

УДК 620.179.118:625.8(045)

**А.О.Белятинський, К.В.Краюшкіна, О.В.Скрипченко**  
**Національний авіаційний університет**  
**ПРОБЛЕМИ ВІДОМИХ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ВЗАЄМОДІЇ**  
**КОЛЕСА З ПОВЕРХНЕЮ ДОРОЖНЬОГО ПОКРИТТЯ**

*Більшість методів оцінки зчепних якостей покриття розраховано з умови прямолінійного руху автомобілів, а також сухого чистого покриття автомобільної дороги. За таких умов сила зчеплення забезпечується молекулярною та деформаційною складовими, але вони не враховують порушення молекулярного зв'язку при зволоженні дорожньої поверхні, тому існує необхідність розробки моделі, що враховує зволоження дорожнього покриття.*

**Ключові слова.** Шорсткість, цементобетон, коефіцієнт зчеплення, проїзна частина, молекулярна складова, механічна взаємодія, занесення.

**Форм 12. Літ.11.**

**А.О.Белятинский, К.В.Краюшкина, О.В.Скрипченко**  
**ПРОБЛЕМЫ ИЗВЕСТНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ**  
**ВЗАЕМОДЕЙСТВИЯ КОЛЕСА С ПОВЕРХНОСТЬЮ ДОРОЖНОГО ПОКРЫТИЯ**

*Большинство методов оценки сцепных качеств дорожного покрытия рассчитано из условий прямолинейного движения автомобилей, а также сухого чистого покрытия автомобильной дороги. При таких условиях сила сцепления обеспечивается молекулярной и деформационной составляющими, но они не учитывают нарушения молекулярной связи при увлажнении дорожной поверхности, поэтому существует необходимость разработки модели, учитывающей различные состояния дорожного покрытия.*

**Ключевые слова:** Шероховатость, цементобетон, коэффициент сцепления, проезжая часть, молекулярная составляющая, механическое взаимодействие, занос.

**A. Byelyatynskiy, K. Krayushkina, A. Skrypchenko**  
**KNOWN PROBLEMS OF MATHEMATICAL MODELS INTERACTION OF WHEELS**  
**WITH THE PAVEMENT SURFACE**

*Most methods for assessing adherence pavement with the wheel is designed under the condition of rectilinear motion of cars and clean dry pavement. Under such conditions the cohesive force provides deformation and molecular components, but they do not include violation of a molecular bond when the road surface is moistened, so there is need to develop a model that takes into account the various road conditions. During operation of highways uneven wear occurs of the road surface along its entire length. This contributes to many factors: a significant number of trucks as part of the traffic flow, modes and their operation, construction technology and operational maintenance of roads, used materials and other. Inhomogeneity qualities of coupling across the width of the road is the cause of one of the most dangerous situations in traffic - car skids. In general, the interaction of the wheel with the road surface explained by presence of two independent components - the strength of the molecular interactions between the surfaces of the mechanical strength and resistance, are associated with deformation of their surface layers. Molecular interaction processes cover the surface layers of the tread rubber and the road surface by hundredths of a micrometer, and mechanical interaction processes occur in the body protector and thickness of layers of a few tenths of a micrometer, because pressing roughness peaks in body of rubber takes place. Most of the mathematical models developed for dry pavement, but the most dangerous is wet, dirty pavement, so the actual is the development of a mathematical model, taking into account the different states of the pavement.*

**Keywords:** Roughness, cement concrete, friction coefficient, the roadway, the molecular component, mechanical interaction, skid

**Актуальність теми.**

В процесі експлуатації автомобільних доріг відбувається нерівномірний знос поверхні покриття по всій його довжині, чому сприяє багато факторів: значна кількість великовагових автомобілів у складі транспортного потоку, режими та умови їх руху, технологія будівництва і експлуатаційного утримання автомобільної дороги, використані матеріали та інше. Також слід враховувати, що більшість автомобільних доріг в Україні побудована ще за старими нормативними документами і розрахунковими характеристиками.

©А.О.Белятинський, К.В.Краюшкіна, О.В.Скрипченко

Все це негативно впливає на зчіпні якості покриттів, а з часом утворюються, так звані, зони з різноманітними зчіпними якостями.

