,722	-26,863	-22,591	-14,658	-1,488	-1,488	-14,658	-22,591	-26,863	-11,722	1,785	4,939	1,785			
		п	4,939	1,785	-11,722	-26,863	-22,591	-14,658	-1,488	0,37	0,37	-1,488	-14,658	-22,591	-26,863	-11,722	1,785	0			
	поздовжня сила, кН		29,4221	29,4305	4,86557	29,3220	4,42304	4,44006	4,86557	-22,1126	-22,1126	4,86557	4,44006	4,42304	29,3220	4,86557	29,4305	29,4221	24,86	25,995	46,297
	напруження		561	1529	1595	1453	772	104	141	1054	1054	141	104	772	1453	1595	1529	561	512	535	953
стадія 3	моменти, кН*м	л	0	-2,09	-12,39	-47,38	-38,84	-23,03	2,86	5,61	5,61	2,86	-23,03	-38,84	-47,38	-12,39	-2,09	-2,09			
		п	-2,09	-12,39	-47,38	-38,84	-23,03	2,86	5,61	27,38	27,38	5,61	2,86	-23,03	-38,84	-47,38	-12,39	0			
	поздовжня сила, кН		-0,11	-0,12	-0,27	64,75	28,42	24,39	24,35	-19,21	-19,21	24,35	24,39	28,42	64,75	-0,27	-0,12	-0,11	45,01	-48,18	83,61
	напруження		261	1549	2463	2169	1532	115	289	1782	1782	289	115	1532	2169	2463	1549	261	926	991	1720

Таблиця 2.

Величини вертикальних прогинів вузлів комбінованої конструкції за стадіями прикладання навантаження

елемент		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
стадія		2	3	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
		0	-5,869	-1,694	0	-0,576	-4,226	-18,501	-37,606	-49,1	-37,606	-18,501	-4,226	-0,576	0	-1,694	-5,869	0	-19,621	-19,621
	стадія 1	0	-13,4308	-9,7036	0	0,7897	3,4065	6,0819	4,2731	3,0850	4,2731	6,0819	3,4065	0,7897	0	-9,7036	-13,4308	0	2,58	2,58
	стадія 2	0	0,96	0,65	0	-0,03	-1,01	-8,49	-21,64	-29,02	-21,64	-8,49	-1,01	-0,03	0	0,65	0,96	0	-11,152	-11,152
	стадія 3	0	1,34	1,83	0	-0,57	-3,56	-13,79	-27,81	-34,67	-27,81	-13,79	-3,56	-0,57	0	1,83	1,34	0	-13,37	-13,37

Висновок. Запропонований принцип введення уявних шарнірів в прийнятій розрахунковій схемі статично невизначеної комбінованої сталезалізобетонної конструкції можна віднести до універсальної і її застосування дає можливість більш простим способом на початковій стадії проектування за рахунок математичного апарату моделювати напружено-деформований стан в елементах конструкції, що дає можливість економніше запроектувати конструкцію в цілому, в тому числі при зміні положення математичної осі балки жорсткості.

1. ДБН В. 2.6-98:2009 «Бетонні та залізобетонні конструкції» - Київ : Мінбуд України.,2011.
2. ДБН В. 2.6-160:2010 «Сталезалізобетонні конструкції» - Київ : Мінбуд України.,2010.
3. ДБН В. 2.6-163:2010 «Сталеві конструкції» - Київ : Мінбуд України.,2010.
4. EN1993-1- Eurocode 3: Design steel structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings. Пер. с англійського.
5. EN 1993-1-11:2007 Eurocode 3: Design of steel structures — Part 1-11: Design of structures with tension components.
6. Аргирис Дж. Современные достижения в методах расчета конструкций с применением матриц: Пер. с англ./ Под ред. А.Ф.Смирнова.- М., Стройиздат, 1968.- 241 е.: ил
7. Беленя Е.И. Современное состояние и перспективы развития предварительно напряженных стальных конструкций /Е.И. Беленя// Известия вузов. Строительство и архитектура, 1960. – №6. – с. 15-19
8. Іваник І.Г. Розрахунок статично невизначених конструкцій / І.Г. Іваник, М.В. Гоголь, С.І. Віхоть// Дороги і мости. Збірник наукових статей – Київ, 2006.-№ 6. – С. 33-42.
9. Кваша В.Г. Инженерный метод просторового розрахунку плитно-ребристих залізобетонних систем. / В. Г. Кваша, І. Г. Іваник // Проблеми теорії і практики залізобетону. Збірник наукових статей, - в-во Полтавського державного технічного університету ім. Кондратюка. – 1997. Полтава. - С.186-189.
10. Коробко В.И. Проектирование оптимального усиления балок путем постановки шпренгеля /В.И. Коробко, Р.В. Алдушкин// Безопасность строительного фонда России. Проблемы и решения: материалы международных академических чтений – Курск, 2007. – с. 60-63.
11. Лихтарников М.Я. Расчет стальных конструкций /М.Я.Лихтарников, Д.В.Ладыженский, В.М. Клыков// – К.:Будівельник, 1984. – 368 с.
12. Lewandowski Roman. Aktywna regulacja drgan ram plaskich poddanych dzialaniu wiatru // XLV konf. Nauk. komitetu inzynierii ladowej i wodnej pan i komitetu nauki PZITB “Problemy naukowo-badawcze budownictwa” – Tom 1. – Teoria konstrukcji. – Wroclaw – Krynica: Dolnoslaskie wydawnictwo edukacyjne, 1999. - s. 95-102.
13. Winand A. Applications of the pre-stressing on bridges of the Belgian / A. Winand // Annales des Travaux Publics de Belgique. — 1978. -No. 1-2.- p. 27-31.

Стаття надійшла до редакції 25.04.2014