За результатами статистичних спостережень, водії, частіше всього, рухаються з приблизно однаковою швидкістю, без маневрів і частіше за все не можуть оцінити стан покриття по всій площині, або оцінюють його невірно. Це призводить до того, що під час виконання маневру можливе виникнення небезпечної ситуації, пов'язаної із обранням водієм режиму руху, що не відповідає реальній ситуації.

За останні десятиріччя інтенсивного розвитку дорожньо-будівельної галузі питання підвищення шорсткості покриттів, зокрема цементобетонних, є одним із переважаючих напрямків в діяльності як вітчизняних, так і зарубіжних вчених.

Для обрання раціонального способу ремонту покриттів необхідно раціонально оцінити фактори, що впливають на процес зменшення зчіпних якостей покриття автомобільної дороги. Адже ефективність роботи та безпека руху автомобільного транспорту в значній мірі залежить від транспортно-експлуатаційних якостей автомобільних доріг. У значній мірі це стосується стану дорожнього покриття, яке повинно забезпечувати надійний контакт з шинами автомобілів.

Аналіз причин дорожньо-транспортних подій показує, що значна частка аварій та нещасних випадків на автомобільних дорогах виникає внаслідок незадовільних дорожніх умов [1]. У залежності від пори року, умов руху, категорії дороги, стану проїзної частини та ряду інших факторів від 14 до 80 % аварій відбувається з причин низьких зчіпних якостей дорожнього покриття. Особливо небезпечним вважається рух автомобілів по поверхні зволоженого покриття. Вважається, що аварійність на мокрих шорстких покриттях в 1,5 – 2 рази менша ніж на покриттях з гладкою поверхнею, так саме нижча тяжкість наслідків ДТП [1].

Огляд літературних джерел та нормативної літератури показує [2], що більшість методів і способів оцінки зчіпних якостей покриття розраховано на споживчі властивості автомобільної дороги виходячи з умов прямолінійного руху автомобілів. Такий підхід склався історично, коли кількість автомобілів була меншою та їхні технічні можливості були обмеженими. Тому, на сьогоднішній день існує необхідність безпечного виконання маневрів з оптимальною швидкістю їх виконання, виходячи з реальних умов.

#### **Постановка питання.**

Ще у 60-х роках минулого сторіччя Порожняков В. С. прийшов до висновку, що знос покриття автомобільної дороги відбувається нерівномірно по площі проїзної частини [2]. Зношення покриття, поліровка зерен кам'яного матеріалу, зниження шорсткості і як наслідок, зменшення коефіцієнту зчеплення відбувається по смугах накату, а простір між ними поступово забруднюється та замаслюється.

Неоднорідність зчіпних якостей по ширині дороги є причиною однієї з найнебезпечніших ситуацій у дорожньому русі – занесення автомобіля. На шорстких покриттях втрата бокової стійкості спостерігається при швидкості 90 км/год [2]. Особливо часто заноси трапляються на слизьких, забруднених покриттях, коли опір дії бокових сил знижується та вплив пориву вітру, наявності нерівностей на дорозі) може викликати занесення. Тому вважається, що в аварійній ситуації водії повинні виконувати гальмування з меншими інтервалами, з неповним використанням гальмівних можливостей, щоб уникнути занесення. Умови руху по смугах із різними зчіпними якостями можна порівняти із гальмуванням автомобіля при нерівномірній роботі гальм [3].

Дослідження процесу взаємодії колеса з дорожнім покриттям проводиться достатньо давно, для характеристики якого застосовувались класичні теорії з різноманітних областей механіки. З огляду на їх значну кількість має сенс розглянути лише математичні моделі взаємодії колеса з поверхнею дорожнього покриття, в яких для визначення функціональних показників використано структурні показники.

#### **Відомі математичні моделі.**

Для оцінки сили зчеплення колеса із сухим покриттям, існує формула (1) розроблена Петровим І.П. [4, 5], яка є найбільш відомою і вважається основною чи базовою при визначенні зчіпних якостей. В цій формулі величина зчеплення визначається в залежності від площі контакту колеса з поверхнею покриття:

$$T = \varphi * A, \quad (1)$$

де  $A$  – площа фактичного контакту;

$\varphi^*$  – стала величина.

$$\varphi^* = \eta_p \left( 161060 - 2 \left( 273 + t_c - 5\sqrt{v}lg \frac{10^{18}}{v} \right) \right), \quad (2)$$

де  $t_c$  – температура навколишнього середовища;

$v$  – швидкість ковзання;

$\eta_p$  – емпіричний коефіцієнт, який залежить від складу гуми і визначається в лабораторних умовах шляхом вимірювання сили тертя зразка гуми з шорсткою поверхнею і послідовних розрахунків з урахуванням  $t_c, v, A$ .

Недоліком цього способу є те, що введення емпіричних поправок не дає можливості перевірити теоретичні викладки, до того ж обмежене практичне використання.

Пізніше Петровим І.П. було отримано формулу для визначення коефіцієнта зчеплення колеса з сухим твердим покриттям,  $\varphi$ :

$$\varphi = 2,14 (r_n i_n)^{2/3} \xi \frac{E_a - R_k (T_0 + c\sqrt{v}) l g \frac{v_0}{v}}{E^{2/3} q_{cp}^{2/3}}, \quad (3)$$

де  $r_n$  – радіус заокруглення вершин нерівностей;

$i_n$  – щільність нерівностей;

$E_a$  – енергія активації молекул резини;

$q_{cp}$  – середній тиск в зоні контакту на виступах;

$R_k$  – стала Клапейрона;

$T_0$  – температура навколишнього середовища;

$c, v_0$  – сталі Шалламаха;

$\xi$  – емпіричний коефіцієнт.

Галузь застосування даної формули обмежена необхідністю визначення емпіричних коефіцієнтів. Властивості поверхні дорожнього покриття не вичерпуються лише геометричними параметрами. Вплив цих властивостей на молекулярну складову сили зчеплення формули не враховують.

Але з часом Петровим було представлено залежність для визначення площі контакту колеса із дорожнім покриттям, з використанням молекулярно-механічної теорії тертя [6, 7], в якій враховуються характеристики автомобільного колеса:

$$A_c = k' B_{\Pi} l, \quad (4)$$

де  $k'$  – коефіцієнт насиченості малюнку протектора;

$B_{\Pi}$  – ширина протектора;

$l$  – довжина зони контакту.

Величина  $l$  знаходиться із геометричних міркувань при умові, що проекція бігової доріжки шини за межами зони контакту на поздовжню площину колеса не відрізняється від кола:

$$l = 2\sqrt{2r_0 h}, \quad (5)$$

де  $r_0$  – радіус не навантаженого колеса;

$h$  – прогин шин, який визначається із квадратного рівняння:

$$h^2 - \alpha_2 \frac{hG_k}{p_w + p_o} - \alpha_1 G_k = 0 \quad (6)$$

$$\alpha_2 = \frac{1}{2\pi\sqrt{r_o r_n}} \quad (7)$$

де  $r_n$  – радіус бігової доріжки протектора;

$G_k$  – навантаження на колесо;

$p_w$  – внутрішній тиск повітря в шині;

$p_o$  – характеристика жорсткості покриття;

$\alpha_1$  – стала величина, що визначається з нерівності:

$$(\pi\sqrt{2r_o r_n})^{-1} \leq \alpha_2 \leq 1,4(\pi\sqrt{2r_o r_n})^{-1} \quad (8)$$

Величини  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  і  $p_o$  для різних типів шин визначають за дослідними даними. При визначенні сили зчеплення  $T$  [6, 7] контакт вважається насиченим, за Крагельським І. В. використовується вираз:

$$T = \frac{0,125 \alpha_{\text{эф}} A_c b \varepsilon_{\text{кр}}^{v-1} E h_{\text{max}} [v\varepsilon - (v-1)\varepsilon_{\text{кр}}]^2}{\pi R v (1 - \mu^2)} + \left\{ \tau_o + \frac{0,42 \beta E h_{\text{max}}}{R^2 |2v-1| 2(1-\mu^2)} [v\varepsilon - (v-1)\varepsilon_{\text{кр}}] \right\}^{\frac{1}{2}} \times \frac{A_c}{2v} [v\varepsilon - (v-1)\varepsilon_{\text{кр}}] \quad (9)$$

У загальному випадку процес взаємодії колеса з дорожнім покриттям обумовлюється наявністю двох незалежних складових – сили молекулярної взаємодії між поверхнями та сили механічного опору, яка пов'язана з деформацією їх поверхневих шарів. Процеси молекулярної взаємодії охоплюють поверхневі шари гуми протектора та поверхні дороги на соті долі мікрметра, а процеси механічної взаємодії виникають в самому тілі протектора та в шарах товщиною в десятки долі мікрметра, внаслідок вдавлювання виступів шорсткості в тіло гуми. Експерименти показують [8], що молекулярна взаємодія та деформування верхніх шарів контактуючих тіл є двома основними напрямками втрати енергії під час руху колеса по поверхні дорожнього покриття. Це знаходить своє відображення в структурі формул для визначення коефіцієнту зчеплення [9].

Для визначення коефіцієнту зчеплення Крагельським І. В. [8] було запропоновано формулу, що враховує молекулярну та деформаційну складові:

$$\varphi = \frac{2,1 \tau \theta^{4/5}}{p_c^{1/5} \Delta^{2/5}} + \beta + 0,23 a_r p_c^{1/5} \Delta^{2/5} \theta^{4/5}, \quad (10)$$

де  $\tau$  – сила опору зсуву;

$\theta$  – пружна стала матеріалу;

$\Delta$  – параметр шорсткості;

$\beta$  – п'єзокоефіцієнт молекулярної складової тертя;

$a_r$  – коефіцієнт гістерезисних витрат.

Формули (3) та (10) мають дві складових: ліва частина виражає деформаційну складову сили зчеплення, права – молекулярну.

Розглядаючи процес занурення у воду елемента протектора шини Левін Ю С [9] вивів формулу для визначення коефіцієнта зчеплення для мокрого покриття:

$$\varphi_{\text{м}} = \left[ 1 - \frac{V m \sigma \mu}{l q (1 - \varepsilon)} \left( \frac{1}{h_{\text{н}}^2} - \frac{1}{h_{\text{о}}^2} \right) \right], \quad (11)$$

де  $V$  – швидкість руху колеса;

$l$  – довжина зони контакту;

$\varepsilon$  – коефіцієнт овальності контакту, що враховує відхилення його форми від прямокутника.

Як видно з формули Левін Ю. С. використав параметр  $h$  – різницю між середньою висотою виступів шорсткості дорожнього покриття та глибиною деформації ними гуми протектора, яка залежить від висоти їх виступів, форми та інших факторів. Область використання виразу (11) обмежується тим, що при виведенні  $\varphi_{\text{м}}$  використовуються експериментальні значення коефіцієнта зчеплення колеса з сухим покриттям.

Ларін О. Н. на основі молекулярно-механічної теорії одержав вираз для визначення коефіцієнта зчеплення шини з покриттям:

$$\varphi = \frac{3,9 B C_0 K_H}{E^{0,86} G} \int_B^a (\tau_c q_z^{0,86} + \left[ \beta + \alpha \frac{h^{1/2}}{R_H^{1/2}} q_z^{1,86} \right]) d\xi, \quad (12)$$

де  $B$  – ширина зони контакту;

$C_0$  – коефіцієнт, що враховує відхилення форми контакту від прямокутника;

$G$  – навантаження на колесо;

$E$  – модуль пружності гуми протектора;

$\tau_c$  – опір зсуву адгезійного зв'язку;

$\beta$  – п'єзокоефіцієнт молекулярного тертя;

$\alpha$  – коефіцієнт гістерезисних витрат;

$h$  – заглиблення шини;

$R_H$  – радіус заокруглень виступів шорсткості;

$\xi$  – змінна інтегрування.

При виведенні формули (12) вважалось, що під час руху вода витісняється перед колесом і між ним та покриттям відбувається сухий контакт. Таке твердження можна прийняти лише для малих швидкостей руху, коли гідро підйомна сила води майже не впливає на режим руху. В якості вихідного параметру, який характеризує структуру поверхні покриття Ларін О. Н. використовує радіус заокруглень виступів шорсткості  $R_H$  [10].

Причина погіршення зчепних якостей покриття в разі його зволоження полягає у зміні характеру взаємодії між колесом та поверхнею дороги. Якщо на сухому покритті основна частка сили зчеплення обумовлена адгезією, то на вологому покритті вона різко знижується. У цей час на поверхні дороги утворюється плівка води, що перемішана з брудом та рештками мастила, тому контакт між колесом та поверхнею дороги відбувається за рахунок механічної взаємодії.

Співвідношення між молекулярною (адгезійною) та деформаційною (механічною) складовими в загальному випадку залежить від ряду факторів, а саме виду контакту, фізико-механічних властивостей матеріалів, структури їх поверхні. При контакті гуми з гладкими поверхнями молекулярна складова коефіцієнта зчеплення перевищує деформаційну майже в два рази, у разі контакту з шорсткими поверхнями – співвідношення буде зворотнім, величина якого буде залежати саме від структури нерівностей поверхні покриття [11].

#### Висновки.

1. Галузь використання розглянутих в статті формул обмежена необхідністю визначення емпіричних коефіцієнтів, що робить їх складними і незручними при проведенні розрахунків, а також знижує точність результатів.

2. Дані формули математично описують взаємодію колеса із сухим дорожнім покриттям, коли сила зчеплення забезпечується молекулярною та деформаційною складовими, але вони не враховують порушення молекулярного зв'язку при зволоженні дорожньої поверхні.

©А.О.Белятинський, К.В.Краюшкіна, О.В.Скрипченко

3. Більшість вищезгаданих математичних моделей розроблено за умов сухого дорожнього покриття, в той час, як найбільш небезпечним є саме мокре, брудне дорожнє покриття, тому актуальною є розробка математичної моделі з врахуванням різних станів дорожнього покриття.

1. Гончаренко Ф. П. керування безпекою руху засобами дорожньої служби: Монографія. / Ф. П. Гончаренко – К., 1999. – 280 с.
2. Порожняков В.С. Оценка сцепления шин автомобиля с дорожным покрытием / под. ред. В. Ф. Бабкова – К.: Высшая шк., 1967. – 100 с.
3. Лабезников М.Г. Эксплуатация автомобилей в тяжелых дорожных условиях. / М.Г. Лабезников, Ю.Л. Бкуревич – М.: Транспорт., 1976. – 224 с.
4. Петров М. А., Шинкаренко А. А., Ягодкин Л. Г. Определение силы трения резины по твердой поверхности при малых скоростях движения // Каучук и резина. Выпуск №12 – Москва, 1972. – С. 41-42
5. Петров М. А. Работа автомобильного колеса в тормозном режиме / М. А. Петров – Омск: Западно-Сибирское книжное издательство, 1973. – 224 с.
6. Крагельский И.В. Трение, изнашивание и смазка. Кн. 2 / И. В. Крагельский, В. В. Алисин. – М.: Машиностроение, 1979. – 358 с.
7. Крагельский И. В. Узлы трения машин / И. В. Крагельский, Н. М. Михин. – М.: Машиностроение, 1984. – 256 с.
8. Крагельский И. В. Основы расчетов на трение и износ / И. В. Крагельский, М. Н. Дробычин, В. С. Комбалов – М.: Машиностроение, 1997. – 526 с.
9. Бидерман В. Л. Влияние конструктивных и эксплуатационных факторов на износ, сцепление и сопротивление качению автомобильных шин / В. Л. Бидерман, Д. С. Левин, Л. Д. Слюдилов, Л. А. Упорина. – М.: ЦНИИТЭнефтехим, 1970. – 97 с.
10. Ларин А. Н. Сцепление автомобильной шины с дорогой покрытой слоем воды: автореф. дис. на здобуття наук. ступіня канд. тех. наук: спец. 05.22.11 «Автомобільні шляхи та аеродроми» / А. Н. Ларин. – Х., 1989. – 18 с.
11. Лыченко В.В. Оцінка зчпних якостей дорожнього покриття за параметрами шорсткості його поверхні // Автомобільні дороги і дорожнє будівництво. Випуск 68. – Київ, 2003. – С. 45-47.

Стаття надійшла до редакції 28.03.2014